

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL APLICADA A MODELOS NUMÉRICOS DE TRELIÇA PLANA EM REGIME ELASTOPLÁSTICO

RELIABILITY-BASED NUMERICAL MODELING OF ELASTOPLASTIC PLANE TRUSSES

Thiago Barbosa da Silva¹, Eduardo Toledo de Lima Junior²

Universidade Federal de Alagoas, Centro de Tecnologia, Avenida Lourival Melo Mota, s/n, Tabuleiro do Martins, Rio Largo, AL, Brasil.

¹Engenheiro Civil, E-mail: thiagobarbosaal@gmail.com

²Doutor em Engenharia Civil e em Engenharia Mecânica e de Materiais, E-mail: limajunior@lccv.ufal.br.

RESUMO

As treliças constituem um sistema estrutural de grande aplicabilidade em soluções de Engenharia. No campo da engenharia de estruturas, são diversas as iniciativas para melhorar a representação teórica e numérica do comportamento de sistemas estruturais. O desenvolvimento de modelos computacionais permite uma avaliação robusta do desempenho mecânico de estruturas, tanto na fase de projeto quanto ao longo de sua vida em serviço. Considerando-se a não linearidade observada na resposta de grande parte dos materiais estruturais, modelos elasto-plásticos figuram como uma ferramenta adequada à descrição do comportamento de materiais dúcteis. A análise de confiabilidade estrutural permite que a probabilidade de falha da estrutura seja prevista, ainda na fase de projeto. Esta pode ser construída com base na avaliação das incertezas associadas às variáveis de projeto, as quais são descritas estatisticamente. Propõe-se neste trabalho uma análise confiabilística aplicada a modelos de elementos finitos para treliças metálicas, em regime elasto-plástico, segundo um modelo de encruamento isotrópico. Incertezas oriundas da variabilidade do carregamento e das propriedades geométricas e mecânicas das barras são consideradas, de forma a estimar os níveis de segurança associados a estados limites últimos e de serviço, tais como ruptura da seção transversal, flambagem das barras e deslocamentos inadmissíveis.

Palavras-chave: Confiabilidade Estrutural, Plasticidade, Elementos Finitos.

ABSTRACT

The trusses stand out as a structural system widely applied in engineering solutions. In the field of Structural engineering, several efforts have been done to improve the theoretical and numerical representation of structural systems behavior. The development of computer models enables a robust assessment of the mechanical behavior of structures, both in the design phase and throughout its service life. Considering the nonlinearity observed in the response of most of the structural materials, elastoplastic models arise as a proper choice to the description of the behavior of several ductile materials. Reliability analysis allows the assessment of the structural probability of failure, so that it can be predicted since the design stage. This analysis can be built based on the evaluation of the uncertainties associated with design variables, which are described by random models. This paper addresses a reliability-based analysis applied to finite element models for steel plane trusses in elastoplastic regime, according to an isotropic hardening model. Some uncertainties related to the loads and to geometrical and mechanical properties of the bars are considered, in order to estimate the safety levels associated to ultimate and service limit states, such as cross-section rupture, buckling of bars and inadmissible displacements.

Keywords: Structural Reliability, Plasticity, Finite Elements.

1 – INTRODUÇÃO

As treliças são de fundamental importância no âmbito das Engenharias, visto que essas apresentam características como esbeltez e baixa relação peso/capacidade de carga. Este tipo de estrutura, formada por barras articuladas entre si, é adotado em diversas aplicações, tais como sistemas de cobertura, torres de energia e telecomunicações e sistemas *offshore*.

No campo da engenharia de estruturas, diversas têm sido as iniciativas para melhorar a representação teórica e numérica do comportamento de sistemas estruturais. O desenvolvimento de modelos computacionais permite uma avaliação robusta do desempenho mecânico de estruturas, tanto na fase de projeto como ao longo de sua vida em serviço. Dentre os métodos numéricos disponíveis, o Método dos Elementos Finitos (MEF) figura como o mais

difundido para modelagem de sistemas estruturais, o que se justifica pela sua robustez e fácil sistematização.

Considerando-se a não linearidade observada na resposta mecânica de grande parte dos materiais disponíveis, modelos elasto-plásticos figuram como uma ferramenta adequada à descrição do comportamento de diversos materiais de natureza dúctil. Estes apresentam altos níveis de deformação, associados a pequenos aumentos de tensão aplicada, antes de atingir a ruptura. Maiores detalhes podem ser vistos em Shames e Cozzarelli (1997)

Teorias baseadas em análise probabilística, como a Confiabilidade Estrutural, se propõem a incrementar a qualidade de métodos de projeto e análise de estruturas, a partir da quantificação e tratamento das incertezas inerentes ao problema em estudo. Como produto desse tipo de análise, pode-se obter uma estimativa da probabilidade de falha da estrutura. Vale notar que o conceito de probabilidade de falha não está relacionado apenas à ocorrência de eventos

extremos, de ruína estrutural, mas também à violação de qualquer requisito ao qual espera-se que a estrutura satisfaça, usualmente definidos pelos Estados Limites de Serviço da estrutura. Como exemplos, pode-se citar deslocamentos e tensões inadmissíveis, e abertura excessiva de fissuras. Dentre os métodos usuais em confiabilidade de estruturas, destacam-se o método de simulação de Monte Carlo e o método semi-analítico FORM (*First Order Reliability Method*). Ambos são apresentados em Melchers (1999).

Em problemas complexos de engenharia, cuja solução seja fornecida por um modelo computacional, existe a necessidade do estudo de técnicas de acoplamento entre rotinas de confiabilidade e modelos numéricos. De acordo com Lemaire, Chateaufeuf e Mitteau (2013), o acoplamento é concebido para que o modelo confiabilístico governe o modelo mecânico, de forma que este último recebe, em cada iteração, um conjunto de variáveis aleatórias fornecido pelo módulo de confiabilidade.

Dentre os trabalhos que tratam da análise probabilística de treliças planas, pode-se citar Li e Zhang (2013), que utilizam métodos de simulação de Monte Carlo na análise de modelos lineares de treliça, Ludena (2014), que aplica a teoria de confiabilidade de sistemas ao mesmo tipo de problema, e Tessari (2016), que propõe uma metodologia para projeto baseado em desempenho de torres metálicas sujeitas à ação do vento.

Neste artigo, modelos de confiabilidade baseados nos métodos FORM e Monte Carlo são combinados com uma rotina de elementos finitos para análise não linear física de treliças planas metálicas. Adota-se uma lei constitutiva bilinear, que admite o encruamento isotrópico do material. Incertezas dimensionais, mecânicas e de carregamento são consideradas por meio da descrição estatística das variáveis de projeto associadas. Os exemplos analisados visam quantificar a influência da aleatoriedade das variáveis na segurança da estrutura, considerando-se a ocorrência de diferentes modos de falha de forma simultânea, segundo a teoria de confiabilidade de sistemas (LEMAIRE; CHATEAUNEUF; MITTEAU, 2013). A comparação de performance entre os métodos de estimativa de confiabilidade é também objetivo do trabalho.

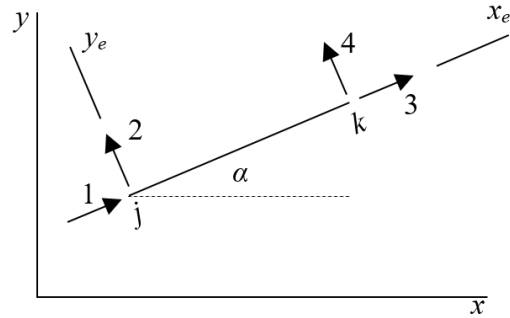
2 – ANÁLISE ESTRUTURAL DE TRELIÇAS PLANAS

Em estruturas de treliças bidimensionais, um nó típico da estrutura possui 2 graus de liberdade que, em termos de deslocamento, correspondem a duas translações. Desta forma, existem 4 graus de liberdade por elemento, que são aqui referenciados pelo sistema local de coordenadas (x_e, y_e) apresentado na

Figura 1. A matriz de rigidez do elemento nas coordenadas locais, é apresentada na Equação 1. As variáveis envolvidas na definição dos termos de rigidez são: módulo de elasticidade longitudinal do material (E), comprimento do elemento (L) e área da seção transversal (A). Assim, a matriz de rigidez do elemento apresenta ordem 4×4 .

$$[k]_{local} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Figura 1 – Sistema de coordenadas de um elemento de treliça plana



A matriz de rigidez do elemento nas coordenadas globais é obtida a partir da matriz de rigidez local por meio de um processo de transformação de coordenadas, baseado na manipulação de uma matriz de rotação para o elemento, montada em função das direções dos eixos locais em relação ao sistema global de coordenadas, conforme apresentado em Fish e Belytschko (2007). Essa matriz $[R]$ pode ser escrita conforme Equação 2.

$$[R] = \begin{bmatrix} C_x & C_y & 0 & 0 \\ -C_y & C_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_x & C_y \\ 0 & 0 & -C_y & C_x \end{bmatrix} \quad (2)$$

Em que: C_x e C_y são os cossenos diretores do vetor unitário alinhado com o eixo do elemento, obtidos a partir das coordenadas de suas conectividades inicial (j) e final (k), e de seu comprimento, por meio das Equações 3 e 4.

$$C_x = \frac{x_k - x_j}{L}; \quad C_y = \frac{y_k - y_j}{L} \quad (3)$$

$$L = \sqrt{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2} \quad (4)$$

De posse da matriz $[R]$, o cálculo da matriz de rigidez do elemento nas coordenadas globais é expresso matematicamente pelo produto mostrado na Equação 5.

$$[k]_{global} = [R]^T [k]_{local} [R] \quad (5)$$

Desde de que as rigidezes do elemento estejam devidamente organizadas numa matriz referenciada no sistema global de coordenadas – $[k]_{global}$ – a matriz de rigidez da estrutura $[K]$ pode ser montada pela combinação das rigidezes dos elementos, observando-se os graus de

liberdade influenciados pelas conectividades de cada um deles. A matriz $[K]$ é quadrada e de ordem n , em que n é o número de graus de liberdade da estrutura.

Com a rigidez da estrutura $[K]$ já conhecida e com o vetor de forças externas $\{F\}$ montado obtém-se os deslocamentos nodais da estrutura por meio da Equação de equilíbrio 6.

$$\{F\} = [K] \cdot \{d\} \quad (6)$$

Os deslocamentos nodais nas coordenadas locais são calculados pelo produto, conforme Equação 7.

$$\{\delta\} = [R] \cdot \{u_{elem}\} \quad (7)$$

As deformações nos elementos são calculadas pela relação entre variação de comprimento e o comprimento inicial destes. Em relação as tensões, estas serão calculadas segundo os procedimentos ilustrados no modelo constitutivo adotado, em se tratando de análise não linear.

3 – MODELO CONSTITUTIVO ADOTADO

Um modelo elastoplástico com encruamento linear positivo isotrópico (Figura 2) será adotado neste trabalho. Após atingida a tensão de escoamento do material ($\sigma_y > 0$), a tensão total σ se expande com a variação da deformação plástica, caracterizando o encruamento positivo (ou enrijecimento).

A tensão de plastificação varia segundo a deformação acumulada. O critério de plastificação é escrito da forma da Equação 8.

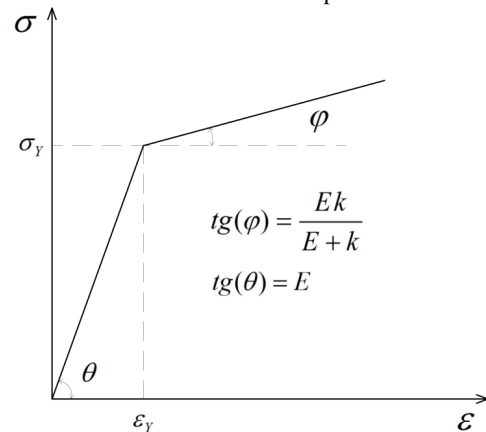
$$f(\sigma, \alpha) = |\sigma| - (\sigma_y + k\alpha) \quad (8)$$

Em que: $k > 0$ representa o módulo de encruamento isotrópico e $\alpha \geq 0$ significa uma medida da deformação plástica acumulada, cuja variação é definida em módulo, na Equação 9.

$$\dot{\alpha} = |\dot{\epsilon}^p| \quad (9)$$

No regime elastoplástico, a deformação total é dada pela soma das parcelas elástica (ϵ^e) e plástica (ϵ^p), ou seja, $\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p$.

Figura 2 – Diagrama constitutivo do modelo elastoplástico com encruamento isotrópico



A relação tensão-deformação está indicada na Equação 10 e a lei de evolução da deformação plástica é apresentada na Equação 11.

$$\dot{\sigma} = E(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p) \quad (10)$$

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{E\dot{\epsilon}}{E+k} \quad (11)$$

4 – CONCEITOS EM CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Segundo Sagrilo (2003), a confiabilidade estrutural tem como principal objetivo avaliar a segurança de uma estrutura, que basicamente consiste no cálculo da probabilidade de que um determinado estado limite seja violado. Desta forma, é possível quantificar a probabilidade de que uma estrutura não suporte as solicitações especificadas durante o projeto. Para quantificar os modos de falha de uma estrutura utilizam-se as chamadas equações de estado limite (funções de falha), que são deduzidas a partir dos aspectos físicos do problema em questão. Seja uma função de falha $G(X)$ em que X é um vetor de variáveis aleatórias (v.a.) consideradas na análise. Para cada modo de falha, a respectiva função estabelece uma fronteira entre as regiões de falha Ω_f e de sobrevivência Ω_s da estrutura, em que valores positivos de $G(X)$ representam evento seguro e a condição $G(X) \leq 0$ indica evento de falha. A probabilidade de falha é calculada integrando-se $f_x(x)$ (função conjunta de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias do problema) sobre o domínio de falha, conforme apresentado conforme Equação 12.

$$P_f = \int_{\Omega_f} f_x(x) dx \quad (12)$$

A integral supracitada é de difícil avaliação analítica, levando em consideração a complexidade das funções densidade de probabilidade das distribuições estatísticas usuais. Portanto, faz-se necessário a utilização de métodos de análise em confiabilidade estrutural para sua resolução. No presente trabalho serão utilizados o Método de

Confiabilidade de Primeira Ordem – FORM e o Método de Simulação de Monte Carlo.

De acordo com Beck (2014), a simulação de Monte Carlo é basicamente uma simulação que envolve a utilização de números aleatórios. O método tem como objetivo produzir N eventos randômicos para serem avaliados na equação de estado limite $G(\mathbf{X})$. Desta forma, eventos que possuem valores negativos são contabilizados como eventos de falha (N_f). Assim, a probabilidade de falha é estimada pela razão entre o número de eventos de falha e o número total de eventos conforme Equação 13.

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (13)$$

Os resultados gerados pela simulação de Monte Carlo podem ser bastante precisos, a depender do número de cenários que sejam testados. Contudo, para problemas que possuam probabilidades de falha muito baixas, faz-se necessário a realização de um grande número de simulações para atingir respostas adequadas, implicando em alto custo computacional. Considerando-se que cada conjunto de realizações de Monte Carlo corresponde a um diferente conjunto de vetores de números aleatórios gerados, a probabilidade de falha também é, por natureza, uma v.a., cuja média é dada pela Equação (13). A fim de manter uniformidade na resposta, em diferentes execuções do método, pode-se estimar um número mínimo de cenários a simular, levando em conta a P_f característica do problema e o valor desejado para seu coeficiente de variação δ , conforme Equação 14.

$$N_{\min} = \frac{1}{\delta^2} \frac{1 - P_f}{P_f} \quad (14)$$

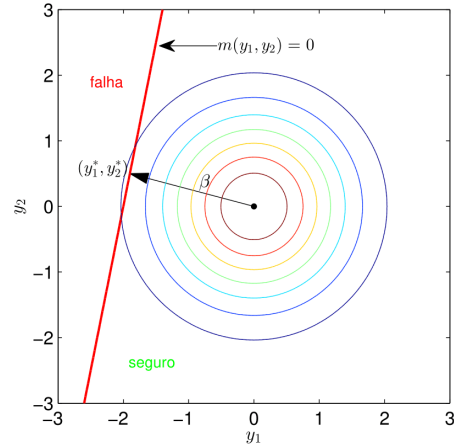
O FORM é um método analítico de confiabilidade baseado na transformação das variáveis aleatórias originais do problema em variáveis aleatórias normais equivalentes, e na linearização da função de falha correspondente. O grande diferencial desse método consiste em sua capacidade de utilizar toda a informação estatística das variáveis aleatórias do problema, podendo-se lidar com distribuições estatísticas quaisquer, inclusive considerando correlação entre variáveis. O problema de confiabilidade é formulado como um problema de otimização não linear com restrição, no qual busca-se o chamado ponto de projeto, definido no espaço transformado das variáveis normais equivalentes (Figura 3).

Este ponto contém os valores das variáveis aleatórias que mais provavelmente levem à falha da estrutura. Desta definição decorre o conceito de índice de confiabilidade (β), que consiste na menor distância entre a origem do espaço transformado e a superfície de falha. Maiores detalhes acerca do método são apresentados em Melchers (1999).

Os termos da função de falha $G(\mathbf{X})$ contêm as expressões dos modelos de resistência e de carregamento do

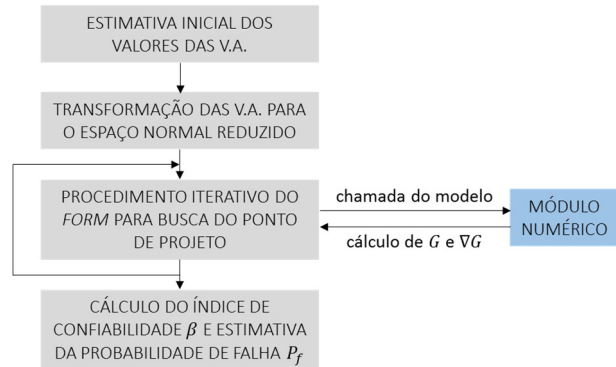
problema, podendo ser implicitamente definidos por um modelo numérico qualquer, como é o caso do presente estudo.

Figura 3 – Representação da superfície de falha no espaço reduzido, para duas variáveis aleatórias



No acoplamento com uma rotina confiabilística do tipo FORM, é necessário calcular o valor da função de falha e seus gradientes, os quais são utilizados na estimativa da probabilidade de falha do problema. Considerando-se a natureza implícita de $G(\mathbf{X})$, suas derivadas são calculadas numericamente por diferenças finitas, para cada chamada do modelo mecânico de elementos finitos, conforme Figura 4.

Figura 4 – Esquema ilustrativo da estratégia de acoplamento direto via FORM



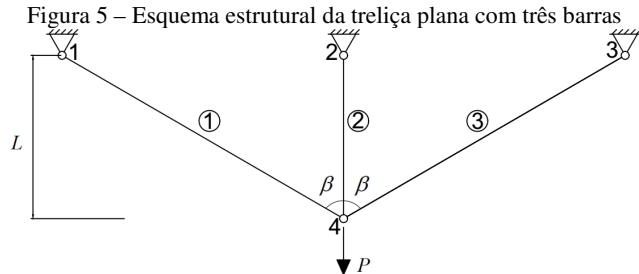
No caso da simulação de Monte Carlo, o acoplamento é bastante intuitivo, porém custoso, consistindo em uma execução do modelo numérico a cada realização do método.

5 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção apresentam-se algumas aplicações numéricas, a fim de validar a implementação desenvolvida e ilustrar sua eficácia. As rotinas foram implementadas em linguagem aberta *Python*, com uso do pacote numérico *SciPy* (JONES, 2001), e as análises executadas num computador pessoal com a seguinte configuração: processador de quatro núcleos a 2,27 GHz e 3 GB de memória RAM.

5.1 Exemplo de Validação do Modelo Não Linear Físico

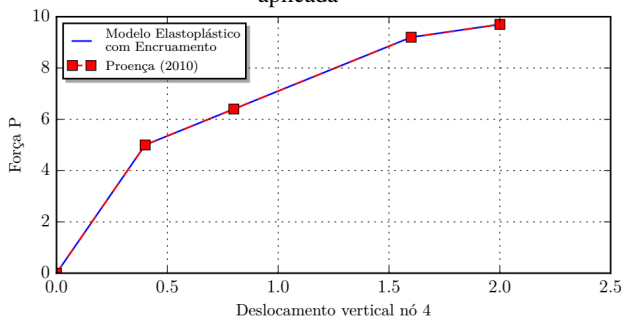
Apresenta-se, a seguir, um exemplo adimensional de treliça plana, apresentado em Proença (2010). O material das barras apresenta um comportamento elastoplástico com encruamento isotrópico linear, conforme apresentado na seção 3. Na Figura 5, está indicado o arranjo estrutural simétrico da treliça plana em estudo.



As barras possuem módulo de elasticidade $E = 1000$, tensão de escoamento $\sigma_y = 4$, módulo de encruamento isotrópico $k = 111$ e área da seção transversal $A = 1$. Uma força $P = 9,7$ é aplicada no nó 4. Os parâmetros geométricos, comprimento L e ângulo β , apresentam valores 100 e 60° , respectivamente. O carregamento total $P = 9,7$ foi aplicado por meio de 4 incrementos de força.

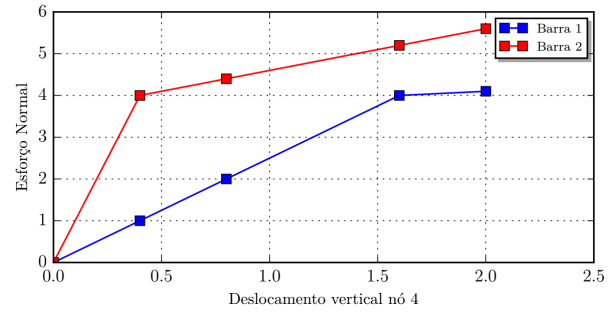
A resposta da estrutura é apresentada em termos do gráfico de deslocamento vertical no nó 4 versus força aplicada, conforme indicado na Figura 6. Os resultados obtidos são comparados com os resultados apresentados por Proença (2010). Observa-se uma estreita concordância entre a resposta obtida pelo referido autor e a modelagem aqui proposta.

Figura 6 – Curvas de deslocamento vertical no nó 4 versus força aplicada P



Verifica-se, na Figura 6, que as três barras da treliça apresentam comportamento elástico linear até $P = 5$. Nota-se que já se inicia o processo de escoamento após este ponto, na barra 2, enquanto que as barras inclinadas experimentam um esforço normal unitário. O início do escoamento da barra 2 provoca uma queda da rigidez do sistema, conforme indicado na mudança de inclinação da curva. O comportamento individual das barras é apresentado na Figura 7.

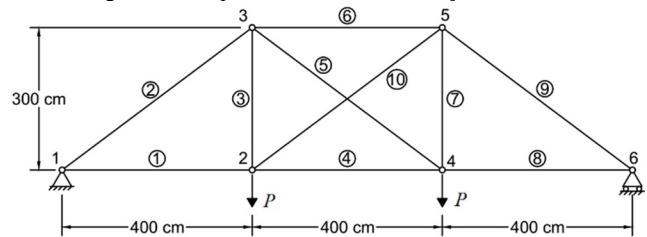
Figura 7 – Curvas deslocamento vertical no nó 4 versus esforço normal em cada barra



5.2 Exemplo de Validação dos Modelos de Confiabilidade

Neste exemplo apresenta-se a análise confiabilística de uma treliça com as dimensões e cargas mostradas na Figura 8. O material das barras apresenta um comportamento elástico linear, com módulo de elasticidade $E = 200 \text{ GPa}$. As seções transversais das barras da treliça possuem área de 25 cm^2 . A estrutura está sujeita a cargas $P = 200 \text{ kN}$, aplicadas verticalmente nos nós 2 e 4.

Figura 8 – Esquema estrutural da treliça em estudo



As variáveis aleatórias da estrutura são a carga externa P e área da seção transversal A . Os parâmetros estatísticos (média e desvio padrão) de cada variável aleatória são escritos em termos dos coeficientes média e CV, conforme apresentado na Tabela 1. O valor médio da variável aleatória é obtido multiplicando-se o fator apresentado por seu valor nominal. Em relação ao desvio padrão, este é obtido multiplicando seu valor médio pelo coeficiente de variação (CV).

Tabela 1 – Parâmetros estatísticos das v.a. utilizadas no problema

v.a.	Média	CV	Distribuição
A	1,00	0,10	Lognormal
P	1,00	0,25	Gumbel (máximos)

O critério de falha definido para o problema é caracterizado pelo deslocamento máximo no nó 4. Desta forma, a função de falha é escrita como a Equação 15.

$$G(A, P) = 3 - u_4(A, P) \quad (15)$$

Em que: 3 (cm) é o deslocamento máximo permitido e $u_4(A, P)$ é o deslocamento na direção vertical no nó 4 obtido a partir de uma análise estrutural linear.

Este exemplo foi estudado por Li e Zhang (2013), no qual a estimativa da probabilidade de falha é realizada por meio de métodos de simulação de Monte Carlo. Os

resultados obtidos no presente trabalho concordam com os apresentados pelos autores, conforme indicado na Tabela 2.

Tabela 2 – Probabilidade de falha devida ao deslocamento

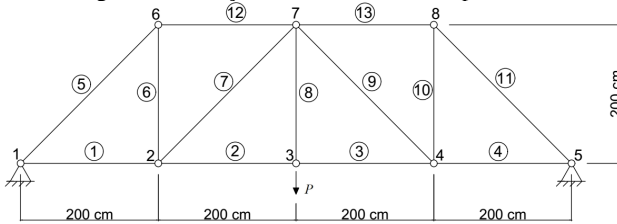
Método de Confiabilidade	P_f (%)	β
Presente Proposta (FORM)	$6,9 \cdot 10^{-2}$	3,1948
Li e Zhang (2013)	$6,4 \cdot 10^{-2}$	3,2204

5.3 Exemplo de Aplicação

Neste exemplo trata-se da análise confiabilística de uma treliça biapoada simétrica composta por 13 barras, conforme ilustrado na Figura 9. O problema foi adaptado de Rodrigues (1997) e Santos (2002), que apresentam a solução determinística do problema, tanto para análise linear elástica como a partir do modelo de encruamento isótropo.

A estrutura é solicitada por uma carga $P = 220\text{kN}$, aplicada monotonicamente no nó 3 em 12 incrementos de força. Adota-se um perfil laminado comercial de seção tubular circular, com diâmetro $D = 73\text{mm}$ e espessura de parede $t = 7,3\text{mm}$. Todas as barras possuem módulo de elasticidade $E = 210\text{GPa}$, tensão de escoamento $\sigma_Y = 250\text{MPa}$ e módulo de encruamento $k = 65,63\text{GPa}$.

Figura 9 – Treliça metálica com banzos paralelos



As variáveis aleatórias tratadas no problema são apresentadas na Tabela 3. Os parâmetros estatísticos, média e desvio padrão, de cada variável aleatória são escritos em termos dos coeficientes média e CV, semelhante ao exemplo anterior.

As informações estatísticas das variáveis foram obtidas no trabalho de Hamilton (2011) e em séries de dados de fabricação de tubos metálicos laminados.

Os modos de falha considerados referem-se à falha individual das barras por flambagem ou escoamento, a depender se o esforço atuante é de compressão ou tração, respectivamente.

Tabela 3 – Parâmetros estatísticos das v.a. utilizadas no problema

v.a.	Média	CV	Distribuição
D	1,0059	0,00181	Gaussiana
t	1,0069	0,0259	Gaussiana
E	1,04	0,05	Gaussiana
σ_Y	1,03	0,063	Lognormal
P	1,21	0,0405	Gaussiana

As equações de estado limite correspondentes a cada um dos modos analisados são apresentadas nas Equações 16 e 17, nas quais os argumentos especificados entre parênteses são considerados como v.a. na análise.

$$G_1(P, E, D, t) = \frac{\pi^2 EI}{L_f^2} - N_c \quad (\text{flambagem}) \quad (16)$$

$$G_2(\sigma_Y, P, E, D, t) = \sigma_Y - N_t \quad (\text{escoamento}) \quad (17)$$

Na Equação 16 deve-se destacar que o momento de inércia I é uma v.a., dependente das propriedades geométricas da seção transversal das barras. Os termos N_c e N_t são v.a. que correspondem aos esforços de compressão e tração numa barra da treliça. Tais termos são calculados implicitamente pelo modelo de elementos finitos, em função das v.a. básicas da função de falha.

Na Tabela 4 são apresentados os valores de esforço atuante e probabilidade de falha, medida via FORM, para as barras da treliça ao final do carregamento aplicado. Nota-se que as barras críticas são as de número 5 e 8, para flambagem e escoamento, respectivamente, em que o primeiro modo de falha é dominante, apesar de estar associado a um valor de esforço menor. Vale destacar a redução significativa dos valores de P_f nas barras com esforços menores que os críticos, chegando a valores desprezíveis, inferiores a 10^{-30} , no caso das barras 1, 2 e 6.

Tabela 4 – Esforço atuante em cada barra e probabilidade de falha associada

Barra	Flambagem			Escoamento		
	N (kN)	P_f		Barra	N (kN)	P_f
1	-57,75	$10^{-36,9396}$		2	57,75	$<10^{-50}$
5	-163,34	$10^{-2,5416}$		6	115,5	$<10^{-50}$
7	-163,34	$10^{-2,5416}$		8	231	$<10^{-5,7313}$
12	-115,5	$10^{-9,7771}$		-	-	-

A seguir são apresentados os resultados de probabilidade de falha das barras críticas para os dois modos de falha abordados, utilizando a simulação de Monte Carlo e o método analítico FORM (Tabela 5).

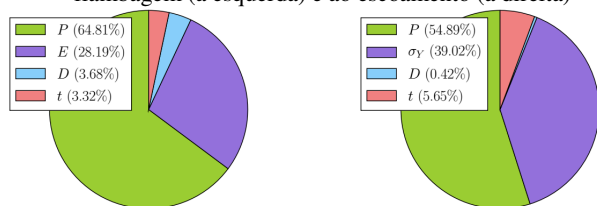
Tabela 5 – Probabilidade de falha para as barras críticas (5 e 8)

Flambagem			Escoamento		
P_f	Chamadas	Tempo	P_f	Chamadas	Tempo
Monte Carlo					
$10^{-2,5317}$	10^4	3,84 h	$10^{-5,7412}$	10^4	12,6 h
FORM					
$10^{-2,5416}$	50	10,11 s	$10^{-5,7313}$	241	30,97 s

Os resultados obtidos com FORM apresentam ótima congruência com os valores de Monte Carlo, a um custo computacional significativamente menor que este último. Apresenta-se também o número de chamadas feitas ao modelo numérico pelo módulo de confiabilidade, em que a eficiência do método FORM no acoplamento mecano-fiabilístico merece destaque.

Outra informação importante fornecida pela análise via FORM são os fatores de importância de cada v.a. na probabilidade de falha obtida, calculados a partir dos cossenos diretores da função de falha no ponto de projeto, no espaço reduzido. Os fatores são apresentados em termos percentuais na Figura 10.

Figura 10 – Fatores de influência para os modelos de falha à flambagem (à esquerda) e ao escoamento (à direita)



Nota-se que a carga aplicada, descrita pela v.a. P , possui alta influência nessa análise confiabilística, tanto para o modo de falha à flambagem quanto para o escoamento. Isso pode ser explicado pelo comportamento estatístico da variável, que apresenta uma grande dispersão, perturbando significativamente a resposta. Na falha por flambagem, a variável que representa o módulo de elasticidade se mostra importante, com fator em torno de 28%, enquanto que no modo referente a escoamento da seção, a tensão de escoamento do material se destaca, com fator de importância de 39%. Por fim, observa-se que as v.a. D e t possuem pouca influência na obtenção de P_f .

Visando uma análise de segurança integrada da estrutura, faz-se a associação dos modos de falha das barras críticas, como um sistema em série. Tal aproximação é coerente, tendo em vista a isostaticidade da estrutura, na qual a falha do elemento mais solicitado leva à falha do sistema. Com base na teoria de confiabilidade de sistemas, vide Lemaire, Chateaneuf e Mitteau (2013), obtém-se uma estimativa para a probabilidade de falha global, em torno de $10^{-2.5416}$. Nota-se que este é o valor da probabilidade de falha isolada da barra sujeita à falha por flambagem, sendo este modo dominante na segurança da estrutura. Tal comportamento é típico de sistemas em série, nos quais exista modo de falha dominante.

CONCLUSÕES

Por meio dos exemplos analisados, foi possível validar a implementação do modelo elastoplástico adotado, além de quantificar a influência das incertezas associadas às variáveis de projeto na resposta da treliça analisada. No exemplo de aplicação, a flambagem da barra mais comprimida se apresentou como o modo de falha governante na estrutura, com grande influência das v.a. que representam a carga aplicada e o módulo de elasticidade do material.

Em trabalhos futuros, pretende-se estender a metodologia de acoplamento mecano-fiabilístico para problemas de otimização baseada em confiabilidade, e implementar diferentes modelos constitutivos, além de não linearidade geométrica da estrutura.

AGRADECIMENTOS

Ao CENPES/PETROBRAS pela bolsa de estudos e ao LCCV/UFAL pela infraestrutura de apoio.

REFERÊNCIAS

- BECK, A. T. **Curso de confiabilidade estrutural: notas de aula**. São Carlos: Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, 2014.
- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **A first course in finite elements**. Chichester: John Wiley & Sons, 2007. <https://doi.org/10.1002/9780470510858>.
- HAMILTON, S. R. **Performance-based fire engineering for steel framed structures: a probabilistic methodology**. PhD Dissertation, Stanford University, 2011.
- JONES, E.; OLIPHANT, T.; PETERSON, P. **SciPy: Open source scientific tools for Python**, 2001.
- LEMAIRE, M.; CHATEAUNEUF, A.; MITTEAU, J. C. **Structural reliability**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013.
- LI, Y.; ZHANG, D. Plane truss reliability numerical simulation based on MATLAB. **Applied Mechanics and Materials**, v. 256, 2013.
- LUDENA, A. J. **Reliability-based analysis and design of 2D trusses**. Master Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2014.
- MELCHERS, R. E. **Structural reliability analysis and prediction**. New York: John Wiley, 1999.
- PROENÇA, S. P. B. **Análise não linear de estruturas: notas de aula**. São Carlos: Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, 2010.
- RODRIGUES, R. O. **Análise dinâmica bidimensional não-linear física e geométrica de treliças de aço e pórticos de concreto armado**. Tese (Doutorado), Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, 1997.
- SAGRILO, L. V. S. **Confiabilidade estrutural: notas de aula**. Rio de Janeiro: Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia, 2003.
- SANTOS, R. M. **Análise de estruturas metálicas reticuladas planas considerando a não linearidade física em sistemas não-conservativos**. Dissertação (Mestrado), Departamento de Estruturas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2002.
- SHAMES, I. H.; COZZARELLI, F. A. **Elastic and inelastic stress analysis**. Boca Raton: CRC Press, 1997.
- TESSARI, R. K. **Projeto baseado em desempenho de torres metálicas sujeitas à ação do vento**. Dissertação (Mestrado), Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, 2016.