

ANÁLISE DA FORÇA CRÍTICA DE FLAMBAGEM EM ARCOS CIRCULARES BIARTICULADOS SUJEITOS A CARREGAMENTO ASSIMÉTRICO

CRITICAL BUCKLING LOAD ANALYSIS OF CIRCULAR ARCHES UNDER ASYMMETRIC LOADING

Thiago Damasceno Silva¹, Francisco Antonio Romero Gesualdo²

¹Mestre em Engenharia Civil, Universidade de Uberaba, MG, Brasil. E-mail: damasceno.tds@gmail.com

²Doutor em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil, Uberlândia, MG, Brasil. E-mail: gesualdo@ufu.br.

RESUMO

A instabilidade por flambagem é uma das possíveis falhas relacionadas às estruturas de construção civil. A possibilidade de flambagem é associada à combinação dos efeitos de compressão e flexão, logo estruturas que trabalham fundamentalmente à compressão podem ser afetadas, como pilares e arcos. Dessa forma, neste trabalho são investigadas as forças críticas de flambagem em arcos circulares biarticulados submetidos à ação de força concentrada na direção radial. A posição da força é considerada como variável ao longo da estrutura, sendo analisados ao todo quatro pontos de aplicação da força no arco. O método das forças e a resolução da equação diferencial da linha elástica para barras curvas são aplicados na análise de instabilidade e determinação de forças críticas. Um processo alternativo é adaptado para análise, desenvolvido a partir da aplicação do Método dos Resíduos Ponderados e Método de Galerkin. Adicionalmente, é realizada simulação numérica em programa computacional baseado no Método dos Elementos Finitos, para comparação dos resultados. Por meio da análise dos resultados obtidos, constata-se que as formulações propostas são factíveis e houve aproximação satisfatória em relação à simulação numérica efetuada para uma parcela considerável dos arcos estudados.

Palavras-chave: Arco circular, flambagem, instabilidade estrutural.

ABSTRACT

The buckling instability is one of the possible structural failures. The possibility of buckling is associated with the combination of compression and bending effects, so structures that work fundamentally to compression can be affected, such as columns and arches. Thus, in this work the critical buckling loads in two-hinged circular arches subjected to the action of concentrated force in the radial direction are investigated. The position of the force is considered as variable along the structure, and four points of force's application in the arch are analyzed. The force method and resolution of the differential equation of elastic line for curved bars are applied in the instability analysis and determination of critical buckling loads. An alternative process is adapted for analysis, developed from the application of the Weighted Residues Method and Galerkin Method. In addition, numerical simulation is performed in a Finite Element Method computer program to compare the results. According to the analysis of the obtained results, it is verified that the formulations proposed are feasible and there was a satisfactory approximation in relation to the numerical simulation achieved for a considerable portion of the studied arches.

Keywords: Circular arch, buckling, structural instability.

1 – INTRODUÇÃO

Arcos são estruturas planas aplicadas na construção civil desde a Antiguidade, cuja função é vencer vãos e transmitir esforços solicitantes para outros elementos da superestrutura ou diretamente para a infraestrutura. A eficiência estrutural dos arcos é associada à capacidade de reduzir ou eliminar esforços internos conforme sua geometria e ações solicitantes.

Internamente, os arcos são afetados principalmente por esforços de compressão, enquanto também podem suportar cisalhamento, flexão e torção. Assim como outras estruturas sujeitas predominante ao esforço de compressão, os arcos podem sofrer instabilidade estrutural. Tal fenômeno é considerado um estado limite de serviço, e tem influência na avaliação da capacidade resistente da estrutura conforme análise de estado limite último de flexocompressão. Dessa forma, é um critério que deve ser previsto e evitado em situação de projeto.

Um dos procedimentos empregados para estimar a capacidade resistente de estruturas quanto ao fenômeno de flambagem é relacionado à análise de equações diferenciais de deslocamentos, que possibilita a determinação de valores críticos para a solicitação atuante na estrutura, em função de propriedades geométricas e de rigidez. A resolução dessas equações diferenciais pode, inclusive, ser executada a partir de análise numérica, sendo o Método dos Resíduos Ponderados e Método de Galerkin exemplos de métodos amplamente utilizados nesse contexto.

O objetivo deste trabalho consiste na análise da força crítica de flambagem de arcos circulares biarticulados conforme variação da relação flecha/vão, sujeitos à ação de força concentrada na direção radial, um caso específico de carregamento assimétrico. Para efeito de comparação, a análise também foi efetuada considerando a ação da força concentrada no meio do vão, carregamento simétrico. Além disso, um modelo alternativo foi proposto para análise da força crítica de flambagem em arcos circulares,

desenvolvido conforme a adaptação de conceitos associados ao Método dos Resíduos Ponderados e ao Método de Galerkin para resolução da equação diferencial do deslocamento, e realizada análise numérica pelo método dos elementos finitos a partir da utilização do programa computacional ANSYS.

2 – PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

Neste trabalho optou-se por efetuar a análise da força crítica de flambagem dos arcos de forma associada a coeficientes de flambagem, propriedades adimensionais que permitem padronizar e simplificar a análise realizada. Tal procedimento é comumente adotado nesse padrão de análise, como efetuado por Timoshenko e Gere (1961), Xanthakos (1993) e Karnovsky (2012). A equação da força crítica P_{cr} é dada em função do coeficiente de flambagem K na Equação [1]. Nessa expressão, as demais propriedades são constantes da estrutura: módulo de elasticidade longitudinal do material (E), momento de inércia da seção transversal (I) e vão entre apoios (L). No caso clássico de uma barra comprimida biarticulada, por exemplo, é amplamente conhecido que em tal situação tem-se $K = \pi^2$, como formulado por Leonhard Euler no século XVIII. Os coeficientes de flambagem também são conhecidos como forças críticas unitárias (ZIEMIAN, 2010). No caso dos arcos circulares, os coeficientes de flambagem são influenciados pela relação flecha/vão.

$$P_{cr} = K \cdot \frac{E \cdot I}{L^2} \quad [1]$$

No contexto dos arcos circulares investigados neste trabalho, os coeficientes de flambagem são determinados a partir de três procedimentos: um modelo teórico, fundamentado na teoria de flambagem, um modelo aproximado, desenvolvido segundo conceitos do Método dos Resíduos Ponderados e do Método de Galerkin, e simulação numérica no programa computacional ANSYS, baseado no método dos elementos finitos. Com o objetivo de observar a variação dos coeficientes de flambagem, essa propriedade é determinada de acordo com dez valores atribuídos à relação flecha/vão do arco circular, sendo os valores adotados indicados na Tabela 1.

Quatro valores são definidos para o ângulo relacionado ao ponto de aplicação da força em função do ângulo de abertura do arco. Essa variação do ângulo, cujos valores são explicitados na Tabela 2, é realizada com o intuito de verificar a influência da posição da força concentrada na determinação dos coeficientes de flambagem.

Tabela 1 – Valores adotados para relação flecha/vão dos arcos circulares investigados

Relação flecha/vão (f/L)	Valor correspondente do ângulo total de abertura do arco em graus (2α)
0,0658	30,00
0,1000	45,24
0,1340	60,00
0,2000	87,21
0,2071	90,00
0,2887	120,00
0,3000	123,86
0,3837	150,00
0,4000	154,64
0,5000	180,00

Tabela 2 – Valores adotados para o ângulo relacionado à posição da força concentrada em função do ângulo de abertura

Valores adotados para o ângulo φ em função de α	
φ_0	0
φ_1	$\alpha/3$
φ_2	$\alpha/2$
φ_3	$2\alpha/3$

As propriedades listadas na Tabela 3, referentes à geometria e ao material, foram propostas para possibilitar a determinação da força crítica de flambagem do arco circular segundo os procedimentos metodológicos indicados. Os valores determinados para a força crítica são obtidos em função das unidades adotadas para essas constantes, ou seja, em kN. Os coeficientes de flambagem são determinados de acordo com os valores calculados para as forças críticas. As equações envolvidas nos modelos de análise são descritas nas seções posteriores, assim como a simulação numérica no programa computacional ANSYS.

Tabela 3 – Valores atribuídos às propriedades constantes para análise

Propriedade	Símbolo	Valor	Unidade
Vão	L	10	m
Módulo de elasticidade longitudinal	E	$2,00 \cdot 10^7$	kN/m ²
Área da seção transversal	A	0,04	m ²
Momento de inércia da seção	I	$1,33 \cdot 10^{-4}$	m ⁴
Coefficiente de Poisson	η	0,3	–

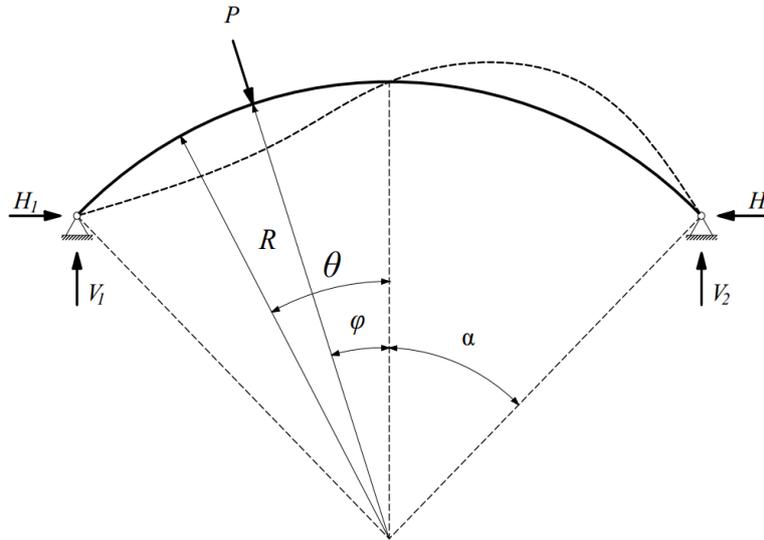
3 – ANÁLISE DE ARCO SUJEITO À ATUAÇÃO DE FORÇA CONCENTRADA NA DIREÇÃO RADIAL

Na Figura 1 é representado o possível primeiro modo de flambagem, conforme a linha tracejada, de um arco biarticulado submetido à ação de uma força concentrada P na direção radial, sendo o ponto de aplicação da força dado em função do ângulo φ , enquanto a variável angular é indicada por θ e o ângulo de abertura do arco representado por α . Essa ação provoca um estado de carregamento

assimétrico quando φ não é nulo, logo as reações de apoio nos dois apoios assumem valores diferentes nesse caso. As reações no apoio mais próximo ao ponto de aplicação da força concentrada são indicadas conforme índice 1, enquanto as demais são apresentadas segundo índice 2. As componentes verticais das reações são representadas por V , e as componentes horizontais (empuxos) são indicadas por H . É necessário observar que quando o ângulo que define o

ponto de aplicação da força é nulo ($\varphi = 0$), tem-se como condição de carregamento uma força verticalmente concentrada no meio do vão, ou seja, uma situação de carregamento simétrico. Nesse último caso, portanto, os valores das componentes das reações também são simétricos ($V_1 = V_2$ e $H_1 = H_2$).

Figura 1 – Flambagem de arco circular biarticulado submetido à força concentrada na direção radial



$$V_1 = P \cdot \frac{\text{sen}(\alpha + \varphi)}{2 \cdot \text{sen}(\alpha)}$$

$$H_1 = P \cdot \frac{(A+B)}{C}$$

$$A = 4 \cdot \text{sen}(2\alpha) - 3 \cdot \text{sen}(3\alpha + \varphi) - \text{sen}(\alpha - \varphi) + 2 \cdot \text{sen}(\alpha + \varphi) + 2\alpha \cdot \cos(\alpha + \varphi)$$

$$B = 2\varphi \cdot \cos(\alpha + \varphi) - 4\alpha \cdot \cos(\alpha - \varphi) + 2\alpha \cdot \cos(3\alpha + \varphi) - 2\varphi \cdot \cos(\alpha - \varphi)$$

$$C = 8 \cdot [3 \cdot \cos^3(\alpha) - 3 \cdot \cos(\alpha) + \alpha \cdot \text{sen}(\alpha) + 2\alpha \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot \cos^2(\alpha)]$$

[2]

Na análise estrutural do arco biarticulado é necessário utilizar um processo adicional à verificação das equações de equilíbrio, a fim de calcular as reações de apoio da estrutura. O Método das Forças é aplicado nesse contexto, sendo indicadas na Equação [2] as componentes das reações de apoio obtidas, nas direções vertical e horizontal, em função das propriedades analisadas.

A força normal crítica que atua no arco ocorre na extremidade do arco biarticulado mais próxima ao ponto de aplicação da força concentrada, sendo indicada na Equação [3].

$$N_1 = V_1 \cdot \text{sen}(\alpha) + H_1 \cdot \cos(\alpha) \quad [3]$$

A ação da força concentrada provoca momento fletor de primeira ordem nas seções do arco. Apesar disso, para simplificação dos cálculos, é adotada uma hipótese em que esses momentos de primeira ordem são desconsiderados na

resolução da equação diferencial do deslocamento radial. Esse procedimento foi adotado de forma similar por Xu *et al.* (2014).

A equação diferencial do deslocamento na direção radial, para barras com curvatura circular, é indicada na Equação [4]. Essa expressão pode ser obtida segundo os procedimentos indicados por Timoshenko e Gere (1961), Bazant e Cedolin (1991), e Simitses e Hodges (2006).

$$\frac{d^2 w}{d\theta} + w = -\frac{M \cdot R^2}{E \cdot I} \quad [4]$$

Como os momentos de primeira ordem são desconsiderados, assume-se que o momento atuante na estrutura é ocasionado apenas pela interação entre o esforço normal e o próprio deslocamento radial (Equação [5]).

$$\frac{d^2w}{d\theta} + w \cdot \left(1 + \frac{N \cdot R^2}{E \cdot I}\right) = 0 \quad [5]$$

A Equação [6] é obtida atribuindo uma variável (k) para representar a raiz do termo entre parênteses indicado na expressão anterior.

$$k = \sqrt{1 + \frac{N \cdot R^2}{E \cdot I}} \quad [6]$$

$$\frac{d^2w}{d\theta} + k^2 \cdot w = 0$$

A solução geral da equação diferencial ordinária do deslocamento radial, apresentada na Equação [6], é indicada na Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, sendo A e B constantes desconhecidas.

$$w = A \cdot \text{sen}(k \cdot \theta) + B \cdot \text{cos}(k \cdot \theta) \quad [7]$$

É possível definir que o deslocamento radial é nulo ($w = 0$) quando $\theta = 0$ e $\theta = \alpha$, conforme as condições de contorno do sistema. Assim, a constante B é tomada como nula considerando a primeira condição. Para que a solução não seja trivial, obedecendo à segunda condição, o seno deverá ser nulo (Equação [7]).

$$0 = A \cdot \text{sen}(k \cdot \alpha)$$

$$k \cdot \alpha = n \cdot \pi \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots \quad [7]$$

$$k = \frac{n \cdot \pi}{\alpha} \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Substituindo o valor de k pelo que foi atribuído anteriormente, obtém-se a expressão do força normal crítica de flambagem N_{cr} (Equação [8]).

$$\sqrt{1 + \frac{N \cdot R^2}{E \cdot I}} = \frac{n \cdot \pi}{\alpha} \quad [8]$$

$$N_{cr} = \frac{E \cdot I}{R^2} \cdot \left(\frac{n^2 \cdot \pi^2}{\alpha^2} - 1\right) \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots$$

É importante notar que o primeiro modo de flambagem ocorre conforme o menor valor inteiro de n que multiplica π , ou seja, para $n = 1$ (Equação [9]).

$$N_{cr} = \frac{E \cdot I}{R^2} \cdot \left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1\right) \quad [9]$$

A força crítica é obtida isolando a força na expressão do esforço normal, conforme as componentes da reação de apoio, na Equação [10].

$$P_{cr} = \frac{E \cdot I}{R^2} \cdot \left[\frac{\left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1\right)}{\frac{\text{sen}(\alpha + \varphi)}{2} + \left(\frac{A+B}{C}\right) \cdot \text{cos}(\alpha)} \right] \quad [10]$$

Para padronização da análise, o termo entre colchetes na expressão da força crítica pode ser substituído por um coeficiente γ , denominado coeficiente de flambagem, que é determinado em função do ângulo de abertura do arco (proporção geométrica). O ângulo de abertura pode ser obtido em função da relação entre a flecha e o vão do arco. A nova expressão é apresentada na Equação [11].

$$P_{cr} = \gamma \cdot \frac{E \cdot I}{R^2} \quad [11]$$

Todavia, é mais prático padronizar a força crítica em função do vão do arco (L), por meio do coeficiente de flambagem K , como verificado na Equação [1]. Esse coeficiente K é obtido a partir de uma equivalência trigonométrica do coeficiente γ , oriunda da relação geométrica entre o vão e o raio do arco (Equação [12]).

$$K = 4 \cdot \gamma \cdot \text{sen}^2(\alpha) \quad [12]$$

4 – MODELO DE ANÁLISE PELO MÉTODO DOS RESÍDUOS PONDERADOS

Como um processo alternativo para análise de flambagem em arcos circulares, é proposto um modelo baseado no Método dos Resíduos Ponderados – MRP e no Método de Galerkin, que será chamado de modelo aproximado. Tais métodos são utilizados na resolução de equações diferenciais, sendo também aplicados usualmente no contexto do método dos elementos finitos (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000).

Embora a premissa básica do MRP seja aproximar soluções para as equações diferenciais relacionadas a um problema físico respeitando suas condições iniciais e de contorno, os resultados alcançados podem ser bastante precisos. Dessa forma, é possível aplicar a Equação [13] para obter aproximadamente a solução de uma equação diferencial, que no caso estudado, é a equação diferencial do deslocamento radial em arcos.

$$w = c_i \cdot \phi_i \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots \quad [13]$$

$$w = c_1 \cdot \phi_1 \quad \text{para } i = 1$$

A Equação [13] é uma função de aproximação, onde os coeficientes c são constantes inicialmente desconhecidas e os parâmetros ϕ são funções base. Essas funções base são atribuídas de forma a abranger as condições iniciais e de contorno do sistema, sendo geralmente funções lineares, polinomiais ou trigonométricas.

Como apresentado anteriormente, a Equação [4] deve ser nula se os termos forem isolados em um dos lados da equação. Porém, como uma solução aproximada é adotada,

nesse caso a Equação [4] contém erros (resíduos) e, portanto, não é nula (MOAVENI, 1999). Essa condição é identificada na Equação [14], sendo conhecida como função residual.

$$\frac{d^2w}{d\theta} + w + \frac{M \cdot R^2}{E \cdot I} = 0$$

$$F = \frac{d^2w}{d\theta} + w + \frac{M \cdot R^2}{E \cdot I} \quad [14]$$

Uma vez estabelecida a função residual, é necessário adotar um procedimento para anular os resíduos, sendo escolhido o Método de Galerkin. Segundo Moaveni (1999), no Método de Galerkin o erro é ortogonal às funções base, como representado na Equação [15].

$$\int_a^b \phi_i \cdot F \, dx = 0 \quad \text{para} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad [15]$$

Para análise de arcos circulares, assume-se que a expressão indicada na Equação [15] pode ser reescrita na Equação [16], considerando que a integral abrange todo o domínio do arco e ocorre em função da variável angular θ .

$$\int_0^{2\alpha} \phi_i \cdot F \cdot R \, d\theta = 0 \quad \text{para} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad [16]$$

No caso estudado dos arcos biarticulados com forma circular, considerou-se apenas uma função base e uma constante indeterminada na equação da função de aproximação do deslocamento radial, conforme Equação [13] ($i = 1$). A função base adotada é trigonométrica e indicada na Equação [17].

$$\phi_1 = \text{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\alpha}\right) \quad [17]$$

A função residual referente ao arco biarticulado é apresentada na Equação [18], por meio da substituição do momento fletor na Equação [14].

$$F = \frac{d^2w}{d\theta} + w \cdot \left(1 + \frac{N \cdot R^2}{E \cdot I}\right) \quad [18]$$

O cálculo da força crítica de flambagem é efetuado substituindo inicialmente o carregamento na equação das reações de apoio (Equação [2]), que posteriormente são substituídas na equação do esforço normal (Equação [3]). Por sua vez, o esforço normal é atualizado em F (Equação [18]), sendo a força crítica finalmente calculada com o

isolamento do carregamento após a integração da Equação [16]. Nota-se que o coeficiente de flambagem pode ser obtido a partir do valor da força crítica de acordo com o mesmo procedimento indicado anteriormente, a partir das Equações [11] e [12].

5 – SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Para realização da simulação numérica foi utilizado o programa computacional ANSYS. Nesse programa são aplicadas formulações pelo método dos elementos finitos para a análise estrutural. A análise linear por autovalor foi utilizada para a análise de estabilidade dos arcos, pois não foram consideradas imperfeições geométricas.

Inicialmente foi gerada a geometria dos arcos no próprio programa, cujas propriedades foram atribuídas conforme a variação da relação flecha/vão estabelecida. Para constituir os arcos foi escolhido o elemento unidimensional de viga BEAM188, que possui dois nós extremos e seis graus de liberdade por nó, sendo três relacionados à translação e três à rotação nas direções axiais. De acordo com ANSYS (2014), o elemento BEAM188 é baseado na hipótese de viga de Timoshenko e inclui o efeito de deformação por cisalhamento, sendo apropriado para análise de barras esbeltas ou moderadamente esbeltas.

Os elementos de barra foram divididos com comprimento de malha n equivalente a 1% do vão total (L). Outros comprimentos de malha foram inicialmente testados, de 0,1% a 10% do vão total. Entretanto, a variação da força crítica calculada ficou abaixo de 0,1% para o comprimento de malha mais refinado ($n = 0,1\%$), enquanto que para comprimentos maiores ($n > 5\%$) houve variações notáveis a cada acréscimo de n (acima de 1% no valor da força crítica). Assim, o comprimento de malha $n = 1\%$, em relação a L , foi adotado por possibilitar a análise do arco de forma relativamente precisa e a um custo computacional baixo.

As condições de contorno foram simuladas de forma a representar o comportamento dos apoios articulados, possibilitando a restrição de translação do arco em ambos os eixos de seu próprio plano e permitindo a rotação em torno do eixo perpendicular a tal plano. Os arcos foram restringidos no eixo fora do plano da estrutura para anular a possível influência de flambagem lateral com torção.

A força concentrada na direção radial foi simulada considerando uma componente agindo na vertical e uma na horizontal, conforme Figura 2, sendo a decomposição realizada segundo o ângulo relacionado ao ponto de aplicação da força, que também define o nó em que as componentes são associadas.

Figura 2 – Arco circular sujeito à condição de carregamento assimétrica no programa computacional ANSYS

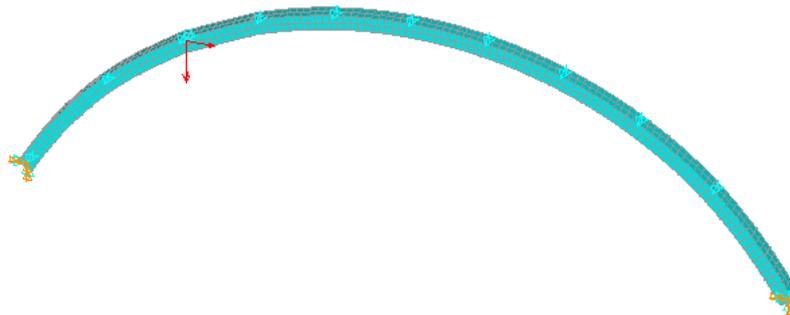
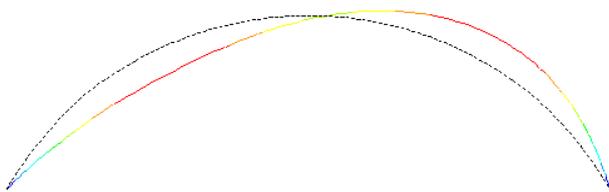


Figura 3 – Modo de flambagem do arco circular segundo condição de carregamento assimétrico (ANSYS)



Análises estáticas foram efetuadas antes da análise de estabilidade, uma vez que esse procedimento é requerido pelo programa computacional ANSYS, e ativado o comando para conduzir as tensões prévias para análise de estabilidade.

Na Figura 3 é indicado o modo de flambagem de um arco circular biarticulado com relação flecha/vão de 0,3 e sujeito ao carregamento assimétrico descrito, obtido conforme análise efetuada no programa computacional ANSYS.

6 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

As curvas de variação dos coeficientes de flambagem são indicadas em função da relação flecha/vão no gráfico da Figura 4, segundo o modelo teórico e conforme os quatro valores adotados para o ângulo φ . Observa-se que quando a força assume posição mais próxima aos apoios, maior é o coeficiente de flambagem e, portanto, a força crítica. Dessa forma, a situação mais desfavorável para a segurança do arco está relacionada ao ângulo φ_0 , correspondendo ao caso de uma força verticalmente concentrada no meio do vão, considerada uma situação simétrica de carregamento.

Já na Figura 5 são observadas as curvas de variação dos coeficientes de flambagem segundo o modelo teórico, o modelo aproximado que foi proposto e a simulação numérica pelo método dos elementos finitos no programa computacional ANSYS, conforme cada ângulo φ . Nota-se que os valores obtidos segundo o modelo aproximado

foram praticamente os mesmos alcançados com a aplicação do modelo teórico, logo é possível constatar que o modelo aproximado desenvolvido apresenta coerência e precisão em relação ao modelo teórico. Nesse contexto, é válido observar que o modelo aproximado pode ser adaptado para arcos com outras propriedades físicas ou geométricas, inclusive em situações de maior complexidade, cuja solução pelo modelo teórico pode ser mais trabalhosa.

Contudo, ocorreram diferenças nos valores dos coeficientes de flambagem obtidos conforme os modelos de análise e a simulação numérica. Observa-se que quanto maior o ângulo φ , maior a diferença notada no coeficiente de flambagem. A maior variação alcançada, de 21,9% conforme Tabela 4, é associada ao ângulo φ_3 e à relação flecha/vão máxima de 0,5. Para os demais ângulos, a variação entre os valores ficou abaixo de 10,3%. Essas variações provavelmente foram ocasionadas pela consideração da hipótese simplificadora na análise da flexão do arco, em que foram desconsiderados os efeitos de primeira ordem. Apesar das diferenças obtidas, nota-se que os valores determinados conforme os modelos de análise para o coeficiente de flambagem, por serem sempre menores que os calculados de acordo com a simulação numérica, não apresentam riscos se adotados. De tal forma, esses valores ficam a favor da segurança dos arcos, pois conduzem menor módulo para a força crítica de flambagem considerada em projeto, sendo conservativos nesse sentido.

Outro ponto que merece destaque é a identificação do intervalo entre 0,2 e 0,4 para a relação flecha/vão, em que os coeficientes de flambagem assumem valores maiores em geral. Já os valores máximos para o coeficiente são associados à relação flecha/vão do arco próxima de 0,3. Logo, esses valores podem ser admitidos em procedimentos de otimização estrutural, garantindo ao arco circular maior eficiência quanto à flambagem e, conseqüentemente, aumento na capacidade resistente quanto ao estado limite último de flexocompressão.

Figura 4 – Variação do coeficiente de flambagem segundo o modelo teórico

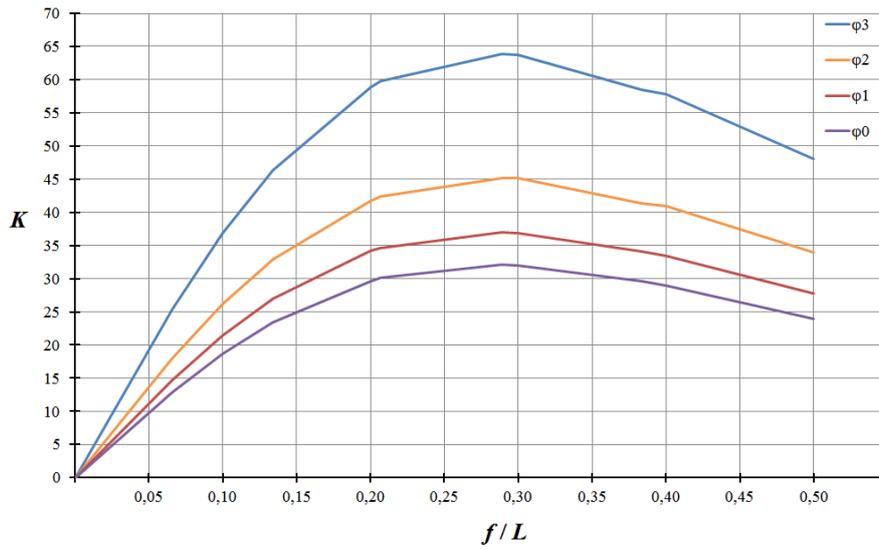


Figura 5 – Variação do coeficiente de flambagem segundo as metodologias adotadas

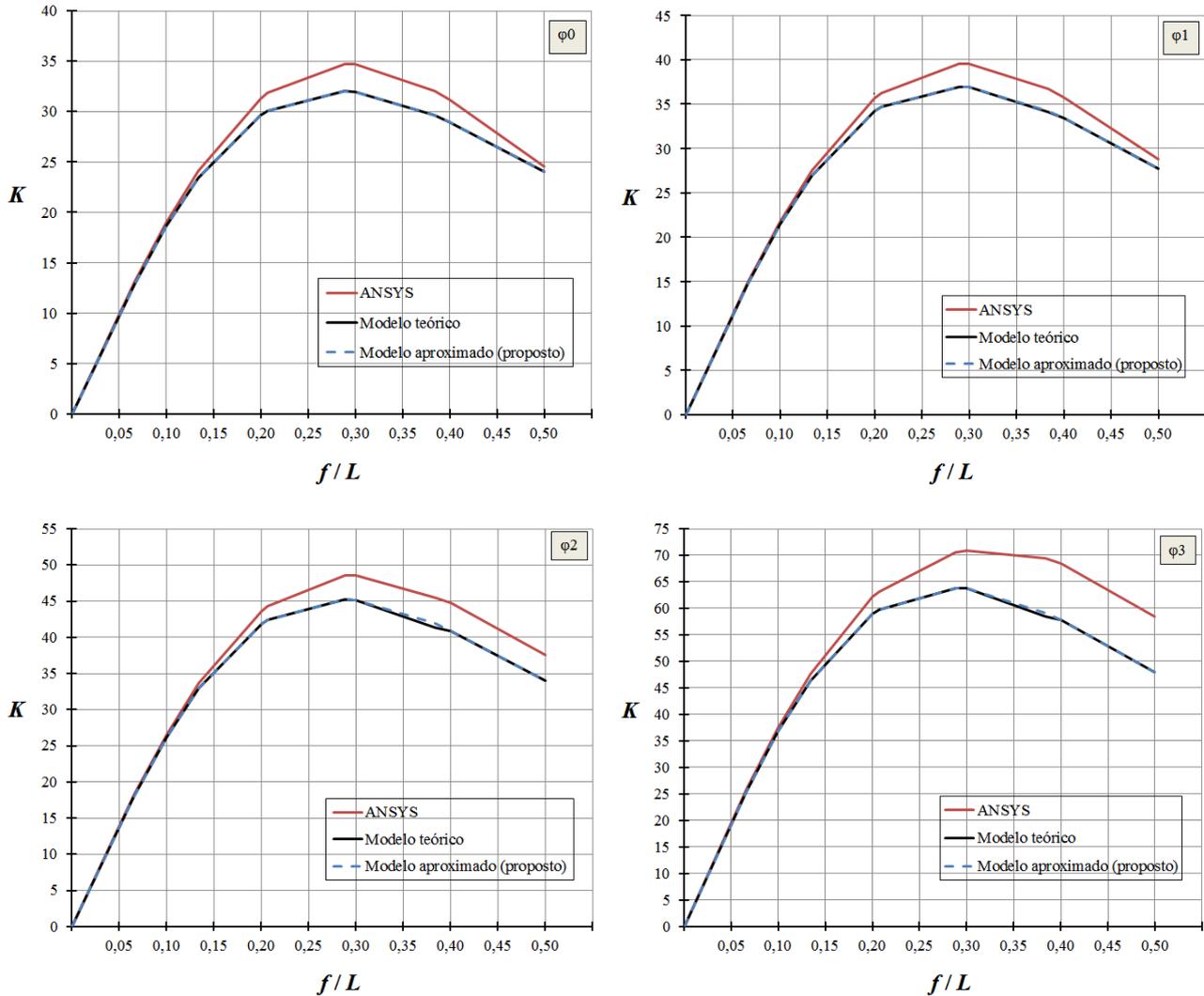


Tabela 4 – Variação do coeficiente de flambagem conforme modelo teórico e simulação numérica

2 α (graus)	f/L	Valores obtidos para K								Variação percentual			
		Modelo teórico				Simulação numérica (ANSYS)				φ_0	φ_1	φ_2	φ_3
		φ_0	φ_1	φ_2	φ_3	φ_0	φ_1	φ_2	φ_3				
30,00	0,0658	12,84	14,78	18,03	25,39	13,07	14,94	18,31	25,80	1,8%	1,1%	1,5%	1,6%
45,24	0,1000	18,63	21,44	26,16	36,85	18,99	21,70	26,56	37,49	2,0%	1,2%	1,5%	1,7%
60,00	0,1340	23,43	26,98	32,93	46,39	24,12	27,53	33,67	47,62	2,9%	2,1%	2,2%	2,6%
87,21	0,2000	29,66	34,19	41,76	58,89	31,30	35,66	43,56	62,09	5,5%	4,3%	4,3%	5,4%
90,00	0,2071	30,10	34,68	42,36	59,76	31,83	36,26	44,30	63,21	5,7%	4,5%	4,6%	5,8%
120,00	0,2887	32,07	36,96	45,21	63,84	34,74	39,53	48,54	70,55	8,3%	7,0%	7,4%	10,5%
123,86	0,3000	31,98	36,87	45,13	63,72	34,71	39,51	48,58	70,87	8,5%	7,1%	7,7%	11,2%
150,00	0,3837	29,63	34,15	41,31	58,41	32,05	36,69	45,50	69,41	8,1%	7,4%	10,1%	18,8%
154,64	0,4000	28,94	33,39	40,89	57,79	31,15	35,73	44,80	68,48	7,6%	7,0%	9,6%	18,5%
180,00	0,5000	24,00	27,72	34,00	48,00	24,57	28,75	37,49	58,49	2,4%	3,7%	10,3%	21,9%

CONCLUSÃO

Neste trabalho foram indicados procedimentos para determinação da força crítica de flambagem de arcos circulares biarticulados sujeitos a carregamento assimétrico, conforme a variação da relação flecha/vão e da posição da força concentrada.

Nos modelos de análise foi assumida uma hipótese simplificadora para analisar a flexão do arco, em que foram desconsiderados os efeitos de primeira ordem. Segundo a análise dos resultados obtidos para os casos estudados, foi constatado que a atribuição dessa simplificação não ocasiona variações significativas nos valores calculados para o coeficiente e a força crítica de flambagem para a maioria dos arcos estudados, cuja diferença foi inferior a 10,3%. Além disso, notou-se que as posições assimétricas da força concentrada na direção radial são menos desfavoráveis que a situação simétrica do carregamento, quando concentrado no meio do vão, pois nesse último caso os coeficientes e forças críticas de flambagem alcançados foram potencialmente menores.

Um modelo baseado no Método dos Resíduos Ponderados e no Método de Galerkin foi desenvolvido como uma forma alternativa para análise da força crítica de flambagem dos arcos circulares. Os resultados obtidos a partir desse modelo foram praticamente idênticos aos do modelo teórico apresentado, podendo ser considerado uma alternativa factível para esse tipo de análise, e inclusive adaptado para possibilitar a análise de arcos com outras propriedades físicas ou geométricas.

A principal contribuição do trabalho está relacionada à investigação das curvas de variação do coeficiente de flambagem, determinadas para arcos circulares biarticulados sujeitos a carregamento assimétrico, conforme os métodos apresentados. De acordo com a análise dessas curvas, é possível identificar que os valores máximos para o coeficiente de flambagem e, conseqüentemente, para a força crítica de flambagem dos arcos, estão associados à relação flecha/vão próxima de 0,3. Dessa forma, é possível inclusive propor tal valor em procedimentos de otimização estrutural, uma vez que proporciona ao arco circular maior eficiência quanto à

flambagem e na capacidade resistente quanto ao estado limite último de flexocompressão.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pela bolsa de mestrado concedida ao primeiro autor.

REFERÊNCIAS

- ANSYS. **Mechanical Applications – Mechanical User Guide**. Release 14.5, ANSYS, Inc., 2012.
- BAZANT, Z. P.; CEDOLIN, L. **Structural stability: elastic, inelastic, fracture, and damage theories**. New York: Oxford University Press, 1991.
- KARNOVSKY, I. **Theory of arched structures – Strength, Stability, Vibration**. Springer, 2012. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-0469-9>.
- MOAVENI, S. **Finite element analysis: theory and application with Ansys**. Mankato, Minnesota: Prentice Hall, 1999.
- SIMITSES, G. J.; HODGES, D. H. **Fundamentals of structural stability**. Butterworth-Heinemann, 2006, 389 p.
- TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of elastic stability**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1961, 541 p.
- XANTHAKOS, P. P. **Theory and design of bridges**. John Wiley & Sons, 1993. 1464 p. <https://doi.org/10.1002/9780470172889>.
- XU, Y.J.; GUI, X.M.; ZHAO, B.; ZHOU, R.Q. In-plane elastic stability of arches under a radial concentrated load. **Engineering**, v. 6, p. 572-583, 2014. <https://doi.org/10.4236/eng.2014.69058>.
- ZIEMIAN, R. **Guide to stability design criteria for metal structures**. 6. ed. John Wiley & Sons, 2010. <https://doi.org/10.1002/9780470549087>.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method: the basis**. 5. ed. Butterworth Heinemann, 2000.