

ANÁLISE INVERSA DA CURVA DO ENSAIO PRESSIOMÉTRICO UTILIZANDO O MODELO HIPERBÓLICO

INVERSE ANALYSIS OF A PRESSUREMETER TEST CURVE USING A HIPERBOLIC MODEL

Eduardo Souza Cândido¹, Roberto Francisco de Azevedo², Izabel Christina d'Almeida Duarte de Azevedo³, Enivaldo Minette⁴

Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa, MG

¹Mestre em Engenharia Civil, Geotecnia. E-mail: eduardo.candido@ufv.br

²Doutor em Engenharia Civil. E-mail: razevedo@ufv.br

³Doutora em Engenharia Civil. E-mail: iazevedo@ufv.br

⁴Doutor em Ciências Aplicadas – Geotecnia. E-mail: eminette@ufv.br

RESUMO

Este artigo apresenta a determinação dos parâmetros de um modelo elástico não linear a partir da análise dos resultados de ensaios pressiométricos. Para identificar o melhor conjunto de parâmetros do modelo foi necessário simular o ensaio com o método dos elementos finitos, definir uma função objetivo correspondente à diferença entre os resultados medidos no campo e obtidos numericamente e, por último, usar um algoritmo genético de otimização. Para a estimativa das populações iniciais do algoritmo, foi proposta a delimitação de um espaço de busca que utiliza parâmetros do modelo obtidos com ensaios triaxiais. Concluiu-se que o algoritmo genético se mostrou eficiente na retroanálise das curvas pressiométricas estudadas.

Palavras-Chave: Retroanálise, Modelos constitutivos, Ensaios de campo, Algoritmo genético.

ABSTRACT

This paper presents the determination of the parameters of a nonlinear elastic model from the analysis of the results of a pressuremeter tests. In order to identify the best set of parameters of the model was necessary to simulate the finite element method, define an objective function corresponding to the difference between the results measured in the field and obtained numerically and finally, to use a genetic optimization algorithm. For the estimation of the initial populations of the algorithm, it was proposed the delimitation of a search space that uses model parameters obtained with triaxial tests. It was concluded that the genetic algorithm was efficient in the back analysis of the studied pressuremeter curves.

Keywords: Back analysis, Constitutive models, In situ tests, Genetic algorithm.

1 – INTRODUÇÃO

Os modelos constitutivos têm a função de interpretar e prever o comportamento tensão-deformação-resistência de um determinado material.

Para que um modelo constitutivo possa ser utilizado em um procedimento numérico, é necessário calibrá-lo, ou seja, encontrar parâmetros apropriados que reproduzam a melhor resposta do modelo em relação aos resultados experimentais disponíveis.

Estes parâmetros são geralmente avaliados com base em ensaios de laboratório. No entanto, os valores obtidos podem ser influenciados por inevitáveis perturbações que ocorrem durante a extração do solo no campo e o transporte da amostra para o laboratório. De modo a superar essas dificuldades, os ensaios de campo podem ser recomendados como alternativa.

Nos ensaios de campo as questões relativas à amostragem e representatividade são quase que totalmente resolvidas, mas, no entanto, se tem mais dificuldades para controlar e medir diretamente as grandezas físicas necessárias para calibração dos modelos de comportamento do solo. Estas dificuldades levaram a

experiências bem sucedidas, onde se procurou identificar os parâmetros que definem o comportamento do solo por meio de análises inversas de ensaios de campo (CALVELLO; FINNO, 2004; LEVASSEUR *et al.*, 2008; YIN; HICHER, 2008; ARDALAN; ESLAMI; NARIMAN-ZADEH, 2009; PAPON, 2012; ZHANG, GALLIPOLI; AUGARDE, 2013)

A análise inversa (ou retroanálise) permite a identificação de parâmetros por meio da formulação de um problema matemático, geralmente de minimização de uma determinada função (função objetivo), cuja solução fornece o conjunto de parâmetros do modelo que representam a menor diferença entre os valores medidos no campo e os calculados numericamente.

Essas análises são normalmente realizadas com a utilização de técnicas de otimização que possibilitam a procura pelo mínimo da função objetivo (FO). Dentre as principais técnicas aplicadas em geotecnia destaca-se o algoritmo genético (AG) proposto por Holland (1992), um mecanismo de busca adaptativa que se baseia no princípio Darwiniano de seleção natural e reprodução genética. Jin *et al.* (2016) destacam que devido a sua robustez, eficiência e capacidade de fornecer um conjunto de

soluções próximas da solução ideal ao invés de uma única resposta, o que o torna mais prático do ponto de vista geotécnico, faz do AG uma das técnicas mais aplicadas para solução dos problemas em geotecnia (SAMARAJIVA; MACARI; WATHUGALA, 2005; LEVASSEUR *et al.*, 2008; BAROTH; MALECOT, 2010; ROKONUZZAMAN; SAKAI, 2010; HELENO, 2011; PAPON, 2012; JIN *et al.*, 2016; YIN *et al.*, 2017)

Dentro desse contexto, utilizar os resultados de medições diretas possíveis de serem feitas no campo para, por meio de análises inversas, estimar parâmetros de modelos constitutivos de comportamento do solo é um caminho que tem se mostrado promissor (LEDESMA; GENS; ALONSO, 1996; ZENTAR; HICHER; MOULIN, 2001; CALVELLO; FINNO, 2004; FINNO; CALVELLO, 2005; LEVASSEUR *et al.*, 2008; YIN; HICHER, 2008; BAROTH; MALECOT, 2010; HELENO, 2011; PAPON, 2012; ZHAO *et al.*, 2015; YIN *et al.*, 2017).

Este artigo apresenta a análise inversa da curva pressão-deslocamento radial obtida de um ensaio pressiométrico para determinar os parâmetros do modelo elástico não linear apresentado por Duncan; Wong; Mabry (1980). A otimização dos parâmetros foi realizada por meio de um algoritmo genético.

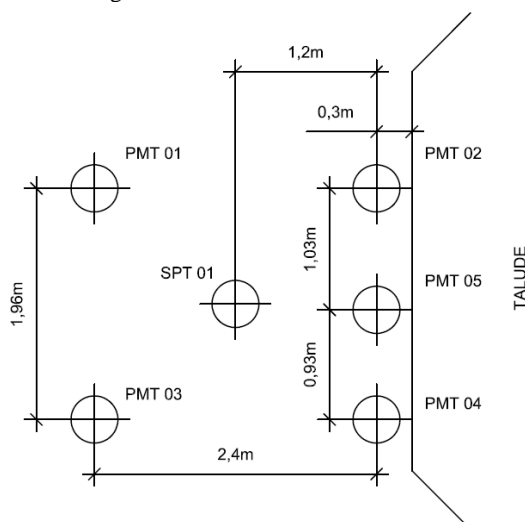
2 – MATERIAIS E MÉTODOS

Os ensaios descritos a seguir foram realizados no Laboratório de Mecânica dos Resíduos (LMR) do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Viçosa.

2.1 Ensaios pressiométricos

Foram realizados cinco ensaios pressiométricos (PMT) e uma sondagem SPT (Standard Penetration Test) nas proximidades de um talude de solo residual de gnaiss, na área externa do LMR. O posicionamento aproximado dos furos é apresentado na Figura 1.

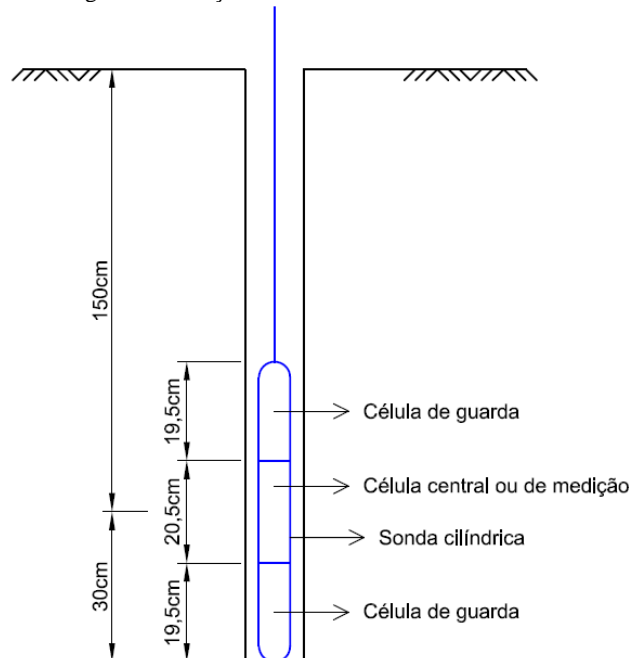
Figura 1 – Posicionamento dos furos



Foi utilizado um pressiômetro de Ménard do tipo GC, fabricado pela empresa francesa APAGEO, seguindo as recomendações das normas ASTM 4719:1987 e NF P 94-110:1991.

Primeiramente procedeu-se à calibração do equipamento de acordo com as especificações das normas empregadas. Posteriormente, foram realizados em todos os furos os ensaios a 1,5 m de profundidade (Figura 2), possibilitando assim a coleta de amostras indeformadas após a execução dos ensaios. Com a sonda inserida no furo foram aplicados incrementos de pressão de 50 kPa, por um período de 1 minuto, medindo-se a variação de volume por meio de leituras realizadas no volumímetro do equipamento aos 15, 30 e 60 segundos. Em todos os ensaios foram aplicados, no mínimo, 10 estágios de pressão.

Figura 2 – Posição e detalhamento da sonda no furo



2.2 Ensaios de laboratório

Para realização dos ensaios de laboratório foi aberta uma trincheira e coletada uma amostra indeformada na mesma profundidade dos ensaios pressiométricos.

Com a amostra foram realizados ensaios de caracterização geotécnica completa, ensaios triaxiais consolidados isotropicamente e drenados nas condições natural (CD_{nat}) e saturada (CD_{sat}), e cisalhamento direto na condição natural (CD_{nat}).

Na Tabela 1 são apresentadas a composição granulométrica, os limites de Atterberg e os índices físicos do solo, classificado, de acordo com o Sistema Unificado de Classificação dos Solos, como um silte de alta compressibilidade (CH).

Tabela 1 – Caracterização geotécnica do solo

Composição granulométrica			Limites de Atterberg	
Argila (%)	Silte (%)	Areia (%)	WL (%)	WP (%)
20	50	30	53	30
Índices físicos				
γ_{nat} (kN/m ³)	w (%)	γ_s (kN/m ³)	S_r (%)	n
16,0	29,2	28,7	64,7	0,6

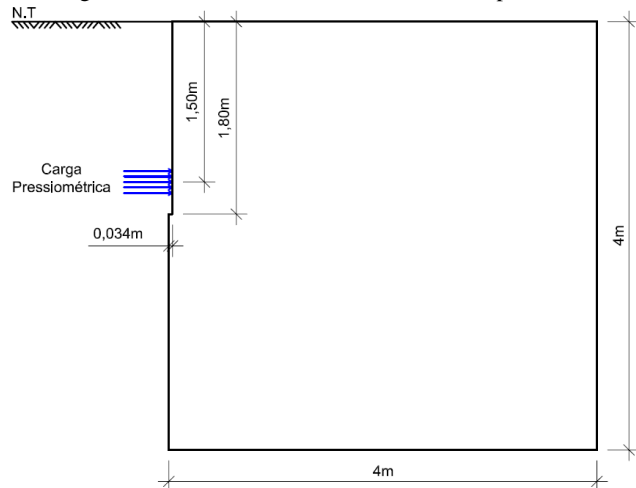
Em que: WL = limite de liquidez; WP = limite de plasticidade; γ_{nat} = peso específico natural; w = teor de umidade; γ_s = peso específico dos grãos; S_r = grau de saturação.

2.3 Análise numérica

As análises numéricas foram realizadas utilizando o programa Sigma/W do pacote GeoStudio 2007 desenvolvido pela Geo-Slope International Ltda.

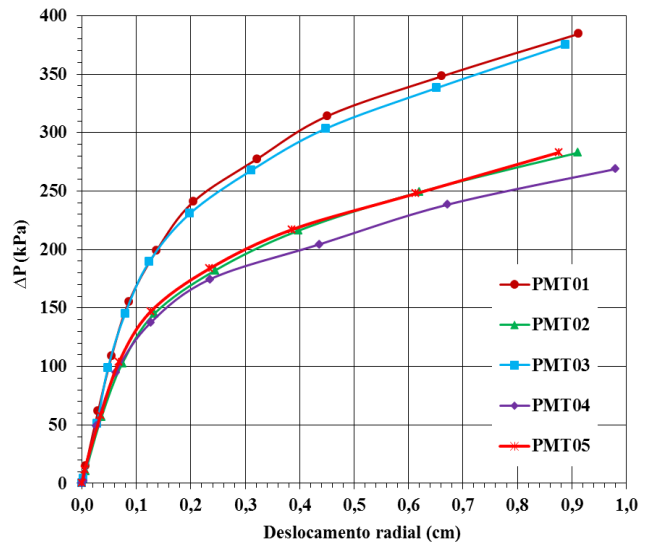
A malha de elementos finitos, definida por meio de um estudo de convergência de malha e com limites de fronteira apresentados na Figura 3, consistiu de 15.928 nós e 8.248 elementos quadrilaterais com interpolação não linear (oito nós); com maior discretização na região superior a base do furo.

Figura 3 – Limites de fronteira atribuídos ao problema



Por se tratar de um problema axissimétrico, as curvas pressiométricas foram representadas pelo deslocamento radial do centro da sonda ao invés do volume injetado, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Curvas pressiométricas



Do conjunto de ensaios pressiométricos foram utilizadas as curvas dos ensaios PMT01 e PMT03 para serem retroanalisadas, uma vez que os resultados foram próximos e a localização dos furos facilitaria a abertura de uma trincheira para coleta das amostras indeformadas. Com base no ensaio PMT01 dividiu-se o carregamento final aplicado de 385 kPa em 100 incrementos de 3,85 kPa para realização das análises.

2.4 Análise inversa

Este processo consiste basicamente em definir a função objetivo e o número de indivíduos para compor as populações genéticas iniciais; avaliar cada indivíduo por meio da modelagem do ensaio pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) e da comparação entre os resultados numéricos e experimentais; utilizar operadores genéticos para gerar descendentes dos melhores indivíduos; avaliar os novos indivíduos; e, definir um critério de parada.

A função objetivo que mede a diferença entre os resultados experimentais e os calculados pelo método dos elementos finitos foi definida de acordo com a Equação 1.

$$\text{erro}_\delta = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\delta^{\text{MEF}} - \delta^{\text{Campo}})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\delta^{\text{Campo}})^2}} \quad (1)$$

Em que: erro_δ representa o erro relativo entre o deslocamento verificado no campo (δ^{Campo}) e o deslocamento calculado numericamente (δ^{MEF}).

Como não se dispunha de um programa de elementos finitos no qual o algoritmo genético estivesse implementado, o espaço de busca foi limitado para que o procedimento genético não se tornasse extremamente trabalhoso e inviável de ser feito sem automação.

A partir dos ensaios triaxiais foi realizada a calibração

do modelo e, por meio de modificações direcionadas dos parâmetros obtidos, pode-se determinar um conjunto, indivíduos, de parâmetros, genes, com um erro relativo de 15%, aproximadamente, conjunto preliminar. Sobre este foi aplicada uma taxa de variação de $\pm 10\%$ criando, assim, o intervalo de valores (Tabela 2) para aplicação do procedimento genético e uma limitação do espaço de busca.

Tabela 2 – Limites inferior e superior de cada parâmetro para aplicação do algoritmo genético

Conjunto	E_i (kPa)	c' (kPa)	ϕ' (°)	R_f	ν
Superior	9.900	22	28,05	1,00	0,28
Preliminar	9.000	20	25,50	0,95	0,25
Inferior	8.100	18	22,95	0,86	0,23

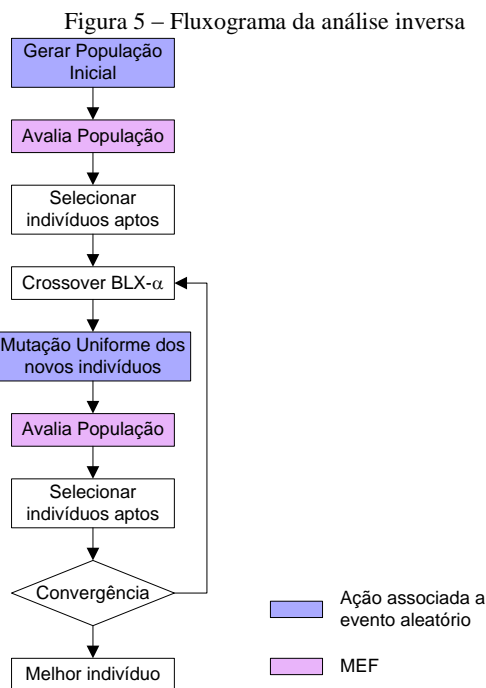
Em que: E_i = módulo de elasticidade inicial; c' = coesão efetiva; ϕ' = ângulo de atrito efetivo; R_f = razão de ruptura; ν = coeficiente de Poisson.

O conjunto de indivíduos da população inicial foi avaliado pelo MEF, os indivíduos ordenados em relação ao valor da função objetivo e os 5 mais adaptados (menor valor da função objetivo), eram selecionados para compor a população principal.

Os indivíduos selecionados foram levados para dar origem à 1ª geração, tornando-se pais, onde foi realizado o cruzamento utilizando o operador *crossover* BLX- α (com α igual a 0,5) gerando, assim, a população dos descendentes.

De modo a evitar a estagnação em uma única região do espaço de busca, a população dos descendentes passava por um processo de mutação do tipo uniforme. Para cada gene dos 20 descendentes disparava-se um número aleatório entre 0 e 1, e caso fosse inferior à taxa de mutação estipulada ($T_m = 0,1$), o gene seria modificado. A modificação se deu por um número aleatório gerado entre os valores dos seus limites inferior e superior.

Depois de analisar os descendentes, eles foram ordenados, juntamente com os pais, em ordem crescente do erro relativo da função objetivo. Esse conjunto de indivíduos, compostos por 5 pais e 20 filhos, formavam a população intermediária. Dessa população foram selecionados os 5 indivíduos mais aptos para comporem a população principal na 2ª geração. O procedimento foi repetido até a 5ª geração seguindo o fluxograma conforme Figura 5.



3 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 3 são mostrados os parâmetros de resistência do solo determinados pelos ensaios triaxial e cisalhamento direto.

Na Tabela 4 são mostrados os parâmetros do modelo hiperbólico calibrado a partir dos resultados de ensaios de laboratório. Notar que, o modelo hiperbólico utilizado na modelagem numérica dos ensaios pressiométricos considerou E_i e ν constantes (Tabela 2), enquanto que na simulação dos ensaios de laboratório ambos variaram conforme as Equações 2 (JANBU, 1963) e 3, respectivamente.

Tabela 3 – Parâmetros de resistência do solo

Ensaio	Coesão efetiva (kPa)	Ângulo de atrito efetivo (°)
CID_{nat}	24,2	31,0
CID_{sat}	5,0	32,5
CD_{nat}	61,4	30,6

Como no ensaio CID_{nat} não se mediu a variação volumétrica, não foi possível determinar os parâmetros K_b e m .

Tabela 4 – Parâmetros calibrados pelos ensaios triaxiais

Parâmetro	CID_{sat}	CID_{nat}
K	128,9	257,1
n	0,4940	0,6148
K_b	14,5	-
m	0	-
R_f	0,998	1,000
c' (kPa)	5,0	24,2
ϕ' (°)	33	31

$$E_i = K \cdot P_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (2)$$

Em que: K e n são parâmetros adimensionais do material e P_a é a pressão atmosférica, utilizada para normalização das unidades.

$$\nu = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_a} \right) \quad (3)$$

Em que: ε_a e ε_v são as deformações axial e volumétrica, respectivamente.

Nas Figuras 6 e 7 são mostradas as comparações entre os resultados experimentais e as curvas reconstituídas com base nos parâmetros definidos na calibração com o ensaio CID_{sat} e CID_{nat}. No geral, nota-se que o modelo não foi capaz de representar satisfatoriamente as curvas experimentais.

Figura 6 – Comparação entre os resultados experimentais (CID_{sat}) e fornecidos pelo modelo hiperbólico (MH)

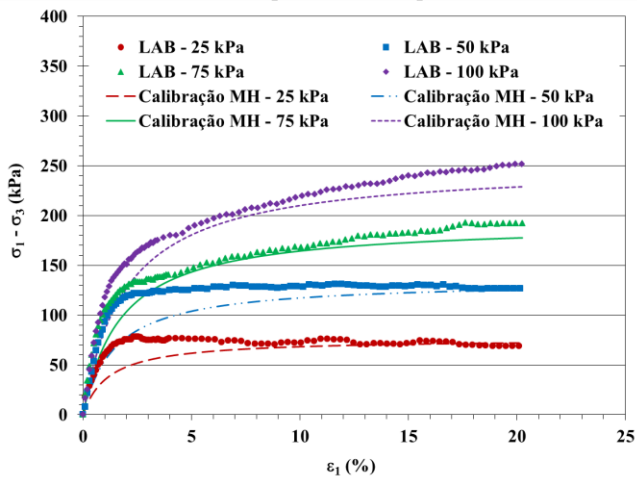
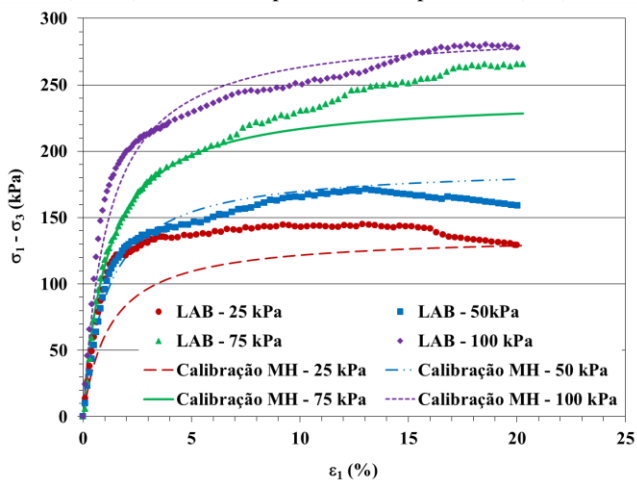


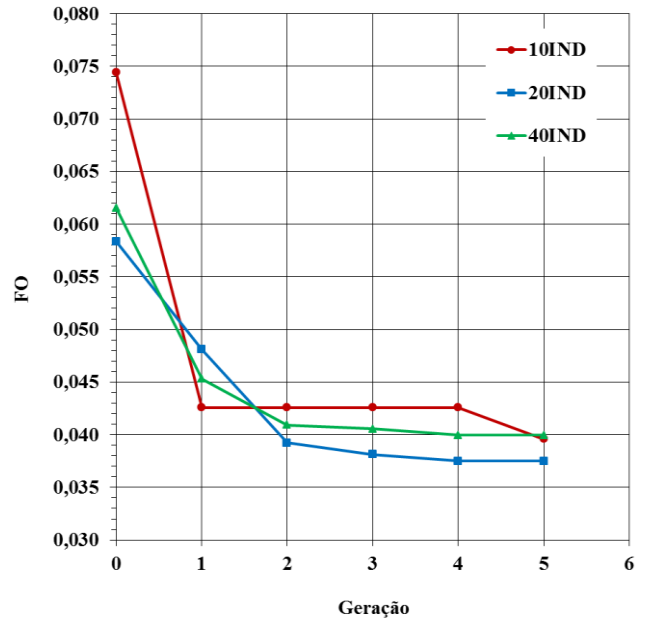
Figura 7 – Comparação entre os resultados experimentais (CID_{nat}) e fornecidos pelo modelo hiperbólico (MH)



Na Figura 8 são mostrados os resultados dos valores

mínimos da FO obtidos em cada geração e para todas as populações iniciais consideradas: 10, 20 e 40 indivíduos. Pode-se verificar que, até a geração estudada, o aumento da população inicial não apresentou uma relação inversa com o valor da FO.

Figura 8 – Convergência do algoritmo genético



A calibração do modelo realizada por meio dos ensaios triaxiais serviu como ponto de partida na busca por um indivíduo preliminar a ser utilizado para criação do intervalo de valores (Tabela 2) para aplicação do procedimento genético e limitação do espaço de busca.

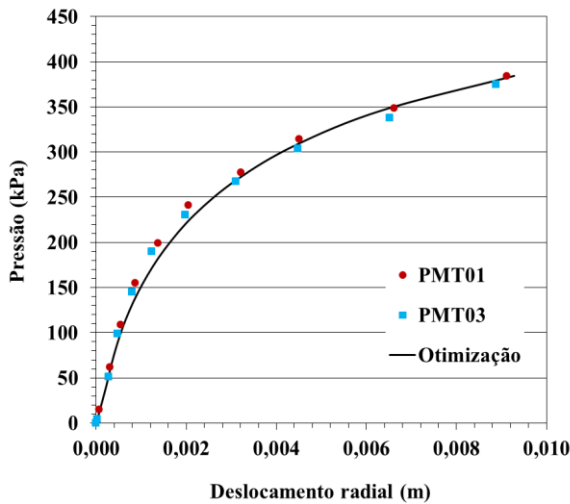
Pode-se constatar que a busca por um indivíduo preliminar facilitou a convergência para valores inferiores a 5% com apenas 5 gerações, o que dificilmente teria acontecido caso o ponto de partida apresentasse erros superiores aos preestabelecidos (15%). Na Tabela 5 consta o conjunto de parâmetros do melhor indivíduo encontrado, cujo erro foi de 3,75%.

Tabela 5 – Parâmetros do melhor indivíduo

Conjunto	E_i (kPa)	c' (kPa)	ϕ' (°)	R_f	ν
Melhor indivíduo	8.650,66	18,80	24,51	0,90	0,28

Na Figura 9 é apresentada uma comparação entre os pontos obtidos no campo (PMT01 e PMT03) e a curva numérica gerada pelo MEF com o conjunto de parâmetros do indivíduo de menor valor da FO (Tabela 5). Pode-se observar que o modelo representou de forma adequada os ensaios estudados.

Figura 9 – Comparação da curva dos ensaios PMT01 e PMT03 com a curva gerada pelos parâmetros otimizados



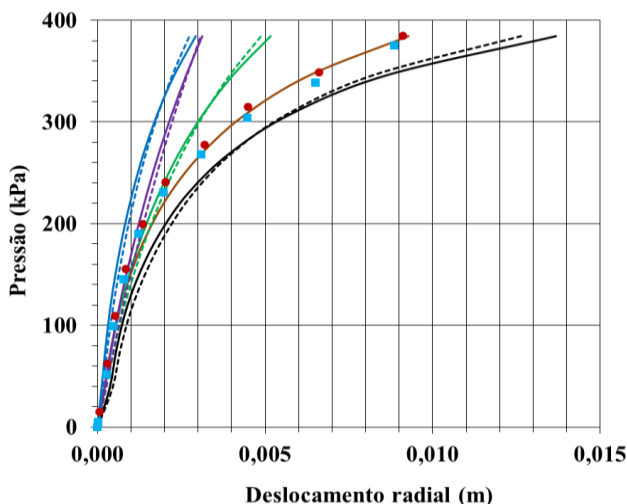
- PMT01
- PMT03
- Otimização
- Calibração com o ensaio CIDsat - Ei (Constante)
- Calibração com o ensaio CIDsat - Ei (Janbu, 1963)
- Calibração com o ensaio CID natural - Ei (Constante)
- Calibração com o ensaio CID natural - Ei (Janbu, 1963)
- Calibração CIDsat com parâmetros de resistência do ensaio CIDnat - Ei (Constante)
- Calibração CIDsat com parâmetros de resistência do ensaio CIDnat - Ei (Janbu, 1963)
- Calibração CIDsat com parâmetros de resistência do ensaio CDnat - Ei (Constante)
- Calibração CIDsat com parâmetros de resistência do ensaio CDnat - Ei (Janbu, 1963)

Na Figura 10 são mostradas as curvas obtidas com os parâmetros determinados pelas calibrações com os ensaios triaxiais. Além disso, tomou-se a calibração com o ensaio CID_{sat} e foram alterados os parâmetros de resistência pelos valores obtidos nos ensaios CID_{nat} e CD_{nat} . Os resultados foram comparados com a curva otimizada e os ensaios de campo.

Pode-se observar que a curva otimizada encontra-se, no geral, entre a calibração com o CID_{sat} e a calibração utilizando o ensaio CID_{nat} . A diferença entre as curvas utilizando os parâmetros de resistência na condição natural e saturada consiste basicamente na influência da coesão, uma vez que o aumento deste parâmetro leva a obtenção de maiores valores de módulo de elasticidade tangente; obtendo assim menores deslocamentos.

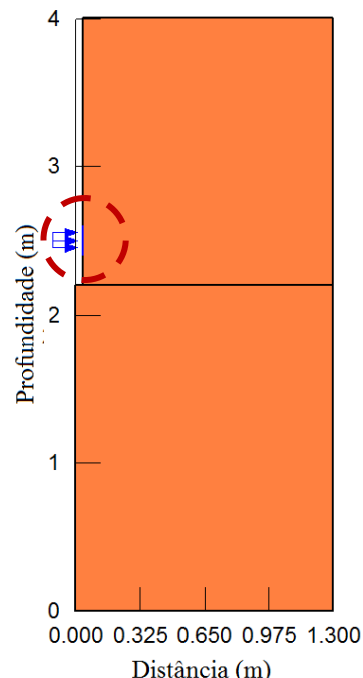
Quanto à comparação das curvas utilizando o módulo de elasticidade inicial constante ou variável percebeu-se que, em média, o erro entre elas foi de 6%. Quando comparadas com os resultados dos ensaios de campo verificou-se que, neste caso, considerar ou não a variação de E_i leva a um erro de apenas 1%.

Figura 10 – Comparação entre a curva experimental e modelo calibrado com os ensaios de resistência

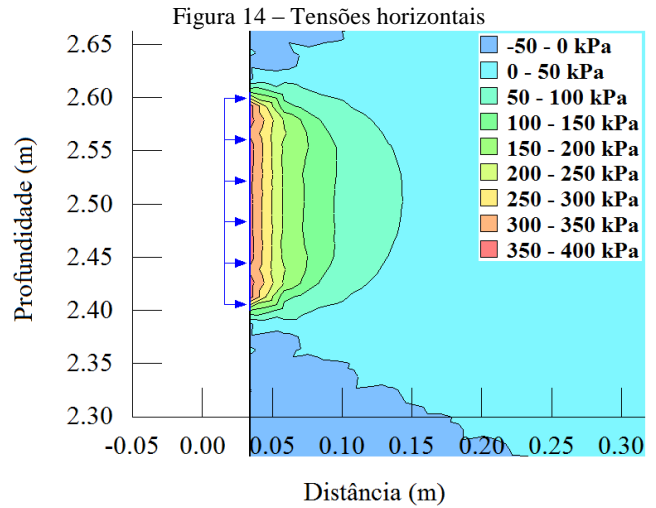
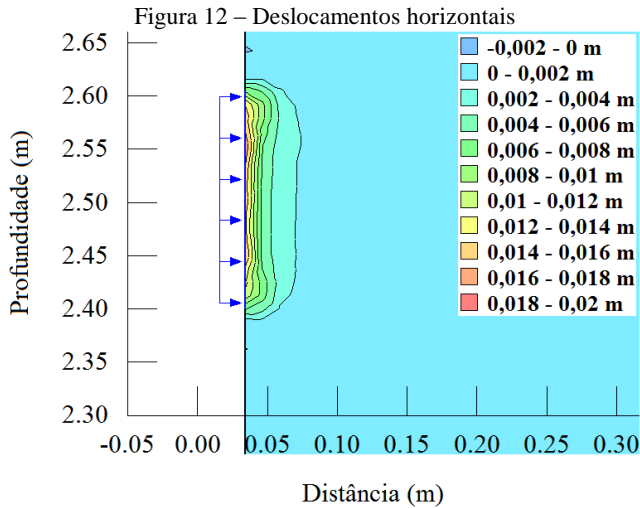


Com o conjunto de parâmetros otimizados foram geradas, no Sigma/W, as isocurvas de deslocamentos e as isóbaras de tensões horizontais e verticais, correspondentes ao último estágio de aplicação da carga (385 kPa) pressiométrica na região detalhada na Figura 11.

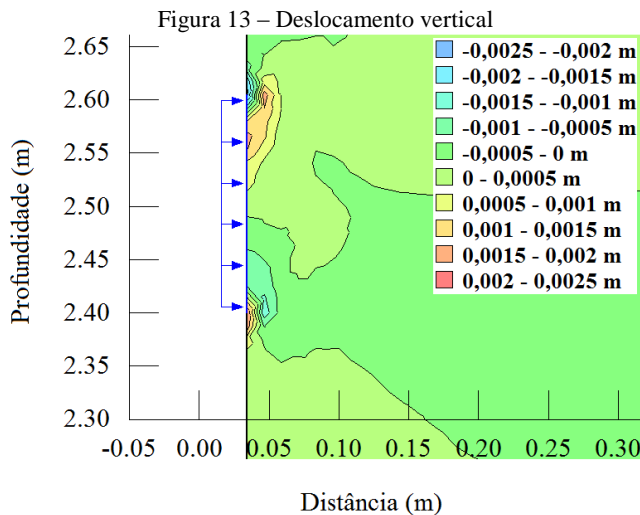
Figura 11 – Região estudada no Sigma/W



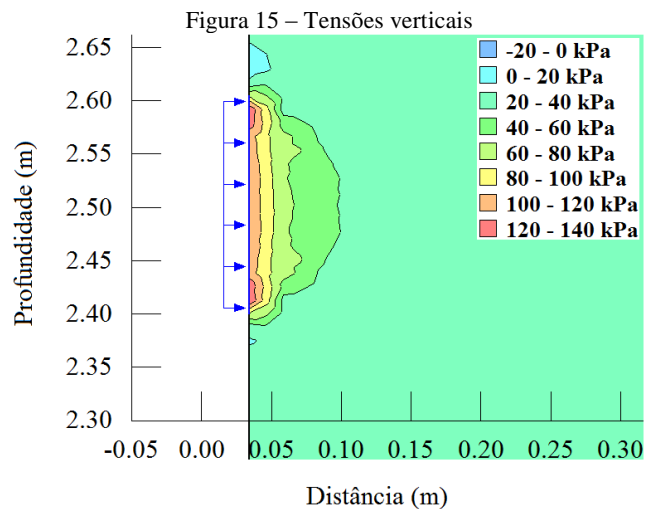
Nas isocurvas de deslocamento horizontal (Figura 12) verifica-se que o deslocamento máximo ocorre ao longo de aproximadamente toda a superfície de aplicação da carga e que a partir de 7 cm de distância os deslocamentos horizontais se tornam praticamente nulos.



Nas isocurvas de deslocamentos verticais (Figura 13) observa-se que os deslocamentos máximos se concentram nas extremidades da área de aplicação da carga pressiométrica. Estes deslocamentos foram positivos, para baixo, na parte inferior e negativos, para cima, na parte superior.



Na Figura 15 constam as isóbaras de tensões verticais onde se observa uma concentração de tensões verticais nas extremidades da área de aplicação da carga pressiométrica, coincidentes com os máximos valores de deformações observados na Figura 13, como era de se esperar.



CONCLUSÃO

Nota-se, na Figura 14, que a tensão horizontal é cerca de 10% da tensão aplicada a uma distância de 16 cm. Nos bulbos de tensão, habitualmente encontrados na literatura com elasticidade linear (POULOS; DAVIS, 1974), isso só ocorre a uma distância correspondente a cerca de duas vezes a altura da célula central. Esta diferença pode ser atribuída ao fato de se ter um problema axissimétrico e não de deformação plana.

As principais conclusões encontradas no trabalho foram:

A análise realizada com os parâmetros do modelo hiperbólico, obtidos a partir da calibração feita com base nos ensaios de laboratório, não apresentou resultados satisfatórios quando comparados com os resultados de campo;

A busca por um conjunto de parâmetros preliminares a partir destes ensaios contribuiu para convergência do problema, uma vez que com apenas cinco gerações foi possível obter um indivíduo com 3,75% de erro;

Observou-se que a diferença entre os melhores indivíduos obtidos nos procedimentos com diferentes populações iniciais foi de 0,25%. Assim, conclui-se que uma nítida correlação entre o tamanho da população e o valor da FO só será possível de ser obtida após um número considerável de gerações, o que é inviável de ser feito sem

implementação do procedimento genético em um programa de MEF;

Pode-se mostrar que os pontos experimentais se encontram exatamente entre os resultados obtidos com os parâmetros da calibração com o ensaio CID_{sat} e os obtidos com esses genes, mas substituindo os parâmetros de resistência pelos obtidos nos ensaios CID_{nat} e CD_{nat} . Assim, para este estudo, estes ensaios serviriam como ponto de partida para delimitação de um espaço de busca para realização do procedimento genético;

Na análise numérica do ensaio pressiométrico realizada com os parâmetros do melhor indivíduo encontrado observou-se que:

– As isóbaras de tensões horizontais foram menos profundas do que o que normalmente se encontra na literatura (POULOS; DAVIS, 1974), possivelmente porque a análise foi realizada com um modelo não linear de comportamento do solo;

– Os deslocamentos horizontais foram praticamente uniformes, o que era de se esperar devido a homogeneidade das tensões horizontais atuantes ao longo da célula central.

As isóbaras de tensões verticais apresentaram concentração de tensões nos bordos da célula central, refletindo assim em maiores deslocamentos verticais. Esse fato se deve aos “efeitos de borda” na célula central causados pela dificuldade de simulação do confinamento da célula central pelas células de guarda nas análises numéricas.

AGRADECIMENTOS

À CAPES pela bolsa de mestrado concedida ao primeiro autor e à Universidade Federal de Viçosa pela estrutura oferecida para a realização dos trabalhos.

REFERÊNCIAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING OF MATERIALS. **D4719**: Standard Test Method for Prebored Pressuremeter Testing in Soils. West Conshohocken, Pennsylvania, 1987.

ARDALAN, H.; ESLAMI, A.; NARIMAN-ZADEH, N. Piles shaft capacity from CPT and CPTu data by polynomial neural networks and genetic algorithms. **Computers and Geotechnics**, v. 36, n. 4, p. 616-625, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2008.09.003>.

ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION. **NF P 94-110**: Sols: reconnaissance et essais. Essai pressiométrique Ménard. 1991, 32 p.

BAROTH, J.; MALECOT, Y. Probabilistic analysis of the inverse analysis of an excavation problem. **Computers and Geotechnics**, v. 37, n. 3, p. 391-398, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2009.12.006>.

CALVELLO, M.; FINNO, R. J. Selecting parameters to optimize in model calibration by inverse analysis.

Computers and Geotechnics, v. 31, n. 5, p. 410-424, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2004.03.004>.

DUNCAN, J. M.; WONG, K. S.; MABRY, P. Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for finite element analyses of stresses and movements in soil masses. In: **Geotechnical engineering**. University of California, 1980.

FINNO, R. J.; CALVELLO, M. Supported excavations: Observational method and inverse modeling. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 131, n. 7, p. 826-836, 2005. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2005\)131:7\(826\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2005)131:7(826)).

HELENO, A. F. **Análise inversa da prova-de-carga em uma sapata rígida utilizando o método dos elementos finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, 2011.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. MIT Press, Cambridge, 1992.

JANBU, N. Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial test. In: **Proceedings of the Third European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**, Wiesbaden, Germany, p. 19-25, 1963.

JIN, Y.; YIN, Z.; SHEN, S.; HICHER, P. Selection of sand models and identification of parameters using an enhanced genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 40, n. 8, p. 1219-1240, 2016. <https://doi.org/10.1002/nag.2487>.

LEDESMA, A.; GENS, A.; ALONSO, E. Estimation of parameters in geotechnical back analysis – I. maximum likelihood approach. **Computers and Geotechnics**, v. 18, n. 1, p. 1–27, 1996. [https://doi.org/10.1016/0266-352X\(95\)00021-2](https://doi.org/10.1016/0266-352X(95)00021-2).

LEVASSEUR, S.; MALÉCOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Soil parameter identification using a genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 32, n. 2, p. 189-213, 2008. <https://doi.org/10.1002/nag.614>.

PAPON, A.; RIOU, Y.; DANO, C.; HICHER, P. Single-and multi-objective genetic algorithm optimization for identifying soil parameters. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 36, n. 5, p. 597-618, 2012. <https://doi.org/10.1002/nag.1019>.

POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. **Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics**, John Wiley & Sons, New York. 411p, 1974.

ROKONUZZAMAN, M.; SAKAI, T. Calibration of the parameters for a hardening–softening constitutive model using genetic algorithms. **Computers and Geotechnics**, v. 37, n. 4, p. 573-579, 2010.

<https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2010.02.007>.

SAMARAJIVA, P.; MACARI, E.; WATHUGALA, W. Genetic algorithms for the calibration of constitutive models for soils. **International Journal of Geomechanics**, v. 5, n. 3, p. 206-217, 2005.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1532-3641\(2005\)5:3\(206\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641(2005)5:3(206)).

YIN, Z.; HICHER, P. Identifying parameters controlling soil delayed behaviour from laboratory and in situ pressuremeter testing. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 32, n. 12, p. 1515-1535, 2008.
<https://doi.org/10.1002/nag.684>.

YIN, Z.; JIN, Y.; SHEN, S.; HICHER, P. Optimization techniques for identifying soil parameters in geotechnical engineering: Comparative study and enhancement. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, p. 1-25, 2017.

ZENTAR, R.; HICHER, P.; MOULIN, G. Identification of soil parameters by inverse analysis. **Computers and Geotechnics**, v. 28, n. 2, p. 129-144, 2001.
[https://doi.org/10.1016/S0266-352X\(00\)00020-3](https://doi.org/10.1016/S0266-352X(00)00020-3).

ZHANG, Y.; GALLIPOLI, D.; AUGARDE, C. Parameter identification for elasto-plastic modelling of unsaturated soils from pressuremeter tests by parallel modified particle swarm optimization. **Computers and Geotechnics**, v. 48, p. 293-303, 2013.
<https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2012.08.004>.

ZHAO, B.; ZHANG, L.; JENG, D.; WANG, J.; CHEN, J. Inverse analysis of deep excavation using differential evolution algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 39, n. 2, p. 115-134, 2015.
<https://doi.org/10.1002/nag.2287>.