

## **DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO DE SEÇÕES RETANGULAR E CIRCULAR MACIÇA SUBMETIDOS À FLEXÃO OBLÍQUA COMPOSTA UTILIZANDO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS**

*DESIGN OF REINFORCED CONCRETE RECTANGULAR AND SOLID CIRCULAR COLUMNS SUBJECTED  
TO BIAXIAL BENDINGS USING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS*

**Fernando Artur Nogueira Silva<sup>1</sup>, Maria Eduarda Maia Ferreira Gomes<sup>2</sup>, Romilde Almeida de Oliveira<sup>3</sup>**

Universidade Católica de Pernambuco, Recife, PE

<sup>1</sup>Doutor em Engenharia Civil, E-mail: farturnog@gmail.com

<sup>2</sup>Engenheira Civil, E-mail: maia\_mariaeduarda@hotmail.com

<sup>3</sup>Doutor em Engenharia Civil, E-mail: romildealmeida@gmail.com.

### **RESUMO**

Nos últimos anos importantes avanços no campo do desenvolvimento das ferramentas de inteligência artificial têm sido obtidos em praticamente todas as áreas do conhecimento científico. O caso particular dos sistemas inspirados em redes neurais biológicas tem se mostrado como uma promissora ferramenta que vem sendo utilizada com sucesso na solução de uma gama variada de problemas em praticamente todas as áreas do conhecimento técnico-científico. Este trabalho utilizou a técnica das Redes Neurais Artificiais para o dimensionamento de pilares de concreto armado submetidos à Flexão Oblíqua Composta. Foram estudadas seções transversais retangulares e circulares maciças. De uma maneira geral, este problema não apresenta uma solução analítica e, assim, a determinação das armaduras é frequentemente um processo marcadamente iterativo. O trabalho utilizou a técnica da Rede Neural Artificial para a obtenção de um mapeamento das variáveis de projeto em pilares de concreto. Foram utilizadas redes neurais diretas com algoritmo de treinamento baseado na retro propagação do erro com a consideração de mais de 400 dados para cada tipo de seção transversal estudada. Os resultados obtidos indicaram um excelente desempenho da técnica em situações usuais de projeto.

**Palavras-chave:** pilares de concreto armado, redes neurais artificiais, projeto de pilares.

### **ABSTRACT**

In recent years, important advances in the field of the development of artificial intelligence tools have been obtained in practically all the areas of the scientific knowledge. The systems inspired by biological neural networks have been seen as a promising tool that is being successfully used in the solution of several problems in almost all areas of the technical-scientific knowledge. The paper explores the use of Artificial Neural Networks for design reinforced concrete sections subjected to combined axial load and biaxial bending moments. In a general way, this problem does not have an analytical solution and the computation of reinforcement is often an iterative process. In this context, the paper used Artificial Neural Networks techniques to assess the mapping between variables in reinforced concrete columns design. Feed forward networks with back propagation training algorithm were used with more than 400 data for each type of cross section studied. Obtained results indicated good performance in real design conditions.

**Keywords:** reinforced concrete columns, artificial neural networks, columns design.

### **1 – INTRODUÇÃO**

As Redes Neurais Artificiais (RNA) utilizam conceitos associados ao massivo processamento local e distribuído que se acredita ocorrer no cérebro humano. Essas redes adquirem conhecimento por meio da experiência, sendo este conhecimento representado pela sua capacidade de mapear relações entre parâmetros de entrada e saída. São partiluarmente úteis quando se está lidando com situações nas quais o estabelecimento de uma descrição de relações funcionais entre as variáveis envolvidas em um determinado problema ou são excessivamente complexas ou não estão disponíveis.

A capacidade de aprender com exemplos e generalizar a informação aprendida é, sem dúvida, o atrativo principal da solução de problemas com RNA. A generalização, que está associada à capacidade da rede aprender por meio de um conjunto reduzido de exemplos e posteriormente oferecer respostas coerentes para dados que não lhe foram apresentados, se constitui numa demonstração de que a capacidade das RNA vai muito além do que exclusivamente mapear relações de entrada e saída. Elas são, de fato, capazes de extrair informações não apresentadas de forma explícita por meio de dos exemplos.

A estratégia de modelagem é uma importante ferramenta para a solução de problemas que tenham uma marcante característica não linear como ocorre no

dimensionamento de pilares de concreto armado submetidos a flexão oblíqua composta. Neste artigo, modelos de RNA para o cálculo das armações de pilares retangulares de concreto armado foram desenvolvidos.

O dimensionamento de elementos de concreto armado com a utilização de programas computacionais costuma ser um processo fortemente interativo no qual as relações de compatibilidade e de equilíbrio são um requisito básico. Na modelagem utilizada no artigo, variações nas dimensões da seção, na relação entre o centro de gravidade das armadura e o cobrimento da seção, na resistência característica do concreto, no arranjo das armaduras e nos valores dos esforços de projeto atuantes são capturados pelo modelo de RNA utilizado. A Rede Neural Artificial projetada permite, com um adequado processo de treinamento, mensurar a participação de cada variável no processo de dimensionamento e é, ainda, capaz de extrapolar resultados para situações que não lhe foram apresentadas. A modelagem apresentada se constitui numa alternativa aos processos usuais de dimensionamento que utilizam tabelas ou diagramação de interação.

## 2 – REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Atualmente há um grande interesse de pesquisadores em todo o mundo pela modelagem de problemas com a utilização de técnicas de Redes Neurais Artificiais (RNA). Isto ocorre, em grande parte, porque seus recursos podem ser aplicados a uma variada gama de problemas, muitos dos quais eram tidos como demasiadamente complexos ou inexistiam modelos teóricos sofisticados para sua solução.

As redes neurais artificiais buscam simular computacionalmente as redes neurais biológicas presentes no cérebro humano que são emuladas por meio de poderosos modelos matemáticos não lineares.

Uma das principais características de uma rede neural artificial é a sua capacidade de encontrar relações funcionais implícitas entre as variáveis de entrada e saída de determinado problema. O sucesso desta etapa está diretamente associado à arquitetura da rede – quantidade de camadas ocultas e número de nós destas camadas – e passa igualmente pelas estratégias utilizadas no seu treinamento. O modelo geral de um neurônio artificial, exibido na Figura 1, representa uma generalização do modelo de McCulloch e Pitts (HAYKIN, 2001).

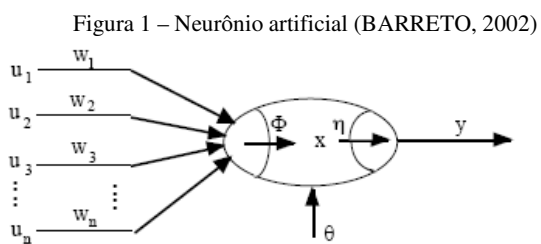
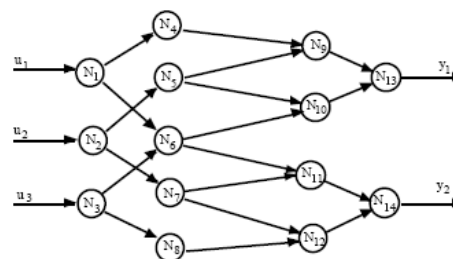


Figura 1 – Neurônio artificial (BARRETO, 2002)

As entradas  $u_i$  são combinadas por meio de uma função  $\Phi$  para produzir um estado de ativação do neurônio que, usando a função  $\eta$ , produzirá a saída do neurônio. Geralmente a função  $\Phi$  representa a soma ponderada das entradas,  $x$  é o resultado da soma ponderada e  $y = \eta(x)$  é a saída oferecida pela rede.

A quantidade de camadas ocultas e quantidade de neurônios destas camadas se constituem, como se verá mais adiante, numa das tarefas mais difíceis do projeto de uma rede neural artificial. Os elementos de uma rede direta com três camadas de neurônios são mostrados na Figura 2.

Figura 2 – Rede neural artificial direta com 3 camadas ocultas (BARRETO, 2002)



Esse tipo de rede tem se tornado muito popular porque há uma razoável disponibilidade de métodos de aprendizado disponíveis, o mais usual o método de retro-propagação (*backpropagation*).

Neste artigo, uma arquitetura de rede direta (*feed forward network*) foi utilizada em combinação com um algoritmo de retro-propagação para treinamento da rede. O software utilizado para o treinamento das redes foi o QNET (QNET, 2000), que se constitui num perceptron multicamadas com treinamento conduzido por um algoritmo de retro-propagação.

O programa tem potencialidade para modelar redes neurais com até 8 (oito) camadas intermediárias de neurônios (camadas ocultas) e permite ainda a utilização de quatro funções de ativações distintas (função sigmóide, função tangente hiperbólica, função secante hiperbólica e função *Gaussiana*). No modelo formulado para este artigo foi utilizada a função de transferência *Gaussiana*.

## 3 – PROJETO DE PILARES DE CONCRETO EM FLEXÃO OBLÍQUA COMPOSTA

No dimensionamento de pilares de concreto armado, a flexão normal oblíqua composta é um estado de flexão que ocorre com relativa frequência. Situações usuais nas quais este estado de sollicitação se manifesta são as seções transversais que não possuem plano de simetria, as seções de forma simétrica com armadura assimétricas ou as seções de forma simétricas com armadura simétrica, mas com plano de atuação do momento fletor não coincidente com o plano de simetria da seção. Nestas situações, a profundidade da linha neutra, sua orientação – ela não é, em regra, perpendicular ao

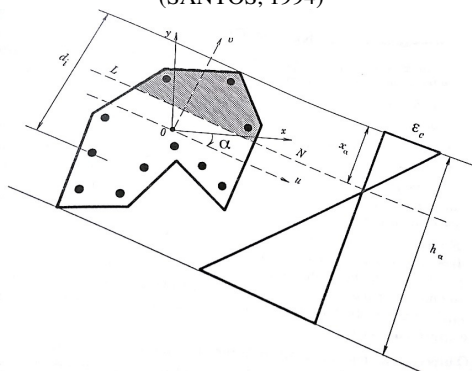
*Dimensionamento de pilares de concreto armado de seções retangular e circular maciça submetidos à flexão oblíqua composta utilizando redes neurais artificiais*

plano de ação do momento fletor – e a área de aço são as incógnitas do problema que só pode ser resolvido por tentativas – não há solução analítica disponível.

A capacidade resistente de uma seção de concreto armado submetida à flexão oblíqua composta depende de uma série de variáveis, tais como: dimensões da seção transversal, disposição da armadura, relação tensão-deformação dos materiais utilizados, limites de escoamento do aço e, acima de tudo, da excentricidade da força normal. As hipóteses básicas para o estudo da capacidade resistente de peças de concreto armado submetidos a solicitações normais abrangem os limites de deformação preconizados pela norma brasileira de projeto de estruturas de concreto (ABNT NBR 6118:2014) – Item 17.2.2 – bem como os diagramas tensão versus deformação para o concreto e para o aço – Item 8.2.10 para o concreto e Item 8.3.6 para o aço.

Os elementos de uma seção transversal genérica submetida a flexão oblíqua composta, com indicação da posição do eixo neutro e do seu bloco comprimido, são ilustrados na Figura 3.

Figura 3 – Seção transversal genérica sob flexão oblíqua composta (SANTOS, 1994)



Verificando as equações de equilíbrio da seção transversal indicada na Figura 3 é possível escrever as seguintes expressões:

$$N_d = \int_{A_{cc}} \sigma_{cd} dA + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{sdi} \quad (1)$$

$$M_{xd} = \int_{A_{cc}} \sigma_{cd} x dA + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{sdi} x_{si} \quad (2)$$

$$M_{yd} = \int_{A_{cc}} \sigma_{cd} y dA + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{sdi} y_{si} \quad (3)$$

Em que:  $A_{cc}$  = área comprimida da seção transversal;  
 $A_{si}$  = área de uma barra de aço genérica  $i$ ;  
 $\sigma_{sdi}$  = tensão normal numa barra de aço genérica  $i$ ;  
 $n$  = número de barras de aço da armadura;

$x_{si}$  e  $y_{si}$  = coordenadas de uma barra de aço genérica  $i$ .

O processo de dimensionamento é conduzido de maneira iterativa realizando-se uma sequência de verificações para variados valores da área de aço total da seção e seção transversal previamente fixada. Para cada valor da área de aço da seção, são determinados os esforços resistentes –  $N_{dr}$ ,  $M_{xdr}$  e  $M_{ydr}$  – e a armadura de interesse é aquela que iguala os esforços de projeto aos esforços resistentes, dentro de uma margem de tolerância preestabelecida.

Alternativamente, a norma brasileira de projeto de estruturas de concreto (ABNT NBR 6118:2014) em seu item 17.2.5 permite uma aproximação na solução de problemas de flexão oblíqua simples ou composta dada pela expressão a seguir:

$$\left[ \frac{M_{Rd,x}}{M_{Rd,xx}} \right]^\alpha + \left[ \frac{M_{Rd,y}}{M_{Rd,yy}} \right]^\alpha = 1 \quad (4)$$

Em que:  $M_{Rd,x}$  e  $M_{Rd,y}$  = são as componentes do momento resistente em flexão oblíqua composta, segundo os dois eixos principais de inércia  $x$  e  $y$ , da seção bruta, com um esforço normal resistente de cálculo  $N_{Rd}$  igual à normal solicitante  $N_{Sd}$ . Estes são os valores que se deseja obter;

$M_{Rd,xx}$  e  $M_{Rd,yy}$  = são os momentos resistentes de cálculo segundo cada um dos referidos eixos em flexão composta normal, com o mesmo valor de  $N_{Rd}$ . Estes valores são calculados a partir do arranjo e da quantidade de armadura em estudo;

$\alpha$  = é um expoente cujo valor depende de vários fatores, entre os quais o valor da força normal, a forma da seção, o arranjo da armadura e suas porcentagens. Em geral, pode ser adotado  $\alpha = 1$ , a favor da segurança. No caso de seções transversais retangulares, pode-se adotar  $\alpha = 1,2$ .

Por qualquer um dos critérios acima expostos, o projeto exato de elementos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua composta se constitui numa tarefa árdua que comporta importantes complexidades e envolve cálculos exaustivos num processo marcadamente iterativo. Usualmente, em situações de projeto, esta dificuldade é ultrapassada mediante recursos a diagramas de interação ou tabelas que fornecem uma solução aproximada aceitável na maioria das situações da prática de dimensionamento. Neste artigo foram estudadas seções transversais retangulares e circulares maciças de concreto armado com armadura uniformemente distribuída. No cálculo das armaduras, foi utilizado o Programa CONDE 3.1 (SANTOS, 2008) e rotinas informatizadas para dimensionamento de seções quaisquer submetidas à flexão normal composta. Estas rotinas foram implementadas no Mathcad (MATHSOFT, 2011) e desenvolvidas pelos próprios autores do trabalho.

#### 4 – CONFIGURAÇÃO DA REDE NEURAL UTILIZADA E TREINAMENTO

Na elaboração do projeto de uma RNA ideal para solucionar um determinado problema, uma das tarefas mais árduas e estafantes é a definição do número de camadas ocultas e do número de nós destas camadas. Não há regras fixas para esta etapa do projeto. Alguns estudos já demonstraram, por outro lado, que para uma dada rede projetada com muitas camadas ocultas, sempre existirá uma rede projetada com uma única camada oculta que apresentará nível de aprendizado equivalente (HECHT-NIELSEN, 1989), (BEALE; JACKSON, 1992). Não obstante esta constatação, os autores não indicam qual o número de nós que a camada oculta de processamento deva ter para a obtenção deste comportamento.

Muitos fatores podem influenciar a determinação da configuração ótima das camadas ocultas de uma rede neural. Esses fatores incluem a quantidade de pares de treinamento, o número de nós nas camadas de entrada e saída e as relações entre os dados de entrada e de saída. Pode ser tentador projetar uma rede com muitas camadas ocultas e muitos nós de processamento, fundamentado na idéia de que “quanto maior o cérebro melhor será o modelo”. Ao contrário, essa atitude pode resultar num modelo de baixo desempenho, uma vez que, com uma estrutura de camadas ocultas muito grande e complexa para o modelo estudado, a rede tende a memorizar entradas e saídas ao invés de aprender as relações existentes entre eles, que é o que se deseja.

Flood e Kartam (FLOOD; KARTAM, 1994) sugeriram que o número de nós na camada oculta deve se situar entre a soma e a média do número de nós das camadas de entrada e da saída da rede.

Alguns procedimentos orientativos para o projeto de uma rede neural artificial são sumarizados a seguir (EMARUCHI; JIN; KITE, 1994).

- Um maior número de elementos de processamento pode levar a rede a um processo de memorização, situação que não é desejável;
- Quanto mais complexa a função de mapeamento (relação entre as entradas e saída da rede) mais complexa deve ser a RNA;
- Quanto maior for o conjunto de treinamento, maior deverá ser o número de elementos de processamento da RNA (neurônios).

Tomando como ponto de partida as recomendações expostas acima, foram realizadas várias tentativas para se definir a arquitetura interna da rede (número de camadas ocultas e quantidade de neurônios em cada uma) que exibisse o melhor desempenho e convergência para o problema estudado. Após um expressivo número de tentativas, os parâmetros da rede que exibiu o melhor desempenho foram os seguintes:

- Número de camadas ocultas = 2;
- Número de neurônios na camada 1 = 124;
- Número de neurônios na camada 2 = 20

- Número de elementos de treinamento = 200 (para cada tipo de seção transversal);

Para a rede utilizada no artigo, a camada de entrada é composta por 8 (oito) neurônios definidos, conforme a seguir, para a seção transversal retangular, com uma discreta alteração para as seções transversais circulares.

- Neurônio 1: base da seção transversal em centímetros;
- Neurônio 2: altura da seção transversal em centímetros;
- Neurônio 3: delta ( $\delta$  – relação  $d'/h$ );
- Neurônio 4: resistência característica à compressão do concreto em  $kN/cm^2$ ;
- Neurônio 5: resistência característica à tração do aço em  $kN/cm^2$ ;
- Neurônio 6: esforço normal característico em  $kN$ ;
- Neurônio 7: momento fletor característico na direção  $x$  em  $kNm$ ;
- Neurônio 8: momento fletor característico na direção  $y$  em  $kNm$ ;

Para a camada de saída de todos os modelos estudados foi atribuído um único neurônio, representando a área de aço necessária, a ser distribuída de maneira uniforme nas seções transversais estudadas.

Os dados de entrada das redes, bem como seus intervalos de variação, são indicados na Tabela 1.

Tabela 1 – Variáveis de entrada e intervalo de variação

Parâmetro	Intervalo de Variação	
	Seção Retangular	Seção Circular
Base ou Diâmetro seção (cm)	19-56	22-200
Altura da seção, cm	40-140	-
Relação $d'/h$	0,036-0,228	0,019-0,250
$f_{ck}$ , $kN/cm^2$	2,0-5,0	2,0-5,0
$f_{yk}$ , $kN/cm^2$	50	50
Esforço normal característico, $kN$	280-14.350	120-72.000
Momento fletor característico na direção $x$ , $kNm$	25-1.250	35-21.000
Momento fletor característico na direção $y$ , $kNm$	25-1.200	-

Neste estudo, a arquitetura da rede utilizada foi obtida após análises de diferentes configurações para um mesmo número de iterações. Os parâmetros de treinamento eram, então, modificados e o processo de treinamento era repetido. O critério de convergência adotado foi a minimização da raiz quadrada do erro médio (root mean square error) entre as saídas da rede e as respostas desejadas.

Os dados de entrada e saída fornecidos às redes foram normalizados. Esta operação é necessária porque a função de ativação empregada – sigmóide – tem domínios que se situam no intervalo compreendido entre os números 0 (zero) e 1 (um).

O processo de treinamento das redes para escolha da arquitetura que apresentou melhor desempenho foi feito por meio do monitoramento simultâneo das fases de treinamento e validação. Este acompanhamento permite identificar se a rede está apresentando o que se costuma referir de *over-fitting* que é um treinamento excessivo que reduz o desempenho global da rede. O treinamento excessivo se manifesta quando, para um dado número de iterações, o erro médio da etapa de validação aumenta simultaneamente com um decréscimo do erro da etapa de treinamento. O *over-fitting* é indesejável porque quando ele ocorre a rede, ao invés de identificar relações entre as variáveis envolvidas que permitam formular uma previsão de saída adequada, ela memoriza mapeamentos entre os dados de entrada e de saída. Em todas as redes treinadas não foi verificada a existência de *over-fitting*.

O programa de simulação de redes neurais utilizado permitiu o treinamento e a validação simultânea ao longo do processo de estudo da arquitetura de rede mais adequada à solução do problema.

## 5 – ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Nas Figura 4 e a Figura 5 são exibidas, respectivamente, para as seções retangulares e circulares, a correlação entre os valores normalizados das áreas de aço estimadas pela rede e os valores obtidos com o Programa CONDE 3.1. Também se acham representados nestas figuras o ajuste ótimo e os pontos utilizados para o treinamento (em azul) e validação (em verde) da rede treinada. Quanto mais próximos os pontos se posicionam da reta de ajuste ótimo melhor o ajuste global do modelo.

Figura 4 – Comparação das entradas e saídas normalizadas (Seção Retangular)

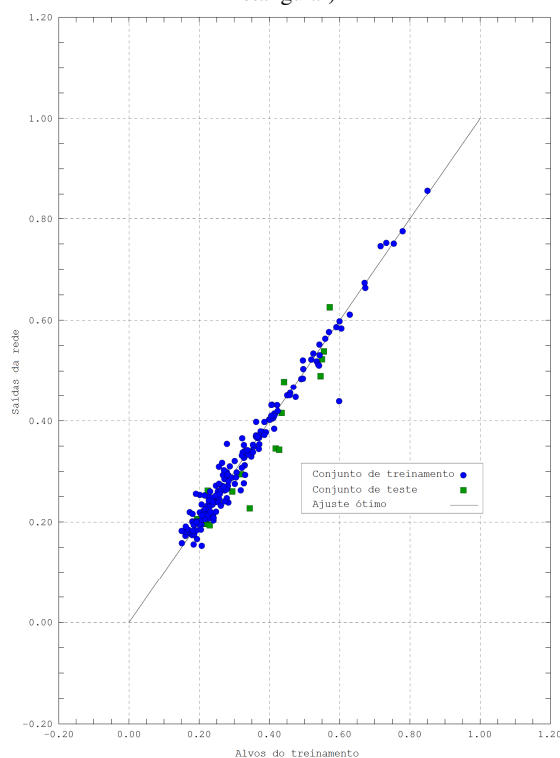
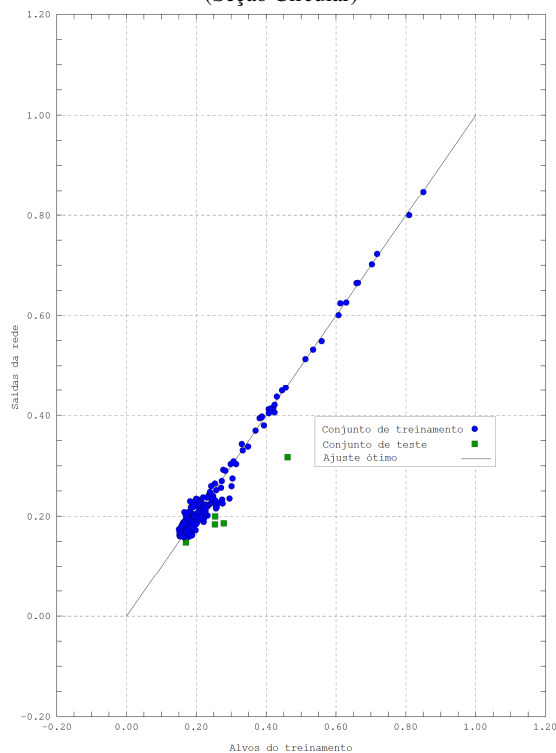


Figura 5 – Comparação das entradas e saídas normalizadas (Seção Circular)



Como pode ser observado, há uma boa concordância, tanto para os pontos utilizados no treinamento quanto para os pontos utilizados para o teste da rede, para os dois tipos de seções transversais estudadas. Isto significa que a rede foi efetiva no mapeamento das relações existentes entre as variáveis de entrada e a variável de saída de um problema relativamente complexo que é o dimensionamento de seções de concreto armado em flexão oblíqua composta. O resultado obtido demonstra as potencialidades da modelagem de problemas complexos mediante recurso às redes neurais artificiais.

Uma comparação entre as áreas de aço fornecidas pela rede treinada e aquelas obtidas com utilização de processos usuais de dimensionamento acha-se exposto nas Tabelas 2 e 3, para seção retangular e circular, respectivamente. As tabelas apresentam, de maneira exemplificativa, uma comparação entre os resultados da área de aço obtidos por meio da simulação com redes neurais e aqueles obtidos pelo Programa CONDE 3.1 (SANTOS, 2008) para as seções transversais estudadas.

Tabela 2 – Resultados – Seção Transversal Retangular

b cm	h cm	$\delta$ d'/h	$f_{ck}$ kN/cm <sup>2</sup>	$N_d$ kN	$M_{dx}$ kNm	$M_{dy}$ kNm	Área de aço cm <sup>2</sup>	
							Ref.	RNA
38	82	0,13	3,4	860	200	98	13,5	14,0
35	95	0,12	5,0	3.890	420	320	24,2	25,4
31	65	0,12	5,0	1.890	110	420	15,5	16,6
32	95	0,09	4,0	4.360	250	450	22,5	23,6
54	120	0,15	5,0	12.500	1.250	690	63,4	63,9
29	90	0,06	3,5	5.300	100	230	23,5	23,9
36	86	0,13	3,0	4.310	240	70	24,2	24,3
32	100	0,15	4,5	9.000	120	250	39,2	40,2
24	92	0,05	4,5	3.260	230	180	27,3	27,82
48	122	0,14	4,4	7.500	870	1.000	71,1	72,22
32	100	0,15	5,0	10.000	150	170	44,9	45,5
24	52	0,08	3,0	590	70	90	11,2	11,5
25	90	0,08	4,5	2.560	194	320	33,0	34,6
24	67	0,10	4,4	720	130	80	25,1	25,1
28	65	0,12	2,5	760	90	130	16,8	17,6

O exame dos valores contidos nestas tabelas realça o bom desempenho das redes projetadas, tanto para as seções transversais retangulares quanto circulares. No caso das seções transversais retangulares, o erro entre as áreas de aço obtidas pela rede neural e aquelas fornecidas por processo iterativo usual de dimensionamento variou de 0,28 a 7,37% e para as seções transversais circulares variou entre 0,17 a 9,52%. Tratam-se de valores aceitáveis em nível de projeto, tendo em vista a complexidade do processo de dimensionamento de seções de concreto armado submetidos à flexão oblíqua composta.

Tabela 3 – Resultados – Seção Transversal Circular

$\varnothing$ cm	$\delta$ d'/h	$f_{ck}$ kN/cm <sup>2</sup>	$N_d$ kN	$M_d$ kNm	Área de aço cm <sup>2</sup>	
					Ref.	RNA
73	0,10	3,8	230	400	27,3	27,8
76	0,08	4,0	1.900	980	46,8	49,9
188	0,02	2,0	29.700	6.000	144,5	144,7
74	0,07	3,0	7.450	2.500	36,8	37,0
70	0,07	3,0	8.300	2.700	34,2	34,6
74	0,08	4,0	540	820	59,2	62,5
70	0,06	4,5	10.000	670	59,6	60,6
66	0,09	2,6	4.300	1.300	31,6	34,6
72	0,06	3,7	8.450	710	59,2	63,5
55	0,10	5,0	8.500	2.300	60,1	61,7
45	0,09	3,5	3.680	220	45,7	46,8
38	0,15	2,7	120	150	29,4	31,0
52	0,12	2,7	3.800	320	60,7	63,3
30	0,18	2,2	680	60	18,1	18,2
35	0,12	3,5	2.360	125	38,2	40,8

Os resultados obtidos demonstram a eficiência da modelagem do problema estudado com a utilização de redes neurais artificiais e a metodologia desenvolvida para treinamento e validação da rede projetada se mostrou capaz de mapear as relações entre os valores das diversas variáveis envolvidas no problema, dentro do intervalo de valores estudado. Tais resultados permitem inferir que a modelagem pode ser utilizada para outras seções transversais tais como: T, L ou seções em cruz.

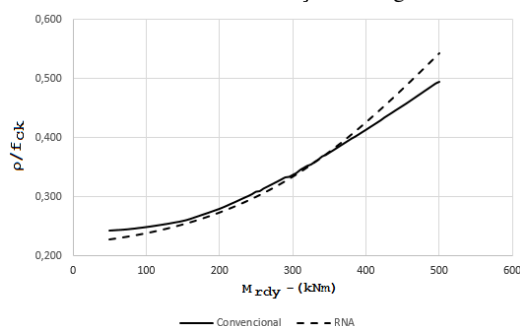
Uma outra comparação da eficiência da modelagem realizada com redes neurais do problema estudado pode ser observada na Figura 6. Nela está representada a resposta oferecida pela rede treinada e aquela obtida por processo usual de dimensionamento, para o caso de seções transversais retangulares. A comparação apresentada considerou que os dados de entrada do problema foram mantidos constantes, nos valores a seguir indicados, com exceção dos valores do momento fletor na direção y –  $M_{dy}$  – que foi admitido variável de 50 a 500 kN.m.

- Base seção transversal = 35 cm;
- Altura da seção transversal = 75 cm;
- Delta ( $\delta$  – relação d'/h) = 0,12;
- Resistência característica à compressão do concreto = 5,0 kN/cm<sup>2</sup>;
- Resistência característica à tração do aço = 50 kN/cm<sup>2</sup>;
- Esforço normal de projeto = 1.700 kN;
- Momento fletor de projeto na direção x = 350 kNm;

- Momento fletor de projeto na direção  $y =$  variável de 50 a 500 kN.m.

Um novo grupo de dados de entrada foi gerado a partir das informações acima indicadas, perfazendo um total de 91 épocas. A rede neural projetada foi então rodada no modo *recall* para fornecer as áreas de aço estimadas para esta nova configuração de dados de entrada. Esta é uma ferramenta muito útil para se avaliar a resposta da rede para um novo grupo de dados, diferente daquele utilizado no seu treinamento e validação.

Figura 6 – Comparação do projeto convencional e modelagem com RNA – Seção Retangular



Conforme se observa, os resultados obtidos com a simulação com redes neurais artificiais são muito próximos à aqueles obtidos mediante recurso a processos usuais de dimensionamento. Este comportamento demonstra a eficácia de modelagem do problema com a técnica das redes neurais artificiais que torna promissor o seu uso em outros tipos de problemas de engenharia estrutural, principalmente aqueles nas quais uma solução analítica aceitável não seja de fácil obtenção.

## CONCLUSÕES

O artigo discutiu a aplicação das técnicas de redes neurais artificiais no cálculo das armaduras de pilares de concreto armado submetidos à flexão oblíqua composta. Os aspectos principais relativos às estratégias utilizadas na formulação e solução de problemas mediante utilização de procedimentos de inteligência artificial foram discutidos e uma breve revisão das hipóteses de dimensionamento de seções transversais submetidas a solicitações normais foi igualmente exposta.

Para demonstrar a eficiência da utilização da modelagem com redes neurais artificiais, foi estudado o dimensionamento de seções transversais retangulares e circulares maciças de concreto armado submetidas à ação conjunta de momentos fletores e esforço normal. Ao todo, a solução do problema envolve o manuseio de nove variáveis de entrada e uma variável de saída. Para o treinamento das redes foi considerada um largo intervalo de variação destas variáveis, de forma a representar as situações usualmente encontradas na prática.

Os resultados obtidos mostram que a utilização das técnicas das Redes Neurais Artificiais apresentou excelente desempenho na determinação de armaduras em pilares de concreto armado submetidos a flexão oblíqua composta e pode ser um instrumento de importante valia para engenheiros projetistas na solução deste e de outros problemas nos quais a solução analítica ou é inexistente ou se apresenta com importante dificuldade de obtenção.

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS ABNT **NBR 6118**. Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2014.
- BARRETO, J. M. **Introdução às Redes Neurais Artificiais**, Laboratório de Conexionismo e Ciências Cognitivas do Departamento de Informática e Estatísticas, UFSC, 2002, 57 p.
- BEALE, R.; JACKSON, T. **Neural Computing**. Bristol – UK. Institute of Physics Publishing, 1992, 240 p.
- EMARUCHI, B.; JIN, S. Y. D.; KITE, G. Land Cover Mapping Using an Artificial Neural Network. *In: ISPRS Mapping and Geographic Information Systems*. Georgia, v. 30, p. 84-89, 1994.
- FLOOD, I.; KARTMAM, N. Neural Networks in Civil Engineering I: Principles and Understanding. **Journal of Computing in Civil Engineering**, v. 8, n. 2, p. 131-148, 1994. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3801\(1994\)8:2\(149\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3801(1994)8:2(149)). [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3801\(1994\)8:2\(131\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3801(1994)8:2(131)).
- HAYKIN, S. S. **Redes neurais: Princípios e prática**. 2ª Edição. Porto Alegre, Editora Bookman, 2001.
- HECHT-NIELSEN, R. **Neurocomputing**, San Diego. Addison-Wesley, 1989, 433 p.
- MATHSOFT, **Mathcad 7 Professional**. Cambridge, MA, 2001.
- SANTOS, L. M. **Concrete Design 3.1 – Aplicativo Para Dimensionamento de Seções de Concreto Armado**, Versão 3.1, São Paulo, 2008.
- SANTOS, L. M. **Sub-rotinas básicas do dimensionamento de concreto armado**. São Paulo: Thot, 1994.
- QNET, **Neural Network Modeling for Windows**, 2000.