

## ALGORITMOS GENÉTICOS PARA OTIMIZAÇÃO DE CUSTOS DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUAS COM CRITÉRIOS DE PROJETO E O MÉTODO DE NEWTON PARA AS EQUAÇÕES DE FLUXO

*GENETIC ALGORITHMS FOR WATER DISTRIBUTION NETWORK COST OPTIMIZATION WITH DESIGN CRITERIA AND THE NEWTON METHOD FOR FLOW EQUATIONS*

**Pedro Cláudio dos Santos Vieira<sup>1</sup>, Gilliard Nunes Silva<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Doutor em Estruturas e Construção Civil. Professor adjunto da Universidade Federal do Oeste da Bahia, Barreiras, BA. E-mail: pcsvieira@gmail.com

<sup>2</sup>Mestre em Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos. Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos da Universidade de Brasília, DF. E-mail: nunes.ba70@gmail.com.

### RESUMO

A concepção e implementação de um sistema estrutural têm questões importantes como os custos de materiais que serão executados. O diâmetro do tubo é um dos componentes que têm uma grande influência sobre o custo de uma rede de distribuição de água. O estudo das formas de reduzir o custo dos tubos é um fator importante no sucesso do projeto. Assim, têm sido empregadas técnicas numéricas que visam encontrar uma solução ótima ou quase ótimas. Vários estudos na literatura aplicam a técnica de Algoritmos Genéticos (AG) para encontrar soluções quase ótimas. No entanto, a maior parte não tem usado uma condição de controle como o critério de projeto chamado *monjus*, em que o diâmetro à jusante deve ser menor do que o anterior, a partir do reservatório até ao último ponto da rede. Neste trabalho, a inovação é a introdução do critério de projeto *monjus* para procurar uma rede mais próxima da realidade na medida em que é utilizada a formulação de AG, uma técnica de programação evolutiva de acordo com os parâmetros de projeto estipulados no processo de decisão em conjunto com método de Newton para resolver as equações de fluxo.

**Palavras-chave:** algoritmos genéticos; redes de distribuição de águas; otimização; critérios de projeto, projeto de diâmetros ótimos de tubos; método de newton para equações de fluxo.

### ABSTRACT

The design and implementation of a structural system have important issues how materials costs that will be executed. The diameter of the pipe is one of the components that have a great influence on the cost of a water distribution network. The study of ways to reduce the cost of the pipes is a major factor in project success. Like this, numerical techniques that seek to find an optimal solution or more nearly optimal solutions have been employed. Several studies in the literature have applied the technique of Genetic Algorithms (GA) in order to find solutions almost optimal. However, the part major not has used a control condition how the design criteria called *monjus*, in which the low tide diameter must be less than the before, starting from in the reservoir until the last point of the network. In this paper, the innovation is a introducing the *monjus* design criterion to search a network nearest of reality in that it is used the formulation of GA, an evolutionary programming technique according to the design parameters stipulated in the decision process together with Newton method for solving the flow equations.

**Keywords:** Genetic algorithms, water distribution networks, optimization, design criteria, optimal pipe size design, newton method for flow equations.

## 1 INTRODUÇÃO

Na literatura, o principal objetivo da síntese de uma rede de distribuição de águas é estimar as variáveis como diâmetros e carga de bombeamento pela minimização do custo total do sistema sujeito a um certo número de restrições. As restrições de segurança envolvem tamanhos mínimos dos tubos, pressão de carga mínima e máxima e velocidade máxima permitida, já as de sistema envolvem o somatório da descarga nodal e somatório da perda de carga para os anéis (loops) e todo o sistema, conforme Swamme e Sharma (2008).

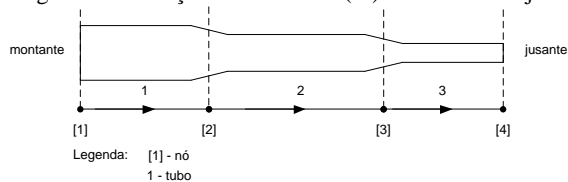
A análise do fluxo de água num sistema fechado e pressurizado foi desenvolvida ao longo do trabalho com a formulação apresentada por Doods (2005), que trata do método de Newton para a resolução das equações de fluxo

dos tubos, juntamente com a formulação de algoritmos genéticos apresentada por Coley (2010) para obter soluções próximas da ótima que atendam os critérios de projeto adotados. Os critérios de projeto, usados no trabalho, são apresentados:

- a) O diâmetro a jusante, visto na Figura 1, tem que ser menor do que o de montante para todo o caminho desde o reservatório até o ponto mais distante da rede. Este critério, chamado *monjus*, é apresentado como um projeto dimensionado de maneira próxima da realidade. Os diâmetros  $d_k$ , com  $k = 1, 2, 3$ , têm relação conforme Equação 1:

$$d_1 > d_2 > d_3 \quad (1)$$

Figura 1 – Variação de diâmetros ( $d_k$ ) de montante a jusante



b) A pressão ( $H_i$ ) para o nó  $i$  deverá ter um valor dentro do intervalo  $[H_{\min}; H_{\max}]$  com  $H_{\min}$  = altura piezométrica mínima e  $H_{\max}$  = altura piezométrica máxima.

As redes de distribuição de água envolvem a expansão ou contração, critério *monjus*, de seções para acomodar as mudanças das taxas de fluxo e velocidades, conforme normas de projeto como a norma ABNT NBR 12.218:1994, que estabelece critérios de velocidade, diâmetro mínimo, vazão e carga piezométrica (pressões hidráulicas).

Çengel e Cimbala (2006) e Crowe *et al.* (2009) expõem que as perdas de carga são usualmente maiores com expansão ou contração. As perdas de carga durante a expansão são geralmente maiores do que no caso da contração porque há a separação do fluxo. Assim, um projeto em que se determina a direção do fluxo privilegiando o processo de contração haverá menor perda de carga em relação a adoção do processo de expansão. Para tal caso, existem estudos que abordam o tema como os de Gundogdu; Kutlar; Duz (2009) e Satish *et al.* (2013).

Pelos estudos que são apresentados ao longo deste trabalho, o uso do critério de projeto *monjus* aumentou o valor do custo mínimo em relação aos trabalhos na literatura, mas a solução é muito mais próxima da realidade pretendida, ao levar-se em conta a construção de sistemas de rede de água. Este tipo de abordagem torna o método mais factível de utilização no dia a dia do ponto de vista da diminuição da perda de carga.

## 2 MÉTODOS

Esta pesquisa foi desenvolvida com as formulações apresentadas nas Seções 2.1 a 0 e dois estudos de casos na Seção 2.7.

### 2.1 Fluxo em Rede de Distribuição de Águas

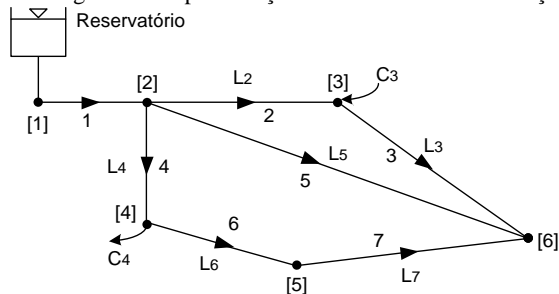
Num sistema fechado, o caminho adotado para determinar onde é montante e jusante dependerá da numeração dos nós mostrado na Figura 2. As relações entre os diâmetros serão estabelecidas, nas Equações 2 a 4. O diâmetro  $d_5$ , mostrado na Figura 2, pode ter dimensões independentes dos diâmetros  $d_2$  e  $d_4$  porque ele segue direto do nó [2] ao [6].

$$d_1 > d_2 > d_3 \quad (2)$$

$$d_1 > d_5 \quad (3)$$

$$d_1 > d_4 > d_6 > d_7 \quad (4)$$

Figura 2 – Representação de uma rede de distribuição



A descrição de Doods (2005) é usada para representar a rede de distribuição de águas da Figura 2. A notação dos itens é apresentada como:

$k$  = número do tubo;  $L_k$  = comprimento do tubo  $k$ ;  $d_k$  = diâmetro do tubo  $k$ ;  $q_k$  = taxa de fluxo do tubo  $k$ ;  $r$  = nó do reservatório;  $C_4$  = fluxo nodal externo, com  $C_4 > 0$  (saída de fluxo);  $C_3$  = fluxo nodal interno, com  $C_3 < 0$  (entrada de fluxo).

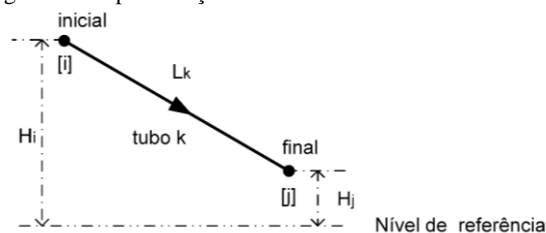
As hipóteses seguintes foram adotadas para o modelo:

- Os tubos são conectados em círculos (loops) fechados com o suprimento de um reservatório único de água para uma das junções;
- Cada tubo está completamente cheio de água e pressurizado;
- As taxas de fluxo de águas podem ser de entrada ( $C_3$ ) ou de saída ( $C_4$ ) para todos os nós, exceto o nó do reservatório;
- As quantidades na análise são as taxas de fluxo de cada tubo e as pressões hidráulicas para cada nó;
- O reservatório é modelado para suprir qualquer taxa de fluxo requerida;
- O sentido positivo do fluxo é representado pela seta como do nó [2] para [3] da
- figura 1;
- São adotadas rotas de caminhos de fluxo, as quais devem atender ao critério *monjus*. O primeiro diâmetro deverá ser maior do que o próximo e assim, sucessivamente na rota adotada. Por exemplo, rota 1 ( $r_1: d_1 \rightarrow d_2 \rightarrow d_3$ ), rota 2 ( $r_2: d_1 \rightarrow d_5$ ) e rota 3 ( $r_3: d_1 \rightarrow d_4 \rightarrow d_6 \rightarrow d_7$ ), representadas mais facilmente nos exemplos como segue:  $r_1: d_1, d_2, d_3$ .

### 2.2 Modelo físico da rede de distribuição de águas

O sistema físico apresentado na Figura 3 é representado por um tubo  $k$  conectado pelos nós  $[i]$  e  $[j]$  com pressões hidráulicas  $H_i$  e  $H_j$ , respectivamente, em relação ao nível de referência adotado pelo sistema. O fluxo no tubo causa perda de carga devido as forças friccionais entre as águas e a parede do tubo como descrito por Doods (2005). A taxa de fluxo ( $q_k$ ) é calculada pela Equação (1).

Figura 3 – Representação de um tubo  $k$  no sistema físico da rede



$$q_k = \left[ \frac{(H_i - H_j)}{f_k} \right]^\alpha \quad (1)$$

Em que:  $q_k$  = taxa de fluxo;  $(H_i - H_j)$  = perda de carga com  $H_i \geq H_j$ ;  $\alpha$  = parâmetro da resistência friccional, com  $\alpha = 0,54$ ;  $f_k$  = resistência friccional.

Se a perda de carga  $(H_i - H_j)$  for negativa, então a fórmula da taxa de fluxo deve ser da forma da Equação 6:

$$q_k = - \left[ \frac{(H_i - H_j)}{f_k} \right]^\alpha \quad (2)$$

A resistência friccional ( $f_k$ ) pode ter vários valores, a depender das dimensões do sistema adotado. Com isso, seguem alguns valores em função das dimensões adotadas como em Savic e Walters (1997):

$$f_k = \frac{(C \cdot K \cdot L_k)}{HW_k^a \cdot D_k^b} \quad (3)$$

$HW$  = é um valor adimensional que representa o coeficiente de Hazen-Williams.

Tabela 1 – Parâmetros para a resistência friccional em função das dimensões adotadas

Unidades	C · K	a	b
<i>in e cfs</i>	$8,515 \cdot 10^5$	1,852	4,8700
<i>cm e m<sup>3</sup>/h</i>	$1,526 \cdot 10^4$	1,852	4,8700
<i>m e m<sup>3</sup>/s</i>	10,675	1,852	4,8704
<i>in e m<sup>3</sup>/h</i>	162,500	1,850	4,8700
<i>ft e cfs</i>	4,727	1,852	4,8704

Em que: *cfs* = pés cúbicos por segundo; *in* = polegada; *ft* = pé; *cm* = centímetro; *m<sup>3</sup>/h* = metros cúbicos por hora; *m<sup>3</sup>/s* = metros cúbicos por segundo; *m* = metro.

### 2.3 Equações de continuidade do fluxo

Silva (2014) mostra que uma solução próxima da ótima ou ótima deve atender os seguintes requisitos físicos do modelo:

- a soma algébrica das vazões em qualquer nó deve ser zero (lei da conservação da massa);
- a energia piezométrica em um nó deve ser a mesma para todos os tubos conectados a ele;
- a relação perda de carga e vazão deve ser satisfeita para cada elemento da rede.

Hipóteses:

- O fluido é considerado homogêneo;
- O fluxo é idealizado como incompressível.

O equilíbrio de cada nó deve satisfazer as condições citadas. Desta maneira, pode-se estabelecer a seguinte relação para o nó [3] da Figura 2:

$$F_3 = q_2 - q_3 + C_3 = 0 \quad (4)$$

A equação de continuidade generalizada para um dado nó [m] é apresentada na Equação 5.

$$F_m = \sum_{k=1}^{\bar{n}p} (q_k - C_m) = 0 \quad (6)$$

Ao substituir as Equações 5 ou 6, que dependem do valor da perda de carga, na Equação 9, para o exemplo da figura 2 Figura 2, obtém-se para o caso do nó [3]:

$$F_3 = \left[ \frac{(H_2 - H_3)}{f_2} \right]^\alpha - \left[ \frac{(H_3 - H_6)}{f_3} \right]^\alpha + C_3 = 0 \quad (7)$$

A continuidade da conservação da massa ao longo do sistema é representada pelas equações governantes do tipo da Equação 9. Com esta abordagem, as pressões hidráulicas  $H_i$  e  $H_j$  são as incógnitas do sistema.

Em que:  $np$  = número de tubos que se conectam ao nó [m];  $nn$  = número de nós do sistema;  $(nn-1)$  = número de incógnitas;  $H_r$  = carga do nó do reservatório, conhecida.

Para resolver as equações do sistema, usar-se-á o método de Newton apresentado por Doods (2005).

### 2.4 Método de Newton para resolução das equações de fluxo

As Equações de 8 a 10 podem ser representadas no modelo matricial, conforme Equação 11:

$$F = 0 \quad (8)$$

O sistema da Equação 11 é não linear com incógnitas  $H_k$  e  $(nn - 1)$  equações de continuidade. O método de Newton estabelece um valor inicial (iteração 0), arbitrado, para cada incógnita  $H_k^0$ .

O desenvolvimento do método de Newton para equações de fluxo tem os seguintes procedimentos:

- A equação diferencial para as  $(l+1)$  iterações até encontrar a solução esperada é dada por:

$$dF_k^l = J(H_k^l) \cdot dH_k^l \quad (9)$$

- Para  $l$  ésima iteração tem-se que:

$$F(H_k^l + \Delta H_k^l) - F(H_k^l) + R_{nn-1}^l = 0 \quad (10)$$

- O sistema de Equações 12 é visto conforme Equação 14:

$$\begin{bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ \vdots \\ dF_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dF_1}{H_1} & \frac{dF_1}{H_2} & \dots & \frac{dF_1}{H_s} \\ \frac{dF_2}{H_1} & \frac{dF_2}{H_2} & \dots & \frac{dF_2}{H_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dF_s}{H_1} & \frac{dF_s}{H_2} & \dots & \frac{dF_s}{H_s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dH_1 \\ dH_2 \\ \vdots \\ dH_s \end{bmatrix} \quad (11)$$

- O sistema de Equações 14 pode ser representado pela Equação 15:

$$dF = J \cdot dH \quad (12)$$

- O **J** da Equação 15 é a matriz Jacobiana do vetor **F** com  $s = nn - 1$ .
- A linha  $r$  e a coluna  $r$  do sistema de Equações 14 têm os valores *zero* por tratar-se do reservatório, em que  $dH_r = 0$ .
- Os termos  $C_m$  das derivadas **dF** têm o valor *zero* por serem números constantes ( $dC_m = 0$ ).
- Ao substituir a Equação 12 na Equação 13 chega-se à Equação 16:

$$dF_k^l + R_{nn-1}^l = 0 \quad (13)$$

$$\text{Em que: } dF_k^l = F(H_k^l + \Delta H_k^l) - F(H_k^l).$$

- A Equação 16 é rerepresentada como a Equação 17:

$$dF_k^l = -R_{nn-1}^l \quad (14)$$

- Com a substituição da Equação 15 na Equação 17 chega-se à formulação necessária para a solução das equações de fluxo, conforme Equação 18:

$$J \cdot dH = -R \quad (15)$$

- As incógnitas (**dH**) serão obtidas com a resolução do sistema visto na Equação 18.

$$dH = -J^{-1} \cdot R \quad (16)$$

- É adotado o método de eliminação de Gauss para resolver o sistema de Equações 18 e um critério de erro para o vetor resíduo  $R \leq tol$ , em que *tol* é um valor de tolerância ao erro.

## 2.5 Implementação computacional

A formulação computacional seguirá como base o modelo apresentado por Doods (2005) com algumas modificações, mostradas, também, em Silva (2014). Os passos adotados são apresentados a seguir:

Computar o vetor resíduo  $R^l$  para as pressões hidráulicas estimadas atuais  $H^l$ . O algoritmo adotado, apresentado por Doods (2005), emprega tabelas de incidências para incluir as contribuições das taxas de fluxo  $q_k$  em cada tubo da rede como mostradas na Figura 3;

Calcular a matriz Jacobiana  $J^l$  junto com as pressões hidráulicas estimadas atuais  $H^l$ ;

Solucionar o sistema de equações  $J \cdot dH = -R$  para determinar as pressões hidráulicas nodais corrigidas.

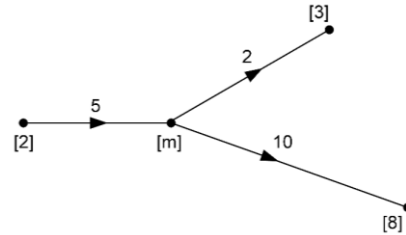
A obtenção da Matriz Jacobiana (**J**) do modelo da Figura 4 trabalha com o método das incidências "link point nodal", ou seja, acrescenta todas as contribuições e retiradas dos tubos que concorrem ao nó.

O nó  $m$  receberá as contribuições do tubo 5 e retiradas dos tubos 2 e 10. O modelo fornece a lista de todos os tubos conectados em cada nó da rede. Cada linha da matriz  $J^l$  é construída sequencialmente com início da linha 1 para o nó

1, o nó do reservatório é simplesmente saltado, ou melhor, são zeradas a linha e coluna  $r$ . O diferencial das equações de continuidade para um nó qualquer  $m$ , Figura 4, é dado pela Equação 20:

$$dF_m = \sum_{k=1}^{\overline{np}} dq_k \quad (17)$$

Figura 4 – Contribuições nodais para a matriz Jacobiana (**J**)



Substituir a Equação 15 na Equação 20 chega-se à Equação 21:

$$dF_m = \sum_{k=1}^{\overline{np}} dq_k = J \cdot dH = \sum_{n=1}^{nn} J_{m,n} \cdot dH_n \quad (18)$$

Em que:  $\overline{np}$  = número de tubos;  $nn$  = número de nós.

Doods (2005) expõe que, em geral, a maioria dos termos da matriz **J** são zeros porque a quantidade de tubos que concorrem ao nó é pequena.

Os diferenciais para os tubos são obtidos pela derivação das Equações 5 ou 6:

$$dq_k = \frac{1}{dH_n} \left[ \frac{(H_i - H_j)}{f_k} \right]^\alpha \quad (19)$$

$$= \alpha \left[ \frac{(H_i - H_j)}{f_k} \right]^{\alpha-1} (dH_i - dH_j)$$

Ou

$$dq_k = -\frac{1}{dH_n} \left[ \frac{(H_i - H_j)}{f_k} \right]^\alpha \quad (20)$$

$$= -\alpha \left[ \frac{(H_i - H_j)}{f_k} \right]^{\alpha-1} (dH_i - dH_j)$$

A convenção de Doods (2005) permite definir o termo da Equação 24:

$$\beta_k = \pm \alpha \left[ \frac{|H_i - H_j|}{f_k} \right]^{\alpha-1} \quad (21)$$

A substituição da Equação 24 nas Equações 22 e 23 leva à Equação 25:

$$dq_k = \beta_k \cdot (dH_i - dH_j) \quad (22)$$

O algoritmo da matriz Jacobiana **J** com modificações próprias é apresentado no Algoritmo 1:

Algoritmo 1

Zerar todos os termos  $J$ :  $J_{s,t} = 0$  com  $s = 1$  a  $nn$  e  $t = 1$  a  $nn$

Zerar todos os termos  $f$ :  $f_l = 0$  (resistência friccional) com  $l = 1$  a  $np$

Fazer o Loop sobre todos os nós  $k = 1$  a  $nn$

Fazer o Loop sobre todos os tubos  $l = 1$  a  $np$

Configurar os nós inicial ( $n_i$ ) e final ( $n_j$ ) do tubo;

$n_i = \text{incidencia}(l, 1)$

$n_j = \text{incidencia}(l, 2)$

Se  $n_i = k$  ou  $n_j = k$  então

Calcular a perda de carga ( $H_i - H_j$ )

Calcular a resistência friccional  $f_l$

Se  $n_i = k$  então

Se  $(H_i - H_j) \geq 0$  então

Calcular  $\beta_k$

Armazenar as contribuições do tubo

$J_{k,n_i} = J_{k,n_i} - \beta_k$

$J_{k,n_j} = J_{k,n_j} - \beta_k$

Se não

Calcular  $\beta_k$

Armazenar as contribuições do tubo

$J_{k,n_i} = J_{k,n_i} - \beta_k$

$J_{k,n_j} = J_{k,n_j} + \beta_k$

Fim do Se

Fim do Se

Se  $n_j = k$  então

Se  $(H_i - H_j) \geq 0$  então

Calcular  $\beta_k$

Armazenar as contribuições do tubo

$J_{k,n_i} = J_{k,n_i} + \beta_k$

$J_{k,n_j} = J_{k,n_j} - \beta_k$

Se não

Calcular  $\beta_k$

Armazenar as contribuições do tubo

$J_{k,n_i} = J_{k,n_i} + \beta_k$

$J_{k,n_j} = J_{k,n_j} - \beta_k$

Fim do Se

Fim do Se

Fim do Loop sobre todos os tubos  $l$

Fim do Loop sobre todos os nós  $k$

Zerar linha e coluna  $r$  de  $J$

Armazenar  $J_{r,r} = 1$

## 2.6 Metodologia de otimização de custos da rede de distribuição e formulação dos algoritmos genéticos

O modelo de otimização é baseado na formulação de Shau; Lin; Huang (2005), que tem os seguintes critérios:

- Pretende-se maximizar a função  $Peso = \frac{1}{Custo(indiv)} = \frac{1}{Fit(indiv)}$  com
- $$Custo(indiv) = \sum_{j=1}^{nukno} (Cd_j \cdot Cl_j) + Pen_j \quad (23)$$

Sujeito às restrições a seguir:

$$H_{min} \leq H_k \leq H_{max};$$

O diâmetro a jusante ( $d_j$ ) da Figura 1 tem que ser menor do que o de montante ( $d_m$ ) para todo o caminho, desde o reservatório até o ponto mais distante da rede.

Em que:  $H_{min}$  = cota da pressão hidráulica mínima para o nó do sistema;  $H_{max}$  = cota da pressão hidráulica máxima para o nó do sistema;  $Indiv$  = indivíduo da população (custo);  $Fit$  = função peso (custos);  $Cd$  = comprimento dos tubos;  $Cl$  = custo do tubo por unidade de comprimento;  $PenB = Pen_j$  = penalidade aplicada na função peso (custo);  $Maxg$  – número máximo de gerações.

O objetivo deste trabalho é obter o menor custo possível da rede distribuição com os critérios apresentados. A formulação dos Algoritmos Genéticos, Figura 5, é usada para alcançar a solução ou soluções que os atendam.

Os algoritmos genéticos necessitam de parâmetros de controle como espaço de aplicação da solução pretendida, faixa de diâmetros adotados, e a função de avaliação, função peso. A obtenção de novos indivíduos é feita pelos operadores genéticos como recombinação e mutação. Cada indivíduo trabalha com fatores estocásticos, probabilísticos, na fase de seleção dos pais, conjunto de diâmetros, Figura 5. Isto faz com que seus resultados raramente sejam perfeitamente reprodutíveis, como explica Linden (2012).

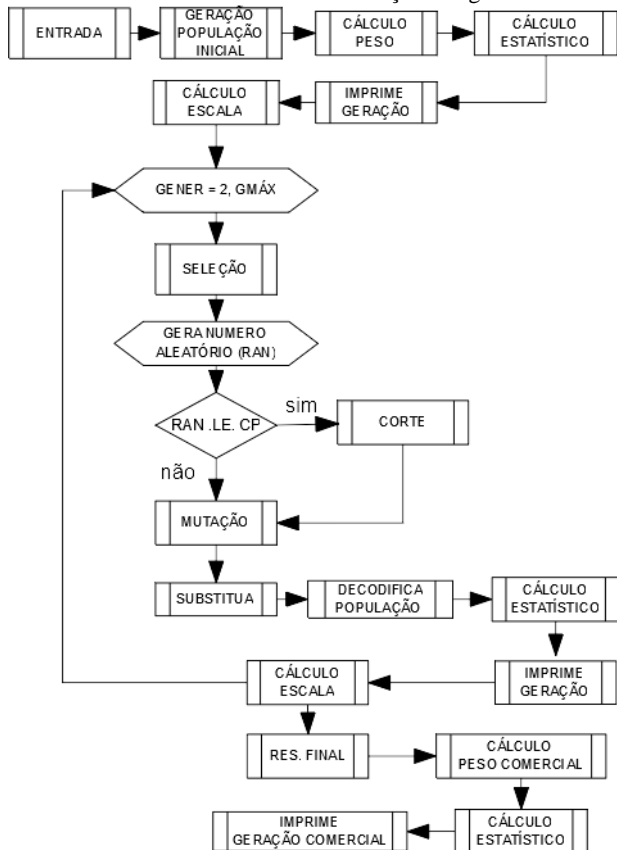
Os algoritmos genéticos são heurísticos por não apresentar nenhuma garantia sobre a qualidade da solução encontrada, porém tendem a obter soluções ótimas ou bem próximas que atendem aos critérios de solução adotados. A formulação da rede de distribuição é implementada em sub-rotinas próprias, onde existem parâmetros que servem para aplicar as penalidades nos pais (conjunto de diâmetros gerados). Mais detalhes podem ser lidos em Linden (2012) e Silva (2014). Outras contribuições são apresentadas por Tebcharani (2007) e Viana (2007).

As sub-rotinas da Figura 5 têm a descrição a seguir:

- Geração População Inicial** = sub-rotina que gera a população inicial;
- Cálculo Peso** = sub-rotina que calcula os grupos de custos com ou sem penalizações;
- Cálculo Estatístico** = sub-rotina que calcula o somatório dos pesos da população e encontra o melhor indivíduo, aplicando a técnica do elitismo, se for requerida;
- Imprime Geração** = sub-rotina que imprime os resultados encontrados;
- Cálculo Escala** = sub-rotina que aplica o escalonamento linear para os pesos, segundo formulação de Sivanandam e Deepa (2008);
- Seleção** = sub-rotina que faz a escolha dos indivíduos para a próxima geração pela proporção dos pesos dos indivíduos avaliados;
- Corte** = sub-rotina que usa o método de corte para gerar novos filhos como combinações de partes dos pais;
- Mutação** = sub-rotina que usa o processo de mutação para gerar novo indivíduo;
- Substitua** = sub-rotina que substitui a velha geração por uma nova para dar prosseguimento ao processo;
- Decodifica População** = sub-rotina que decodifica os indivíduos do formato binário para decimal;
- Res.Final** = sub-rotina que calcula o custo, perda

- carga e velocidade dos diâmetros comerciais ótimos;
- *Cálculo Peso Comercial* = sub-rotina que calcula os grupos de custos com os diâmetros comerciais (indivíduos);
- *Imprime Geração Comercial* = sub-rotina que imprime os resultados dos diâmetros comerciais encontrados.

Figura 5 – Fluxograma do método dos algoritmos genéticos para otimizar redes de distribuição de águas



## 2.7 Caracterização dos casos

Os casos abordam a formulação apresentada para encontrar soluções que atendam aos critérios de projetos com ênfase em *monjús*, ou seja, o diâmetro a jusante tem que ser menor do que o de montante para todo o caminho, rota, como na Figura 1, desde o reservatório até o ponto mais distante da rede, seção 1.

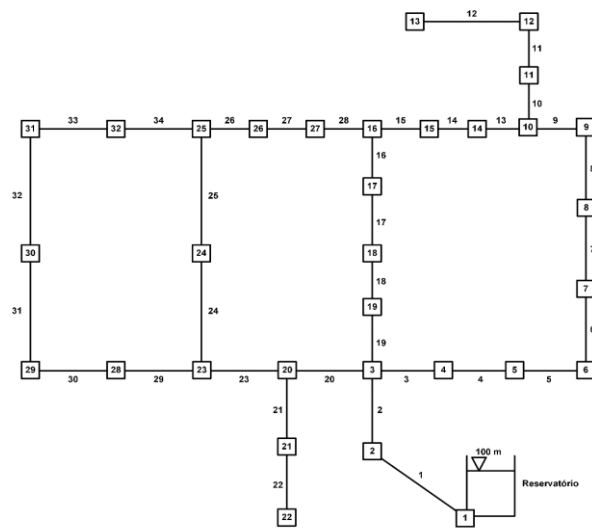
O Caso 1 é baseado nos dados do trabalho de Cunha e Sousa (1999) que trata da rede de Hanói, conforme Figura 6.

Propriedades da rede:

A pressão mínima dos nós é de 30 m acima do nível do solo, conforme resultados de Cunha e Sousa (1999). Parâmetros:  $C \cdot K = 10,675$ ;  $\alpha = 0,54$  (Tabela 1); coeficiente de Hazen-Williams ( $HW$ ) = 130;  $P_c$  = probabilidade de ocorrência do *crossover*;  $C_e$  = constante de escalonamento;  $PenB$  = penalidade aplicada;  $P_m$  = probabilidade de ocorrência da mutação:  $P_m = \frac{1}{(Nunko \cdot Sublen)} = \frac{1}{(34 \cdot 12)}$ ; *Sublen* é o tamanho máximo dos caracteres binários das variáveis desconhecidas ( $Nunko$  =

diâmetro).

Figura 6 – Rede de distribuição de Hanói



As demandas de carga e restrições de cotas dos nós da rede são vistas na Tabela 2. Observa-se que não foram encontradas informações de cotas nos trabalhos consultados na literatura. Então, neste caso, os dados dos níveis do solo foram adotados como valores iniciais para que haja diferença de cota entre os nós. As propriedades dos tubos da rede se encontram na Tabela 3. Os custos dos diâmetros comerciais estão na Tabela 4.

Tabela 2 – Propriedades dos nós da rede – Hanói

Nó	Propriedades dos nós		Restrições de cotas	
	Demanda (m³/s)	Nív. Solo (m)	Hmín (m)	Hmáx (m)
1	-5,5389	100,00	30,00	100,00
2	0,2472	90,00	30,00	100,00
3	0,2361	80,00	30,00	100,00
4	0,0361	70,00	30,00	100,00
5	0,2014	60,00	30,00	100,00
6	0,2792	50,00	30,00	100,00
7	0,3750	40,00	30,00	100,00
8	0,1528	30,00	30,00	100,00
9	0,1458	45,00	30,00	100,00
10	0,1458	50,00	30,00	100,00
11	0,1389	55,00	30,00	100,00
12	0,1556	65,00	30,00	100,00
13	0,2611	75,00	30,00	100,00
14	0,1708	85,00	30,00	100,00
15	0,0778	95,00	30,00	100,00
16	0,0861	32,00	30,00	100,00
17	0,2403	33,00	30,00	100,00
18	0,3736	34,00	30,00	100,00
19	0,0167	35,00	30,00	100,00
20	0,3542	36,00	30,00	100,00
21	0,2583	37,00	30,00	100,00
22	0,1347	38,00	30,00	100,00
23	0,2903	39,00	30,00	100,00
24	0,2278	41,00	30,00	100,00
25	0,0472	42,00	30,00	100,00
26	0,2500	43,00	30,00	100,00
27	0,1028	44,00	30,00	100,00
28	0,0806	46,00	30,00	100,00
29	0,1000	47,00	30,00	100,00
30	0,1000	48,00	30,00	100,00
31	0,0292	49,00	30,00	100,00
32	0,2236	51,00	30,00	100,00



Tabela 3 – Propriedades dos tubos da rede – Hanói

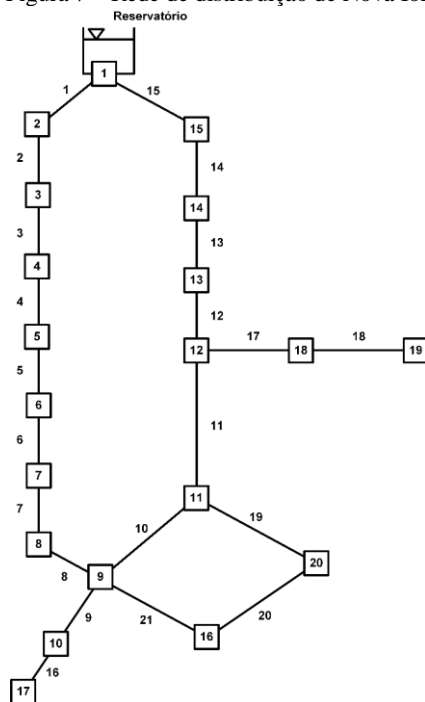
Propriedades dos elementos			Restrições de diâmetros	
Tubo	Nó I	Nó F	D <sub>min</sub> (m)	D <sub>máx</sub> (m)
1	1	2		
2	2	3		
3	3	4		
⋮	⋮	⋮	0,3048	1,0160
⋮	⋮	⋮		
33	31	32		
34	32	25		

Tabela 4 – Custos dos tubos da rede – Hanói

Custos dos tubos da rede		
Tubo	Diâmetro (m)	Custo/Comprimento (US\$/m)
1	0,3048	45,73
2	0,4064	70,40
3	0,5080	98,38
4	0,6096	129,33
5	0,7620	180,75
6	1,0160	278,28

O Caso 2 é baseado nos dados do trabalho de Montesinos, Garcia-Guzman e Ayuso (1999), que é uma rede de Nova Iorque, conforme Figura 7.

Figura 7 – Rede de distribuição de Nova Iorque



As demandas de carga e restrições de cotas dos nós da rede são vistas na Tabela 5. Observa-se, novamente, que não foram encontradas informações de cotas nos trabalhos consultados na literatura. Então, neste caso, os dados dos níveis do solo foram adotados como valores iniciais para que haja diferença de cota entre os nós. As propriedades dos tubos da rede se encontram na Tabela 6. Os custos dos diâmetros comerciais estão na Tabela 7.

Tabela 5 – Propriedades dos nós da rede – Nova Iorque

Propriedades dos nós		Restrições de		
Nó	Demanda (m³/s)	Nív. solo (m)	H <sub>mín</sub> (m)	H <sub>máx</sub> (m)
1	0,00	91,440	91,440	91,440
2	2,6168	77,724	77,724	91,440
3	2,6168	77,724	77,724	91,440
4	2,4978	77,724	77,724	91,440
5	2,4978	77,724	77,724	91,440
6	2,4978	77,724	77,724	91,440
7	2,4978	77,724	77,724	91,440
8	2,4978	77,724	77,724	91,440
9	4,8144	77,724	77,724	91,440
10	0,0283	77,724	77,724	91,440
11	4,8144	77,724	77,724	91,440
12	3,3163	77,724	77,724	91,440
13	3,3163	77,724	77,724	91,440
14	2,6168	77,724	77,724	91,440
15	2,6168	77,724	77,724	91,440
16	4,8144	79,248	79,248	91,440
17	1,6284	83,149	83,149	91,440
18	3,3163	77,724	77,724	91,440
19	3,3163	77,724	77,724	91,440
20	4,8144	77,724	77,724	91,440

Tabela 6 – Propriedades dos tubos da rede – Nova Iorque

Propriedades dos elementos			Restrições de diâmetros	
Tubo	Nó I	Nó F	D <sub>mín</sub> (m)	D <sub>máx</sub> (m)
1	1	2		
2	2	3		
3	3	4		
⋮	⋮	⋮	0,9144	5,1816
⋮	⋮	⋮		
19	11	20		
20	16	20		

Tabela 7 – Custos dos tubos da rede – Nova Iorque

Custos dos tubos da rede		Custo/Comprimento (US\$/m)
Tubo	Diâm. (m)	
1	0,9144	93,5
2	1,2192	134
3	1,5240	176
4	1,8288	221
5	2,1336	267
6	2,4384	316
7	2,7432	365
8	3,0480	417
9	3,3528	469
10	3,6576	522
11	3,9624	577
12	4,2672	632
13	4,5720	689
14	4,8768	746
15	5,1816	804

Propriedades da rede: a pressão mínima dos nós é de 77,724 m acima do nível do solo, conforme dados de Montesinos, Garcia-Guzman e Ayuso (1999). Parâmetros:  $C \cdot K = 10,675$ ;  $\alpha = 0,54$  (Tabela 1); coeficiente de Hazen-Williams ( $HW$ ) = 100.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados e discussões dos estudos de caso 1 e 2 são apresentados a seguir.

### 3.1 Caso 1

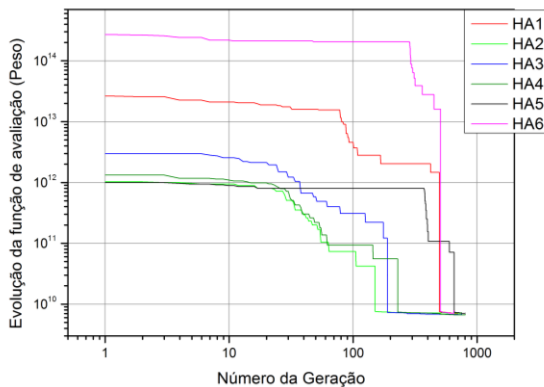
Os resultados dos estudos, Tabela 8, com as seis soluções mostram que houve um aumento em relação aos custos da solução de Cunha e Sousa (1999) que foi de US\$ 6.056.000,00. Os critérios de projeto foram atendidos para

que haja a execução do sistema pretendido. A evolução da função de avaliação, Figura 8, demonstra que a convergência dos resultados ocorre nos finais das gerações. Os resultados dos diâmetros obtidos para as análises realizadas se encontram na Tabela 9. As cotas piezométricas da rede de Hanói são vistas na Tabela 10.

Tabela 8 – Parâmetros e custos das soluções geradas pela formulação do AG – Hanói

Parâmetros e custos das soluções geradas pelos algoritmos genéticos								
solução	quant.	custo (indiv)	Maxg	$P_c$	Ce	Elitismo	PenB	$P_m$ Custo (US\$)
HA1	300	700	0,6	15	sim	8,00E+08	7.266.977,85	
HA2	305	750	0,5	5	sim	3,00E+07	7.280.325,48	
HA3	280	750	0,7	2	sim	9,00E+07	6.873.297,41	
HA4	230	800	0,5	10	sim	4,00E+07	0,0025 6.774.479,63	
HA5	130	800	0,6	3	sim	3,00E+07	7.150.201,60	
HA6	250	650	0,6	18	sim	8,00E+09	7.821.039,70	

Figura 8 – Evolução da função peso na rede de Hanói, Gráfico em escalas log<sub>10</sub>



As rotas adotadas com o critério *monjus* estão apresentadas na

Tabela , de modo que a sequência numérica representa os números dos tubos. A solução mais econômica encontrada para as simulações realizadas foi a HA4. Neste caso, a variação percentual  $\left(\frac{HA4-Cunha}{Cunha}\right) \cdot 100$  de Cunha e Sousa (1999) foi de 11,86%, a mais.

### 3.2 Caso 2

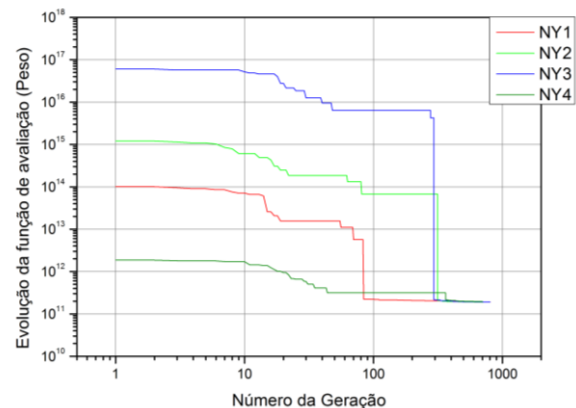
Quatro soluções foram geradas e suas características são apresentadas na Tabela 11. Os resultados dos estudos mostram, novamente, que houve um aumento, Tabela 11, em relação ao custo de US\$ 179.679.300,00 da solução encontrada na Tabela 11 de Montesinos, Garcia-Guzman e Ayuso (1999) ou Silva (2014). A proposta do critério *monjus* foi atendida para que haja a execução de sistema com o propósito de menor perda carga devido a decisão de processo de contração na direção do trajeto da rede (GUNDOGDU; KUTLAR; DUZ (2009) e SATISH *et al.* (2013)).

Os parâmetros da Tabela são apresentados como:  $P_c$  = probabilidade de ocorrência do *crossover*; Ce = constante de escalonamento; PenB – penalidade aplicada;  $P_m$  = probabilidade de ocorrência da mutação:  $P_m$  =

$\left(\frac{1}{(Nunko \cdot Sublen)}\right) = 1/(21 \cdot 12)$ ; Sublen é o tamanho máximo dos caracteres binários das variáveis desconhecidas, Nunko = diâmetro.

A evolução da função de avaliação, Figura 9, demonstra que a convergência dos resultados ocorre nos finais das gerações com exceção da solução NY1 que começou a convergir próximo da geração 100. Os resultados dos diâmetros obtidos para as análises realizadas e as rotas adotadas com critério *monjus* estão apresentadas na Tabela .

Figura 9 – Evolução da função peso na rede de Nova Iorque, Gráfico em escala log<sub>10</sub>



A solução mais econômica encontrada para as simulações realizadas foi a NY2. Neste caso, a variação percentual  $\left(\frac{NY2-Montesinos}{Montesinos}\right) \cdot 100$  de Montesinos, Garcia-Guzman e Ayuso (1999) foi de 3,85%, a mais. As cotas piezométricas são vistas na Tabela 13.



Tabela 9 – Diâmetro dos tubos – Hanói

				Tabela 3 - Diâmetros dos tubos							Rotas adotadas
Tubo	Nó I	Nó F	L (m)	Cunha	HA1	HA2	HA3	HA4	HA5	HA6	
				D (m)							
1	1	2	100,00	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	r <sub>1</sub> :1,2,3,4,5,6,7, 8,9,10,11,12
2	2	3	1.350,00	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	
3	3	4	900,00	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	
4	4	5	1.150,00	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	
5	5	6	1.450,00	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	
6	6	7	450,00	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	0,7620	r <sub>2</sub> :1,2,19,18,17, 16,15,14,13
7	7	8	850,00	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	0,7620	0,7620	0,7620	
8	8	9	850,00	1,0160	0,7620	1,0160	0,7620	0,7620	0,7620	0,7620	
9	9	10	800,00	1,0160	0,7620	1,0160	0,7620	0,7620	0,7620	0,7620	
10	10	11	950,00	0,7620	0,7620	0,7620	0,7620	0,7620	0,7620	0,7620	
11	11	12	1.200,00	0,6096	0,7620	0,7620	0,6096	0,7620	0,7620	0,6096	r <sub>3</sub> :1,2,20,21,22
12	12	13	3.500,00	0,6096	0,6096	0,6096	0,6096	0,6096	0,6096	0,6096	
13	10	14	800,00	0,5080	0,3048	0,3048	0,3048	0,3048	0,3048	0,4064	
14	14	15	500,00	0,4064	0,5080	0,3048	0,4064	0,4064	0,6096	0,7620	
15	15	16	550,00	0,3048	0,5080	0,4064	0,6096	0,5080	0,6096	1,0160	
16	16	17	2.730,00	0,3048	0,6096	0,6096	0,7620	0,6096	0,6096	1,0160	r <sub>4</sub> :1,2,20,23,24, 25,26,27,28
17	17	18	1.750,00	0,4064	0,6096	0,7620	0,7620	0,7620	0,6096	1,0160	
18	18	19	800,00	0,5080	0,6096	0,7620	0,7620	0,7620	0,7620	1,0160	
19	19	3	400,00	0,5080	0,7620	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	
20	3	20	2.200,00	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	
21	20	21	1.500,00	0,5080	0,7620	0,6096	0,5080	0,6096	0,6096	0,5080	r <sub>5</sub> :1,2,20,23,29, 30,31,32,33,34
22	21	22	500,00	0,3048	0,4064	0,3048	0,4064	0,4064	0,5080	0,3048	
23	20	23	2.650,00	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	1,0160	
24	23	24	1.230,00	0,7620	1,0160	0,7620	0,6096	0,7620	0,6096	0,7620	
25	24	25	1.300,00	0,7620	0,7620	0,6096	0,6096	0,7620	0,6096	0,7620	
26	25	26	850,00	0,5080	0,7620	0,6096	0,5080	0,5080	0,6096	0,7620	
27	27	28	300,00	0,3048	0,5080	0,4064	0,4064	0,4064	0,5080	0,5080	
28	27	16	750,00	0,3048	0,4064	0,4064	0,4064	0,3048	0,4064	0,4064	
29	23	28	1.500,00	0,4064	0,7620	0,7620	0,6096	0,6096	1,0160	0,7620	
30	28	29	2.000,00	0,3048	0,7620	0,7620	0,6096	0,6096	0,7620	0,7620	
31	29	30	1.600,00	0,3048	0,7620	0,7620	0,6096	0,5080	0,7620	0,6096	
32	30	31	150,00	0,4064	0,6096	0,7620	0,6096	0,5080	0,5080	0,6096	
33	31	32	860,00	0,4064	0,3048	0,4064	0,5080	0,4064	0,5080	0,6096	
34	32	25	950,00	0,6096	0,3048	0,4064	0,4064	0,4064	0,4064	0,4064	

Tabela 10 – Cotas piezométricas dos nós da rede – Hanói

Propriedades dos nós		Cotas Piezométricas H (m)					
Nó	Cunha	HA1	HA2	HA3	HA4	HA5	HA6
1 (reservatório)	100	100	100	100	100	100	100
2	97,165	97,141	97,141	97,141	97,141	97,138	97,138
3	61,996	61,671	61,671	61,671	61,671	61,633	61,633
4	57,227	57,975	57,883	58,234	58,226	58,240	58,996
5	51,315	53,415	53,207	53,999	53,98	54,058	55,765
6	45,073	48,739	48,399	49,695	49,664	49,816	52,598
7	43,607	47,697	47,321	48,752	48,718	48,889	49,971
8	41,848	46,579	46,151	47,776	44,739	45,023	47,675
9	40,442	43,185	45,270	44,887	41,834	42,215	46,192
10	39,402	40,885	44,667	42,992	39,926	40,385	45,38
11	37,849	39,326	43,107	41,432	38,367	38,825	43,821
12	34,434	38,170	41,951	38,004	37,211	37,669	40,393
13	30,239	33,962	37,743	33,796	33,003	33,461	36,185
14	35,490	39,545	41,775	43,334	40,208	41,131	52,903
15	33,438	39,893	44,446	45,856	42,672	41,534	53,451
16	30,358	40,856	46,649	46,573	44,386	42,328	53,651
17	30,513	44,101	53,590	50,717	52,777	47,985	56,138
18	44,291	51,101	57,233	56,011	56,883	57,524	58,652
19	55,990	60,099	61,171	61,035	61,132	61,17	60,626
20	50,887	50,067	51,546	51,912	51,032	50,038	52,552
21	41,576	48,770	47,699	42,566	47,185	46,192	43,206
22	36,423	47,498	42,538	41,294	45,914	45,763	38,044
23	44,733	43,521	46,235	46,902	45,296	43,499	48,087
24	39,030	42,866	43,880	39,843	42,170	38,34	45,660
25	35,344	41,615	40,811	36,719	40,568	36,503	44,575
26	31,442	41,297	39,868	34,428	38,277	35,561	44,256
27	30,154	40,939	44,787	43,519	41,638	42,405	47,622
28	39,118	41,172	44,740	43,287	41,673	42,635	47,316
29	30,206	39,896	43,161	38,690	39,040	40,273	45,813
30	30,468	39,368	42,451	36,637	36,830	39,065	43,846

31	30,749	39,316	42,423	36,555	36,787	38,615	43,770
32	33,204	33,787	39,919	35,749	36,499	36,532	43,465

Tabela 11 – Parâmetros e custos das soluções geradas pela formulação do AG – Nova Iorque

Parâmetros e custos das soluções geradas pelos algoritmos genéticos									
solução	quant.	custos (indiv.)	Maxg	P <sub>c</sub>	Ce	Elitismo	PenB	P <sub>m</sub>	Custos (US\$)
NY1	350		800	0,5	6	sim	5,00E+09		192.256.400,00
NY2	350		700	0,5	9	sim	6,00E+10	0,0039	186.589.600,00
NY3	350		800	0,7	13	sim	3,00E+12		188.507.200,00
NY4	400		700	0,5	2	sim	9,00E+07		196.513.500,00

Tabela 12 – Diâmetros dos tubos – Nova Iorque

				Montesinos	NY1	NY2	NY3	NY4	Rotas adotadas
Tubo	NóI	NóF	L (m)	D (m)					
1	1	2	3.535,68	4,5720	5,1816	5,18160	5,1816	5,1816	r <sub>1</sub> :1,2,3,4,5,6,7,8,21
2	2	3	6.035,04	4,5720	5,1816	5,18160	5,1816	5,1816	
3	3	4	2.225,04	4,5720	4,8768	5,18160	4,8768	5,1816	
4	4	5	2.529,84	4,5720	4,8768	4,87680	4,8768	4,8768	
5	5	6	2.621,28	4,5720	4,8768	4,87680	4,8768	4,8768	r <sub>2</sub> :1,2,3,4,5,6,7,8,9,16
6	6	7	5.821,68	4,5720	4,8768	4,57200	4,8768	4,8768	
7	7	8	2.926,08	3,3528	4,2672	4,26720	4,5720	4,5720	
8	8	9	3.810,00	3,3528	3,9624	3,96240	3,9624	4,2672	
9	9	10	2.926,08	4,5720	3,0480	3,35280	3,0480	3,6576	r <sub>3</sub> :15,14,13,12,11,19,20
10	10	11	3.413,76	5,1816	1,2192	0,91440	0,9144	1,2192	
11	11	12	4.419,60	5,1816	4,2672	3,65760	3,6576	3,0480	
12	12	13	3.718,56	5,1816	4,2672	4,57200	3,6576	4,2672	
13	10	14	7.345,68	5,1816	4,5720	4,87680	4,5720	4,8768	r <sub>4</sub> :15,14,13,12,17,18
14	14	15	6.431,28	5,1816	4,8768	5,18160	4,8768	5,1816	
15	15	16	4.724,40	5,1816	4,8768	5,18160	5,1816	5,1816	
16	16	17	8.046,72	1,8288	3,0480	2,74320	2,4384	3,0480	
17	17	18	9.509,76	1,8288	3,3528	3,04800	3,0480	3,3528	
18	18	19	7.315,20	1,5240	3,0480	2,13360	3,0480	3,0480	
19	19	3	4.389,12	1,5240	3,0480	2,13360	3,0480	2,4384	
20	3	20	11.704,32	1,5240	1,2192	0,91440	0,9144	1,2192	
21	20	21	8.046,72	1,8288	2,4384	3,04800	3,3528	3,0480	

Tabela 13 – Cotas piezométricas dos nós da rede – Nova Iorque

Propriedades dos nós		Cotas Piezométricas H (m)				
Nó	Montesinos	NY1	NY2	NY3	NY4	
1 (reservatório)	91,4400	91,4400	91,4400	91,4400	91,4400	
2	—	90,1409	90,1617	90,1159	90,0897	
3	—	88,2747	88,3280	88,2097	88,1427	
4	—	87,5102	87,7702	87,4276	87,5465	
5	—	86,7997	87,0750	86,6985	86,7979	
6	—	86,2130	86,5022	86,0941	86,1752	
7	—	85,2056	85,1617	85,0523	85,0977	
8	—	84,4866	84,4665	84,5177	84,5415	
9	—	83,5475	83,5649	83,5329	83,8212	
10	—	83,4783	83,5213	83,4637	83,7929	
11	—	81,9263	83,5951	80,4660	82,5145	
12	—	82,4103	84,6740	81,4291	84,7042	
13	—	83,9947	85,8341	84,6869	86,1947	
14	—	87,0009	88,0762	87,6178	88,2792	
15	—	89,3585	89,8642	89,9224	89,9544	
16	—	79,9673	82,0753	82,5889	82,2405	
17	—	83,2945	83,2141	82,9181	83,6088	
18	—	80,5684	81,7440	78,4991	82,8623	
19	—	79,9439	78,1974	77,8749	82,2378	
20	—	81,0853	79,7076	79,7875	80,6181	

## CONCLUSÕES

O método dos algoritmos genéticos aplicados com método de Newton para equações de fluxo juntamente com o critério *monjus* foram satisfatórios para encontrar as soluções pretendidas.

As mudanças na probabilidade de ocorrência do *crossover* P<sub>c</sub> foram testadas com variações de 0,2 a 0,8 para avaliar as possibilidades da formulação. Percebeu-se que a faixa em que se encontram as soluções está entre 0,5 e 0,8;

As variações dos valores das penalidades são importantes para obter as soluções. No entanto, existem

dificuldades para encontrar o valor que obtém uma solução. Para tal, demandaram-se vários testes de combinações;

As soluções com o critério *monjus* estão acima dos valores encontrados na literatura quando não se leva em conta a influência do processo de expansão ou contração no trajeto da rede. Os diâmetros executados tiveram valores percentuais de 3,85% a 11,86%, porém, essas soluções permitem executar bons projetos executivos que diminuem a perda de carga pela decisão de processo de contração, evitando a separação do fluxo.

## REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 12.218**: Projeto de rede de distribuição de água para abastecimento público. Rio de Janeiro, 1994.
- ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Fluid mechanics: fundamentals and applications**. New York: McGraw-Hill, 2006. PMCID:PMC1764603.
- COLEY, D. A. **An introduction to Genetic Algorithms for scientists and engineers**. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2010.
- CROWE, C. T.; ELGER, D. F.; WILLIAMS, B. C.; ROBERSON, J. A. **Engineering fluid mechanics**. 9. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.
- CUNHA, C. M.; SOUSA, J. Water distribution network design optimization: Simulated Annealing approach. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 125, p. 215-221, 1999. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1999\)125:4\(215\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1999)125:4(215)).
- DOODS, R. H. **Flow in pipe networks**. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2005. Disponível em: <[http://cee-ux49.cee.illinois.edu/cee490/public\\_html/](http://cee-ux49.cee.illinois.edu/cee490/public_html/)>. Acesso em: 16 jan. 2017.
- GUNDOGDU, M. Y.; KUTLAR, K. I.; DUZ, H. Analytical prediction of pressure loss through a sudden-expansion in two-phase pneumatic conveying lines. **Advanced Powder Technology**, v. 20, p. 48-54, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.appt.2008.02.001>.
- LINDEN, R. **Algoritmos Genéticos**. 3. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda., 2012.
- MONTESINOS, M. P.; GARCIA-GUZMAN, A.; AYUSO, J. L. Water distribution network optimization using a modified genetic algorithm. **Water Resources Research**, v. 35, n. 11, p. 3467-3473, 1999. <https://doi.org/10.1029/1999WR900167>.
- SATISH, G.; KUMAR, K. A.; PRASAD, V. V.; PASHA, S. K. M. Comparison of flow analysis of a sudden and gradual change of pipe diameter using fluent software. **IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology**, v. 02, p. 41-45, Dec. 2013. <https://doi.org/10.15623/ijret.2013.0212006>.
- SAVIC, D. A.; WALTERS, G. **Genetic algorithms for least-cost design of water distribution network**. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 123, p. 67-77, 1997. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1997\)123:2\(67\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1997)123:2(67)).
- SHAU, H. M.; LIN, B. L.; HUANG, W. C. Genetic Algorithms for design of pipe network systems. **Journal of Marine Science and Technology**, v. 13, n. 2, p. 116-124, 2005.
- SILVA, G. N. **Elaboração de um modelo de análise hidráulica para dimensionamentos ótimos de redes de abastecimento de água**. T.C.C. UFOB. Barreiras, BA, 2014, 56 f.
- SIVANANDAM, S. N.; DEEPA, S. N. **Introduction to Genetic Algorithms**. New York: Springer Berlin Heidelber, 2008.
- SWAMME, P. K.; SHARMA, K. A. **Design of water supply pipe networks**. Hoboken: John Willey & Sons, Inc., 2008.
- TEBCHARANI, G. J. **Projeto ótimo de redes de distribuição de água via algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande, MS, 2007, 117 p.
- VIANA, S. **Dimensionamento otimizado de redes de distribuição de água com componentes**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande, MS, 2007, 114 p.