

# DETECÇÃO DE BORDAS EM IMAGENS DIGITAIS ATRAVÉS DE UM PROCESSO DE DIFUSÃO ANISOTRÓPICA NÃO LINEAR

EDGES DETECTION IN DIGITAL IMAGE BY A NON-LINEAR ANISOTROPIC DIFFUSION PROCESS

**Edinéia Aparecida dos Santos Galvanin**

Universidade Estadual Paulista  
Programa de Pós Graduação em Ciências Cartográficas  
Rua Roberto Simonsen, 305  
CEP 19060-900 - Presidente Prudente - SP  
(18) 229-5388 - FAX: (18) 223-2227  
edineia@pos.prudente.unesp.br

**Erivaldo Antonio da Silva**

Universidade Estadual Paulista  
Departamento de Cartografia  
Rua Roberto Simonsen, 305  
CEP 19060-900 - Presidente Prudente - SP  
(18) 229-5388 - FAX: (18) 223-2227  
erivaldo@prudente.unesp.br

## RESUMO

O modelo de detecção de bordas via difusão anisotrópica não linear, consiste num modelo matemático de suavização baseado em Equação Diferencial Parcial (EDP), alternativo aos filtros passa-baixa convencionais. O modelo de suavização consiste de um processo seletivo, onde áreas homogêneas da imagem são suavizadas intensamente de acordo com a evolução temporal aplicada ao modelo. O nível de suavização está relacionado com a quantidade de informações indesejadas que se deseja eliminar da imagem, ou seja, o modelo está diretamente relacionado com o nível ótimo de suavização, eliminando desta forma informações irrelevantes e mantendo seletivamente feições de interesse para a área de Cartografia. O modelo é fundamental para aplicações cartográficas, pois tem como função realizar o pré-processamento da imagem sem perder as bordas e outros detalhes relevantes contidos na imagem, principalmente pistas de aeroportos e estradas pavimentadas. Os experimentos realizados com as imagens digitais mostraram que a metodologia permite obter feições, como por exemplo, pista de aeroportos com eficiência.

**Palavras-chave:** Cartografia, difusão anisotrópica não linear, Equações Diferenciais Parciais, Sensoriamento Remoto, imagens digitais.

## ABSTRACT

The edges detection model by a non-linear anisotropic diffusion, consists in a mathematical model of smoothing based in Partial Differential Equation (PDE), alternative to the conventional low-pass filters. The smoothing model consists in a selective process, where homogeneous areas of the image are smoothed intensely in agreement with the temporal evolution applied to the model. The level of smoothing is related with the amount of undesired information contained in the image, i.e., the model is directly related with the optimal level of smoothing, eliminating the undesired information and keeping selectively the interest features for Cartography area. The model is primordial for cartographic applications, its function is to realize the image preprocessing without losing edges and other important details on the image, mainly airports tracks and paved roads. Experiments carried out with digital images showed that the methodology allows to obtain the features, e.g. airports tracks, with efficiency.

**Keywords:** Cartography, non-linear anisotropic diffusion, Partial Differential Equations, Remote Sensing, orbital images.

## 1 - INTRODUÇÃO

Com o avanço tecnológico, as imagens digitais vêm sendo utilizadas com maior frequência na área de Cartografia. Técnicas de Processamento Digital de Imagens (PDI) são usadas em imagens de diversas fontes. No Sensoriamento Remoto essas técnicas são utilizadas para resolver problemas relacionados à detecção dos alvos presentes na cena.

As imagens digitais contêm muita informação, devido às variações nos tons de cinza da imagem, o que dificulta a sua interpretação dependendo do método escolhido para detectar as feições de interesse. São considerados ruídos

nas imagens, no caso da área de Cartografia, todas as feições que não são de interesse para extração.

Segundo Ziou e Tabbone (1997), é difícil formular um algoritmo de detecção de bordas que possua um bom desempenho em diferenciados contextos e que capture os requisitos necessários aos estágios subseqüentes de processamento.

A suavização no contexto deste trabalho está diretamente relacionada ao pré-processamento da imagem para passos subseqüentes de detecção de bordas. Tendo como objetivo suavizar a imagem mantendo inalteradas as bordas de interesse, como por exemplo, pistas de aeroportos. O modelo de difusão anisotrópica realiza a

suavização seletiva da imagem para que feições irrelevantes não sejam detectadas. Dessa forma, na diferenciação da imagem, após a etapa de suavização, as informações indesejadas, na sua maioria, não devem ser detectadas.

Para solucionar os problemas relacionados à suavização da imagem Perona e Malik (1990), desenvolveram um modelo cuja idéia central consistia em realizar uma suavização seletiva na imagem. O modelo realiza a difusão não linear, consistindo de um algoritmo potencial para detecção de bordas. Alguns autores, a partir do modelo de Perona e Malik, desenvolveram modelos que buscavam a suavização seletiva da imagem.

Nordström (1990), desenvolveu um modelo resultante da unificação do modelo de difusão não linear com um termo de regularização, no qual o termo regularizador tem como função manter as imagens geradas na evolução temporal próximas à imagem original.

Diante dos resultados obtidos com vários modelos anteriormente desenvolvidos, Barcelos et al. (2002), desenvolveram um modelo que consistia em aplicar seletivamente a equação 1, permitindo suavizar adequadamente uma imagem sem perder as bordas e outros detalhes contidos na imagem.

Este trabalho tem por motivação a apresentação de um modelo fundamentado pela teoria de EDP, com característica principal voltada à detecção de bordas. Cabe ressaltar que o modelo é desconhecido na comunidade cartográfica. Logo, se faz relevante a sua descrição e divulgação para utilização nesta área de pesquisa. A teoria inerente ao modelo é bastante extensa. Neste sentido, um maior detalhamento sobre os aspectos teóricos e computacionais pode ser encontrado em Santos (2002).

A organização deste artigo está subdividida em 5 seções. A seção 2 apresenta os aspectos teóricos do modelo. Os aspectos computacionais são apresentados na seção 3. Na seção 4 são apresentados os resultados. As conclusões finais do trabalho são apresentadas na seção 5.

## 2 - DETECTORES DE BORDA

Este artigo propõe apresentar e discutir os resultados obtidos da aplicação do detector de bordas de difusão anisotrópica via EDP em imagens digitais visando a detecção de bordas de pistas de aeroportos. Esta seção apresenta tanto a fundamentação teórica quanto a realização algorítmica do detector. Devido a complexidade matemática do algoritmo de difusão anisotrópica, uma boa documentação do algoritmo de difusão anisotrópica via EDP se encontra nos trabalhos de (BARCELOS et al., 2002; SANTOS, 2002).

### 2.1 - Modelo de difusão anisotrópica via EDP

O modelo proposto por Barcelos et al. (2002) é um modelo de equação de difusão não linear, que segue a corrente teórica formulada a partir de Perona e Malik (1990), no qual através de substituições e acréscimos, tem-se a seguinte equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \bar{g} |\nabla u| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda(1 - \bar{g})(u - I),$$

$$u(x, y, 0) = I(x, y), \quad (x, y) \in \mathfrak{R}^2, \quad (1)$$

onde:  $\bar{g} = \frac{1}{1 + k |\nabla(G_T * u)|^2}$ , com  $0 \leq \bar{g} \leq 1$ ;  $\nabla$  é o operador gradiente;  $\operatorname{div}$  representa o operador divergente;  $\lambda$  é um parâmetro que atua como peso para o termo  $(1 - \bar{g})$ ;  $k$  é a constante presente na função  $\bar{g}$ ;  $I$  representa a imagem original;  $u$  é a imagem suavizada a partir de  $I$  no instante  $t$ ;  $T$  representa o nível ótimo de suavização necessário para se atingir um grau de suavização adequado e  $G_T$  é uma função Gaussiana.

O modelo definido na equação 1, tem como objetivo primordial suavizar seletivamente a imagem. O termo  $|\nabla u| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$  na equação 1 realiza a difusão da imagem  $u$  na direção ortogonal ao seu gradiente  $\nabla u$ . Permitindo, dessa forma que as bordas contidas na imagem  $u$  sejam suavizadas em ambos os lados com suavização mínima nas próprias bordas.

O modelo matemático dado pela equação 1 tem como objetivo suavizar seletivamente a imagem. A função  $\bar{g}$  na equação 1 controla a velocidade da difusão, ou seja, a suavização seletiva atuará de forma incisiva nas regiões homogêneas da imagem, onde o termo  $|\nabla(G_T * u)|$  é pequeno, fazendo com que o segundo termo do denominador da função  $\bar{g}$  seja muito pequeno. Nestas condições  $\bar{g} \sim 1$ , fazendo com que o termo  $(1 - \bar{g}) \sim 0$  na equação 1. Assim o termo  $(u - I)$  que mantém as bordas inalteradas não atuará no modelo. Conseqüentemente o processo de difusão efetuado pelo primeiro termo da equação 1 fará com que a região homogênea sofra maior suavização. O efeito contrário ocorrerá se o termo  $|\nabla(G_T * u)|$  for grande, ou seja, se houver variações bruscas nos níveis de cinza da imagem. Se isso ocorrer, o segundo termo do denominador da função  $\bar{g}$  será muito grande, logo  $\bar{g} \sim 0$ , implicando em  $(1 - \bar{g}) \sim 1$  na equação 1. Nesse caso, o termo  $(u - I)$  atuará significativamente na imagem, mantendo as características originais das bordas. Isso faz com que o processo de difusão efetuado pelo primeiro termo da equação não atue nessas regiões.

A função Gaussiana utilizada na equação 1, sofreu uma substituição de parâmetros dada por  $aT = \sigma^2$ . Essa relação sugerida por Teixeira (2001) indica que o nível ótimo de suavização ( $T$ ) depende do parâmetro  $\sigma$ , o qual controla a intensidade de suavização do filtro Gaussiano. Assim, a função Gaussiana é dada por:

$$G_T(x, y) = \frac{1}{2a\pi T} e^{-(x^2+y^2)/2aT}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2. \quad (2)$$

Barcelos et al. (2002) introduziram o conceito de nível ótimo de suavização definido pela expressão:

$$T = \frac{\sigma^2}{a}, \quad (3)$$

onde  $a$  é o parâmetro constante presente no núcleo de suavização Gaussiana e  $\sigma$  é o desvio padrão da função Gaussiana.

A evolução temporal ( $t$ ) existente no modelo, segundo Galvanin, Silva e Nogueira (2003), está diretamente relacionada com o nível ótimo de suavização ( $T$ ), em:

$$t = \frac{T}{\Delta t}, \quad (4)$$

onde  $\Delta t$  representa o tamanho do passo da evolução temporal.

O modelo consiste num processo iterativo, controlado pela evolução temporal definida na equação 4. Assim, o processo evolui até um nível adequado de suavização ( $T$ ), cabendo ressaltar que a estimativa do nível de informação irrelevante ( $\sigma$ ) é empírica. Logo, a escolha de um limiar correto é difícil e envolve tentativa e erro.

### 3 - ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Na discretização da equação de difusão foi utilizado o método de diferenças finitas, esse método consiste em discretizar as derivadas da equação diferencial parcial. Essas derivadas são aproximadas por diferenças entre valores da solução discretizada. A série de Taylor é a ferramenta matemática utilizada na definição de aproximações das derivadas na região dos pontos de interesse.

A função  $\bar{g}$  na equação 1 tem na sua formulação o produto de convolução. Para calcular tal produto foi utilizada neste trabalho a regra de Simpson (SANTOS, 2002). É importante destacar que o produto de convolução é utilizado para encontrar uma média ponderada de valores na vizinhança de um determinado pixel.

Para calcular o gradiente do produto de convolução  $|\nabla(G_T * u)|$ , foi utilizado o operador de diferenças centradas no cálculo das derivadas de primeira ordem. Neste caso, foi utilizada a expressão

$conv(i, j) = (G_T * u)(i, j)$ , onde “conv” denota o produto de convolução. Logo, tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial conv_{(i,j)}}{\partial x} &\cong \frac{conv_{(i+1,j)} - conv_{(i-1,j)}}{2} = c_1, \\ \frac{\partial conv_{(i,j)}}{\partial y} &\cong \frac{conv_{(i,j+1)} - conv_{(i,j-1)}}{2} = c_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Dessa forma, é obtida a expressão:

$$\begin{aligned} \nabla(G_T * u) &= \left( \frac{\partial conv}{\partial x}, \frac{\partial conv}{\partial y} \right). \text{ Logo} \\ |\nabla(G_T * u)| &= \left[ \left( \frac{\partial G_T * u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial G_T * u}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow |\nabla(G_T * u)|^2 &= c_1^2 + c_2^2. \end{aligned} \quad (6)$$

O resultado obtido em (6) é utilizado na função  $\bar{g}$ , dada por:

$$\bar{g} = \frac{1}{1 + k(c_1^2 + c_2^2)}, \quad k \text{ constante.} \quad (7)$$

O termo de difusão  $|\nabla u| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$  foi discretizado a partir dos operadores de diferenças centradas dados por

$$u_x \cong \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2} \text{ e } u_y \cong \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2}. \quad (8)$$

Para a derivada parcial mista tem-se:

$$\begin{aligned} u_{xy} &= \frac{(u_x)_{j+1} - (u_x)_{j-1}}{2} \cong \\ &\cong \frac{\frac{u_{i+1,j+1} - u_{i-1,j+1}}{2} - \frac{u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j-1}}{2}}{2} \\ &= \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i-1,j+1} - u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j-1}}{4} \\ &= \frac{u_{i+1,j+1} + u_{i-1,j-1} - u_{i-1,j+1} - u_{i+1,j-1}}{4}, \end{aligned} \quad (9)$$

enquanto que para as derivadas de segunda ordem, em relação a  $x$  e  $y$  tem-se:

$$u_{xx} \cong u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j} \quad e$$

$$u_{yy} \cong u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}.$$

Após o desenvolvimento dos termos presentes no termo de difusão, tem-se:

$$|\nabla u| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) = \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{xx}}{u_x^2 + u_y^2}. \quad (10)$$

É importante salientar que foram utilizadas condições de contorno de Neumann  $\left( \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \right)$ , nos pontos de fronteira da imagem, ressaltando que nessas regiões não há pontos suficientes para a utilização da fórmula de diferenças centradas. Logo, foram utilizados os operadores de diferenças avançadas e atrasadas, respectivamente, para os pontos existentes nessas regiões,

$$u_x \cong u_{i+1,j} - u_{i,j} \quad e \quad u_y \cong u_{i,j+1} - u_{i,j},$$

$$u_x \cong u_{i,j} - u_{i-1,j} \quad e \quad u_y \cong u_{i,j} - u_{i,j-1}. \quad (11)$$

Para discretizar a derivada com relação ao tempo foi utilizado o operador de diferenças avançadas, dado por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \cong \frac{u_{i,j}^{t+1} - u_{i,j}^t}{\Delta t}, \quad (12)$$

onde:  $u_{i,j}^{t+1}$  representa a imagem no instante de tempo  $t+1$ ,  $t=1,2,\dots,N$ ;  $u_{i,j}^t$  representa a imagem no instante de tempo  $t$ .

Cabe salientar que o método de discretização da derivada com relação ao tempo, dado pela equação 12, está associado com o esquema numérico correspondente ao método explícito. Assim, a equação associada ao método explícito é obtida usando diferenças avançadas no tempo e a equação 1 discretizada. Dessa forma, denotando a equação 1, já discretizada, para fins de facilidade de notação, por  $L(u_{i,j}^t)$ , tem-se que:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i,j}^{t+1} - u_{i,j}^t}{\Delta t} \Rightarrow L(u_{i,j}^t) = \frac{u_{i,j}^{t+1} - u_{i,j}^t}{\Delta t} \quad (13)$$

$$\Rightarrow u_{i,j}^{t+1} = \Delta t L(u_{i,j}^t) + u_{i,j}^t.$$

Após a aplicação do modelo de EDP na imagem, obtêm-se uma imagem suavizada. A partir da imagem suavizada é realizada a segunda etapa do processo que consiste na segmentação da imagem. A função utilizada para a segmentação é dada por:

$$g(|\nabla u|) = \frac{1}{1 + k_1 |\nabla u|^2}, \quad (14)$$

onde:  $k_1$  é a constante presente na função  $g$ , com  $0 \leq g \leq 1$ .

Na função (14),  $\nabla u$  é discretizado a partir dos mesmos operadores de diferenças finitas utilizados no modelo de EDP.

O detector de bordas via EDP, segundo sua metodologia, se caracteriza por um processo de difusão anisotrópica não linear com posterior detecção de bordas. Neste sentido, a difusão ocorre na direção ortogonal ao gradiente e o processo realiza a difusão segundo um nível ótimo de suavização. O processo caminha até a evolução temporal que por sua vez, está relacionada com o nível ótimo de suavização. Os resultados mostram as expectativas teóricas referentes ao modelo de difusão anisotrópica implementado no ambiente MATLAB (MATHEMATICS, 1999).

#### 4 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

A imagem utilizada para os testes foi obtida pelo sensor TM a bordo do Landsat 5. É datada de 01/08/1987 e corresponde a banda 3. A imagem foi obtida junto ao banco de imagens do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE, 1987). Corresponde a uma região do estado do Rio de Janeiro contendo como feição principal as pistas do Aeroporto Internacional Antonio Carlos Jobim (Galeão).

É apresentada nesta seção uma imagem real, na qual foi aplicado o detector de bordas de difusão anisotrópica.

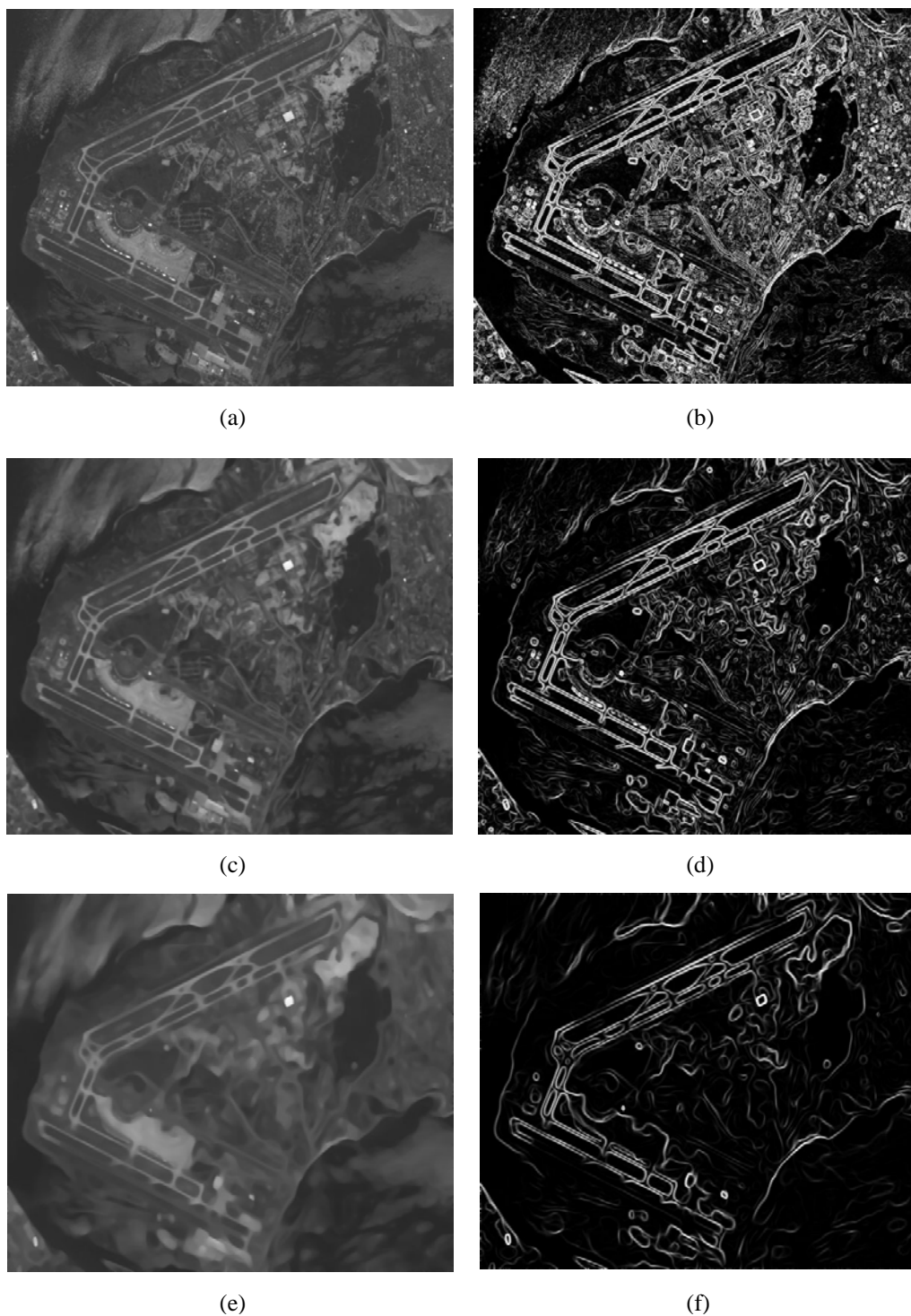
Cabe ressaltar que os valores de  $a$ ,  $\Delta t$  e  $k_1$  foram mantidos constantes. O desvio padrão da Gaussiana ( $\sigma$ ) utilizado no cálculo do nível ótimo de suavização foi testado para dois valores diferentes, com intuito de ser verificado o comportamento do modelo em relação ao nível de bordas relevantes que permaneceria na imagem após o processamento.

A Tabela 1 apresenta os valores dos parâmetros utilizados quando da aplicação do modelo de EDP proposto sobre a imagem teste.

A eficiência do método, no que se refere a detecção de feições relevantes, pode ser verificada a partir da comparação entre os resultados obtidos (Figura 1).

Tabela 1- Parâmetros utilizados no modelo de EDP para a primeira imagem teste.

Imagens	Parâmetros							
	$t$	$T$	$\sigma$	$\lambda$	$\Delta t$	$k$	$a$	$k_1$
1 - c, d	22	2.25	15	15	0.1	0.199	100	0.001
2 - e, f	122	12.25	35	35	0.1	0.399	100	0.001



**Figura 1** - Exemplo de aplicação do detector de EDP. (a) Imagem original; (b) imagem segmentada; (c) imagem suavizada com  $\sigma = 15$ ; (d) imagem segmentada a partir de (c); (e) imagem suavizada com  $\sigma = 35$ ; (f) imagem segmentada a partir de (e).

A figura 1b ilustra o resultado obtido da aplicação da função 14 sobre a imagem original 1a. Neste processamento foi utilizado apenas a função 14 para a detecção de bordas e não houve a aplicação do modelo de difusão proposto. Este resultado foi comparado com os gerados a partir da aplicação do modelo de difusão proposto utilizando os dois valores para o desvio padrão, conforme apresentado na Tabela 1, ou seja,  $\sigma = 15$  e  $\sigma = 35$ , respectivamente.

A figura 1c ilustra o resultado da suavização da imagem com  $\sigma = 15$ . Sobre a imagem suavizada foi aplicada a função 14 para a obtenção da imagem segmentada e o resultado obtido está apresentado na figura 1d.

Da análise da figura 1d, em comparação com o resultado obtido em 1b percebe-se, claramente, a diminuição da segmentação das feições indesejáveis que correspondem ao entorno das pistas do aeroporto.

Com o intuito de ser obtido um resultado melhor que o de 1d, a imagem original foi, novamente suavizada, agora com  $\sigma = 35$ . Sobre o resultado da suavização foi aplicado o modelo proposto e o resultado é o apresentado em 1f. Da análise deste resultado, conclui-se que o nível de segmentação foi drasticamente diminuído, quando comparado com os obtidos em 1b e 1d. O que se percebe basicamente são as pistas do aeroporto que são as feições de interesse.

A figura 2 tem por objetivo destacar uma região das pistas do aeroporto indicando que as mesmas foram detectadas de forma adequada.

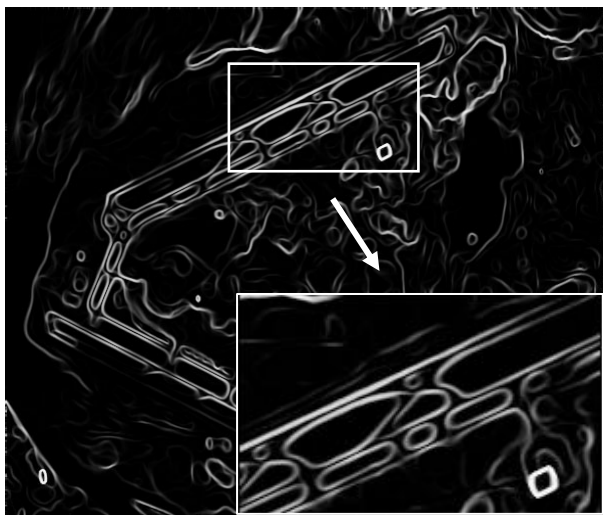


Figura 2 – Detalhe do resultado obtido na figura 1f.

O resultado final obtido em 1f (detalhado em 2) confirma a eficiência da aplicação do método proposto na detecção de bordas de feições cartográficas em imagens digitais, indicando a possibilidade de uso deste método em processos automáticos de detecção de outras feições cartográficas como, por exemplo: rodovias, vias urbanas etc.

## 5 – CONCLUSÕES

Os aspectos teóricos, computacionais e a avaliação referente ao processo de detecção de bordas através do modelo de difusão anisotrópica não linear foram apresentados neste trabalho. Foram descritos os passos inerentes ao processo, bem como, as implicações práticas das etapas. Cabe ressaltar que foram realizados outros testes com imagens contendo feições de interesse e com diferentes graus de dificuldade para verificar a eficácia do método e estes comprovam as expectativas teóricas do modelo.

Para a área de Cartografia o modelo de difusão anisotrópica baseado em EDP é inovador e os resultados mostraram que o modelo é eficiente para a detecção de bordas e conseqüentemente seus resultados podem ser utilizados em etapas de pré-processamento de imagem para posteriores etapas de extração automática de feições para atualização cartográfica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARCELOS, C. A. Z.; BOAVENTURA, M.; SILVA Jr., E. C., Well-balanced Flow Equation for Noise Removal and Edge Detection, *IEEE Trans. Image Processing*, p. 751 – 764, 2002.
- GALVANIN, E. A. S.; SILVA, E. A.; NOGUEIRA, J.R. Utilização de um modelo de equação diferencial parcial no tratamento de imagens orbitais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 21., 2003, Belo Horizonte. Anais em CD - ROM, Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Cartografia, 2003. 6p.
- GALVANIN, E. A. S.; SILVA, E. A. Detecção de feições Cartográficas em Imagens Digitais através de aplicação de um modelo de Difusão anisotrópica baseado em Equações Diferenciais Parciais, *Geociências*, v. 22, p. 185 – 193, 2003.
- INPE, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Banco de Imagens, imagem Landsat.
- MATHWORKS *Using Matlab*. Natick : The Mathworks Inc., 1999.
- NORDSTRÖM, K. N., Biased anisotropic diffusion: a unified regularization and diffusion approach to edge detection, *Image and Vision Computing*, v. 8, 1990. p. 318-327.
- PERONA, P.; MALIK, J., Scale space and edge detection using anisotropic diffusion, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 12, n. 7, 1990. p. 629-639.
- SANTOS, E. A. *Utilização de equações diferenciais parciais no tratamento de imagens orbitais*. 2002. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.
- TEIXEIRA, R., *Introdução aos espaços de escala*, 23º Colóquio Brasileiro de Matemática. IMPA, Rio de Janeiro, 2001.
- ZIOU, D.; TABBONE, S., Edge detection techniques – An overview, *International Journal of Pattern Recognition and Image Analysis*, vol. 8, n. 4, 1998. p. 537-559.