

O USO DE OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA NO PROJETO DE *BLANKS* SOLDADOS

NUMERICAL OPTIMIZATION APPLIED ON DESIGN OF TAILOR WELDED BLANKS

Márcio Eduardo Silveira¹, Eduardo Alberto Fancello²

¹Docente do Laboratório de Simulação Numérica Aplicada – LASIN, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de São João del Rei – UFSJ. E-mail: msilveira@ufsj.edu.br

²Docente do Grupo de Análise e Projetos Mecânicos – GRANTE, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. E-mail: fancello@grante.ufsc.br

RESUMO

A otimização topológica é frequentemente referenciada na literatura como otimização de forma generalizada (ou otimização de *layout*). A importância deste tipo de otimização encontra-se no fato de que, a escolha de uma topologia apropriada de um componente, na etapa conceitual, é geralmente, um dos fatores mais decisivos para a eficiência de um novo produto. A utilização de *blanks* soldados na indústria automotiva tem permitido otimizar o projeto de um determinado componente, pois é possível unir aços de diferentes espessuras, graus de conformabilidade e resistência mecânica em um único *blank*, que após a sua estampagem, pode ter seu desempenho otimizado pela configuração adequada dos aços que o compõem. A definição do *arranjo* de um *blank* soldado depende tanto dos esforços que a peça final terá em uso como também das deformações sofridas durante seu processo de conformação. Este trabalho consistiu em usar técnicas de otimização topológica e simulação de estampagem via Aproximação Inversa para estimar o *arranjo* inicial de um *blank* soldado tendo como restrição a Curva Limite de Conformação dos materiais. Em uma segunda etapa, a otimização topológica com restrição em massa foi utilizada para maximizar a rigidez do componente em uso.

Palavras-chave: *Blank* soldado, Aproximação Inversa, Otimização Topológica.

ABSTRACT

Topology optimization is often referenced in literature as a layout optimization (or a generalized shape optimization). The importance of this type of optimization is the fact that the choice of an appropriate topology for a component, in conceptual stage is generally one of the most decisive factors for the efficiency of a new product. The use of tailor welded blanks in the automotive industry has allowed to optimize the design of a given component, because it is possible to combine steels with different thickness, degree of formability and mechanical strength in a single blank, which after the stamping, can be its performance optimized by proper configuration of the steel. The layout design of a tailor welded blanks depends on both the efforts that the final component will have in use as well as the strain during its forming process. This work consisted in use of topology optimization techniques and simulation of stamping via Inverse Approach to estimate the initial layout of a tailor welded blank, with constraint on Forming Limit Curve. In a second step, the topology optimization with mass constraint was used to maximize the stiffness of the component in use.

Keywords: Tailor Welded Blank, Inverse Approach, Topology Optimization.

1 – INTRODUÇÃO

A otimização estrutural pode ser definida como uma forma racional de projeto estrutural em que se busca o melhor projeto (no sentido de um determinado desempenho) dentre um conjunto de possíveis projetos que satisfazem restrições de comportamentos e/ou geometrias. A otimização estrutural combina conceitos matemáticos e mecânicos com engenharia e tem um campo multidisciplinar muito vasto para aplicações, tais como engenharia mecânica, civil, nuclear, aeronáutica e espacial. A consideração de recursos materiais e energéticos limitados, baixo tempo de produção, forte competição tecnológica e problemas ambientais foi o que motivou o aumento considerável do número de pesquisa em otimização estrutural, (OLHOFF; TAYLOR, 1983). Tomando o critério de projeto como sendo o custo ou peso mínimo de uma estrutura para um dado desempenho, ou tomando o critério como sendo um máximo desempenho para um limite sobre o custo (ou seja, máxima economia de material), a relevância da otimização estrutural é óbvia.

Dentre as formas de otimização estrutural, a otimização dimensional foi a que surgiu primeiro. Neste tipo de problema, a função desempenho geralmente está relacionada com as propriedades de rigidez tais como a área de uma seção transversal de uma barra ou a espessura de uma placa. A otimização material é mais comum em estruturas de materiais compostos laminados. Nessas estruturas, as variáveis de projeto são, por exemplo, espessura do laminado, ângulo das fibras, número de lâminas etc. A otimização de forma visa alcançar um projeto ótimo de um determinado componente estrutural por meio de variáveis que controlam a forma do contorno (ou parte dele).

A otimização topológica é frequentemente referenciada na literatura como otimização de forma generalizada (ou otimização de *layout*), (ESCHENAUER; OLHOFF, 2001). A importância deste tipo de otimização encontra-se no fato de que, a escolha de uma topologia apropriada de uma estrutura na fase conceitual é, geralmente, um dos fatores mais decisivos para a eficiência de um novo produto. A otimização de forma e dimensional

em geral não pode mudar a topologia estrutural durante o processo de solução. A otimização topológica é portanto mais valiosa como uma ferramenta de "pré-processamento" para uma posterior otimização de forma e/ou dimensional.

Para estruturas contínuas, a otimização topológica pode ser feita de duas maneiras: pela aproximação macro-estrutural e pela aproximação micro-estrutural. Com a aproximação macroestrutural, a topologia do corpo sólido pode ser mudada pelo crescimento ou degeneração de material, pela inserção de vazios (orifícios). Em cada iteração, pode haver um novo "remalhamento", e os vazios e as variáveis de contorno do corpo contínuo podem ser simultaneamente submetidos a uma otimização de forma. Na aproximação micro-estrutural, a malha de elementos finitos é mantida constante durante todo o processo de otimização, enquanto as mudanças ocorrem nas propriedades constitutivas do material. O problema discreto, controlado por um parâmetro ρ que indica a existência de material ($\rho = 1$) ou não existência de material ($\rho = 0$), não é bem posto matematicamente, isto é, ele não garante existência de mínimo. Assim, a abordagem micro estrutural admite a existência de "material intermediário" com propriedades constitutivas que variam continuamente entre material sólido e vazio. Este comportamento pode ser simulado por meio da definição de um material com microestruturas ou "poroso" cujas, propriedades aparentes macroscópicas são obtidas por técnicas de homogeneização, (BENDSOE, 1995; HASSANI; HINTON, 1999). Uma técnica bastante utilizada por sua simplicidade é admitir que o comportamento do material seja controlado por uma única variável $\rho = [0, 1]$, frequentemente chamada de "densidade" do material. Nesta formulação, denominada SIMP (*Solid Isotropic Microstructure with Penalty*), o tensor de elasticidade $[E]$ e a massa M são calculados por meio da Equação (1):

$$[E(x)] = \rho(x)^p [E^0], \quad p > 1, \quad M = \int_{\Omega} \rho(x) d\Omega \quad (1)$$

Em que: $[E^0]$ é o tensor de elasticidade do material de referência. A função de densidade $\rho(x)$ entra na relação das rigidezes numa potência $p > 1$ que tem um efeito de penalização sobre as densidades intermediárias $0 < \rho < 1$, fazendo com que a rigidez tenha um comportamento não linear com a densidade. Ou seja, o uso do modelo SIMP para $p > 1$ força a topologia a caminhar para valores limites das densidades, $\rho = 0$ (vazio) e $\rho = 1$ (sólido). Porém, a solução para este tipo de problema frequentemente tende a um campo oscilatório, apresentando uma indesejável distribuição de densidade num padrão periódico na forma de um tabuleiro (*checkerboard*), (BORRVAL; PETERSSON, 2001). Várias alternativas para amenizar este fenômeno estão disponíveis na literatura. Algumas delas impõem diretamente um limite local sobre as componentes do gradiente, calculados a partir da diferença de densidades entre os elementos adjacentes, divididos pela distância entre eles, (BENDSOE, 1995;

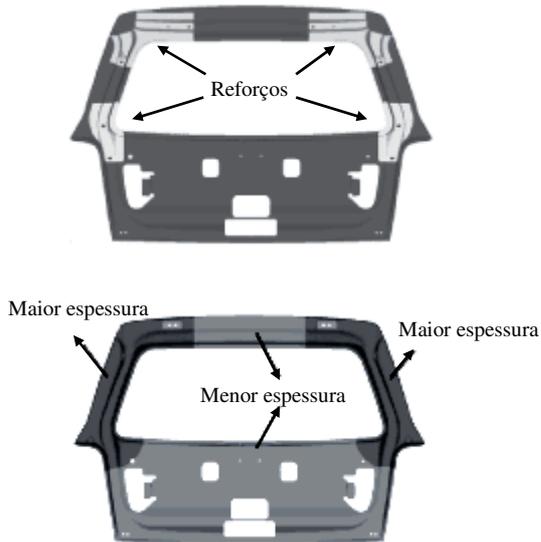
PETERSSON; SIGMUND, 1998). Outras são baseadas na filtragem do campo de densidades, o que gera limites sobre o gradiente ao longo de uma sub-região, (BOURDIN, 1999). Algumas têm como base a imposição de um limite para o perímetro total da solução (HABER; JOG; BENDSOES, 1995). Em Pereira (2001), uma solução bastante eficiente para este problema foi a introdução de um limite para a norma do gradiente por meio de uma penalização.

A otimização estrutural ganhou importância no cenário automotivo a partir da década de 1990. As restrições de peso impostas pelas leis ambientais de emissão em conjunto com as rígidas normas de segurança, impuseram aos engenheiros o desafio de projetar automóveis mais leves e mais seguros, (MAYYAS *et al.*, 2012). A maioria dos automóveis atuais tem a carroceria em monobloco, ou seja, construídas por meio de chapas finas estampadas e soldadas. No caso de uma carroceria feita inteiramente de aço, a redução de peso se dá pela redução da espessura das chapas, o que pode comprometer o desempenho estrutural do automóvel. Uma solução é a utilização de ligas de alumínio de alto desempenho, que apresentam densidade três vezes menor que a dos aços e limite de resistência relativamente alto. Porém, com o objetivo de manter o aço competitivo no cenário automotivo mundial, foi criado o projeto ULSAB (*Ultra Light Steel Auto Body*), composto originalmente por 33 indústrias ligadas ao aço, (PEREIRA; ANDRADE; ROSA, 1999). Este projeto teve como objetivo principal, desenvolver tecnologias e ligas metálicas de forma a projetar uma carroceria automotiva inteiramente em aço que fosse mais leve e mais rígida que as existentes até então.

Os *blanks* soldados (ou *tailor welded blanks*) surgiram desta necessidade da indústria automotiva em diminuir o peso dos componentes, e sem afetar o seu desempenho estrutural. Os *blanks* soldados consistem de peças de aços de diferentes espessuras, classes de resistência ou revestimentos, unidos por meio de algum processo de soldagem de alta qualidade (atualmente, soldagem a laser), de forma a resultar em um único *blank* que, após a conformação, dá origem à peça final, (SILVEIRA e FANCELLO, 2008). Tradicionalmente, a configuração geométrica e o material de um *blank* simples eram determinados em função da região mais crítica da peça. Atualmente, o uso de *blank* soldado permite otimizar o projeto da peça, dividindo o *blank* em partes menores, cada uma com características e exigências específicas, e uní-las por meio de solda, formando um *blank* único que será conformado inteiramente.

Na Figura 1 é mostrado um exemplo do painel interno de uma tampa de um porta-malas automotivo feito com o uso de *blanks* soldados, a partir de um projeto tradicional (feito em chapa com espessura única com adição posterior de reforços), (DEGEN; JANSEN; MCKUNE, 2006). Pode-se observar que o uso dos *blanks* soldados, isto é, de uma chapa plana com diferentes espessuras, permite eliminar o uso de reforços, reduzindo o tempo de manufatura sem sacrificar a rigidez do produto final.

Figura 1 – Exemplo de um componente projetado com um único *blank* com adição posterior de reforços (acima) e com a tecnologia de *blanks* soldados (abaixo), (DEGEN; JANSEN; MCKUNE, 2006)



Além de poder unir chapas de espessuras diferentes em um único *blank*, esta concepção permite unir um aço de alta conformabilidade, para regiões de estampagem profunda e complexa, com outro de maior resistência mecânica para regiões de maior solicitação, que garantirá desempenho estrutural do componente estampado.

Apesar disto, há algumas desvantagens no que se refere ao processo de conformação dos *blanks* soldados. A zona termicamente afetada pela solda aliada à diferença entre as propriedades geométricas e materiais dos aços que o compõem podem diminuir a conformabilidade da peça, além de provocar distorções não desejadas na linha de solda, (KUSUDA; TAKASAGO; NATSUMI, 1997), (DRY, 2001).

Diante deste retrospecto de benefícios e restrições oferecidos pelo uso dos *blanks* soldados, há alguns trabalhos aplicando técnicas de simulação numérica e otimização na estampagem e projetos de *blanks* soldados. Em Vogel, Mebus e Muller (2001) e Shin *et al.* (2002), foram utilizadas técnicas de otimização topológica, de forma e dimensional para estimar a configuração de uma porta automotiva, conformada a partir de *blanks* soldados, tendo como restrições as tensões em uso da porta (rigidez em flexão e torção). Em ambos os trabalhos, não se levou em consideração as restrições em conformação para determinar o *blank* ótimo. Dry (2001) mostrou que, dependendo da posição do cordão de solda e das diferenças de espessuras dos *blanks*, poderão surgir falhas em região críticas da peça a ser conformada.

A otimização em simulação de estampagem ainda é pouco utilizada devido ao alto custo computacional na análise da sensibilidade do problema não linear, geralmente feita de forma incremental.

Contudo, em alguns trabalhos publicados na última década, têm-se utilizados métodos de Aproximação Inversa (conhecidos também como *One-Step*) aplicados à otimização de processos de estampagens, (GUO *et al.*,

1990), (NACEUR *et al.*, 2001), (DELAMÉZIÈRE *et al.*, 2002), (SILVEIRA; FANCELLO, 2006). A aproximação inversa, por ser um método não incremental, é relativamente rápida, o que torna viável seu uso em problemas de otimização de estampagem. Porém, possui algumas limitações quanto ao seu uso devido às hipóteses adotadas. Nesta formulação, o carregamento durante todo o processo de conformação deve ser proporcional e não há como calcular diretamente as tensões residuais ou a evolução do campo de tensões e deformações. Contudo é um método bastante prático quando se quer estimar as tensões e deformações no estágio final da peça conformada.

Observa-se que há uma carência de estudos relacionando otimização topológica aplicada a *tailored blanks* com restrição no processo estampagem, devido principalmente aos custos de se realizar uma otimização sob uma análise altamente não linear.

Este trabalho, em uma primeira etapa, consistiu em utilizar técnicas de otimização topológica e simulação de estampagem de chapas via técnica de Aproximação Inversa, para estimar o arranjo inicial de um *blank* soldado considerando apenas o aspecto de falha do material no processo de estampagem. O problema de otimização foi modelado utilizando do método do Lagrangiano Aumentado, via minimização da massa, tendo como restrições as Curvas Limite de Conformação, interpoladas na forma de uma equação do segundo grau. Estes resultados preliminares deram subsídios para uma segunda etapa, em que as regiões da peça com espessura máxima definidas no processo de otimização em conformação foram excluídas das variáveis de projeto para o processo de otimização topológica com minimização de *compliance* e restrição em massa, para avaliar o desempenho da peça em uso.

2 – FORMULAÇÃO

A implantação da simulação do processo de estampagem foi feito utilizando o método conhecido como Aproximação Inversa, em que a simulação entre a configuração original (chapa plana) e a final (chapa deformada) é feita em um único passo. Apesar de continuar sendo altamente não linear, é um método simplificado consideravelmente mais rápido que os tradicionais métodos incrementais. Tanto a matriz tangente (matriz de rigidez) quanto a análise de sensibilidade do problema de otimização foram determinadas de forma puramente analítica, o que permitiu reduzir expressivamente o tempo de simulação, se comparado aos tradicionais métodos numéricos (diferenças finitas).

2.1 Aproximação Inversa

Os métodos por Aproximação Inversa utilizam hipóteses que simplificam o problema altamente não linear e permitem simular o processo de estampagem de chapas partindo da configuração final para a inicial em apenas um passo não linear (MERCIER, 1998). A dependência da história do material é desconsiderada e as complexas

relações de contato/atrito são substituídas por forças externas. O aspecto principal que define o método é o conhecimento a priori da geometria final da peça deformada que depende da forma das ferramentas (punção, matriz). Nesta etapa do trabalho, foram implementados apenas elementos triangulares do tipo DKT.

2.1.1 Relações cinemáticas

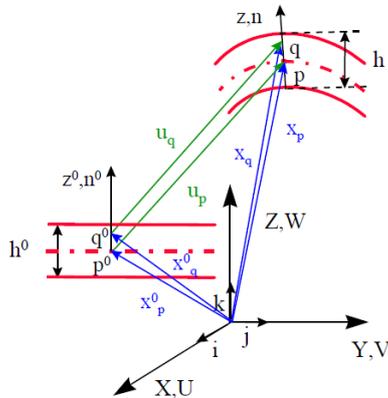
Em aproximação inversa, apenas duas configurações são consideradas: o *blank* plano inicial C^0 e a peça final C . Usando uma suposição de Kirchhoff generalizada, o vetor posição de um ponto material q^0 pode ser expresso em relação a um ponto p sobre a superfície de referência de C (Figura 2) como na Equação (2):

$$\{x_q^0\} = \{x_p^0\} + z^0 \{n^0\} = \{x_p\} - \{u_p\} + z^0 \{n^0\} \quad (2)$$

Em que: $\{u_p\}$ é o vetor deslocamento do ponto p , $\{n^0\}$ e $\{n\}$ são as normais à superfície de referência em p^0 e p . As componentes z^0 e z são as coordenadas ao longo da espessura das configurações iniciais e finais respectivamente.

Sobre cada elemento de C é definido um sistema local de coordenada cartesiano $\mathbf{x} = \langle x y z \rangle$.

Figura 2 – Campo de deslocamento baseado nas suposições de Kirchhoff (MERCIER, 1998)



Desta forma, o tensor de transformação de um ponto q^0 para um ponto p é calculado pela Equação (3):

$$\{dx_q^0\} = [F]^{-1} \{dx\}, \quad \text{onde} \quad [F]^{-1} = \left[\frac{\partial x_q^0}{\partial x} \right] \quad (3)$$

Como a configuração final C é dada, as rotações e os alongamentos principais nas direções Eulerianas podem ser descritos utilizando os autovalores e autovetores do tensor *Left Cauchy-Green* $[B]$, sendo este determinado com uso da Equação (4), (MARLVERN, 1969):

$$[B]^{-1} = [F]^{-T} [F]^{-1} \quad (4)$$

Sob condições de estado plano de tensões, o vetor de deformação local pode ser descrito como na Equação (5):

$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{2} \ln(B) \quad (5)$$

2.1.2 Lei constitutiva para anisotropia planar

O critério de escoamento de Hill, para o caso de estado plano de tensão (xy), é calculado com uso da Equação (6):

$$\phi(\sigma_{ij}) = F(\sigma_x - \sigma_y)^2 + G\sigma_y^2 + H\sigma_x^2 + 2L\sigma_{xy}^2 - 1 = 0 \quad (6)$$

Em que: F, G, H e L são constantes relacionadas com as tensões de escoamento no planos.

Substituindo a função de escoamento ϕ na lei de evolução obtém-se a Equação (7) (GUO *et al.*, 1990):

$$\{\dot{\varepsilon}^p\} = \dot{\gamma} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right\} \quad (7)$$

Pode-se, então, chegar na Equação (8):

$$\phi = (\langle \sigma \rangle [P] \{ \sigma \})^{1/2} - Y(\bar{\varepsilon}^p) = \bar{\sigma} - Y(\bar{\varepsilon}^p) \quad (8)$$

Em que: $\bar{\sigma}$ é a tensão equivalente e $\bar{\varepsilon}^p$ é a deformação plástica equivalente. A matriz $[P]$ está em função do coeficiente de anisotropia planar médio dado por $\bar{r} = \frac{1}{4}(r_0 + 2r_{45} + r_{90})$.

A taxa de deformação plástica equivalente pode ser determinada conforme Equação (9):

$$\{\dot{\varepsilon}^p\} = \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\bar{\sigma}} [P] \{ \sigma \} \quad (9)$$

Assumindo a teoria da plasticidade de Hencky em que o carregamento é considerado proporcional ao longo do tempo, (LEMAITRE; CHABOCHE, 1990), pode-se chegar na Equação constitutiva (10):

$$\{ \sigma \} = E_s [P]^{-1} \{ \varepsilon \} \quad (10)$$

2.1.3 Vetor de forças internas e externas

Considerando que as deformações e as tensões são constantes em cada elemento, o vetor de forças internas para um elemento triangular pode ser dado conforme Equação (11):

$$\{F_{int}^e\} = [T]^T [B]^T \{ \sigma \} \lambda_3 h_0 A^e \quad (11)$$

Em que: $[T]$ é uma matriz de transformação do sistema de coordenadas local para global, $[B]$ é a matriz de forma para um elemento triangular de membrana, $\lambda_3 = h/h_0$ e A^e é a área do elemento na configuração final deformada. Nesta expressão final, somente σ e λ_3 variam a cada iteração no processo de resolução do problema não linear.

O vetor de forças externas devido ao prensa-chapa é calculado conforme a Equação (12) (SILVEIRA, 2007):

$$\{F_{ext}^e\} = -\frac{2\mu q_n A^e}{\sqrt{u_i^2 - v_i^2}} [T]^T [N]^T \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Em que: μ é o coeficiente de atrito, q_n é a pressão exercida sobre a chapa pelo prensa-chapa, u_i e v_i são as componentes do vetor de deslocamento $\{u_i\}$ nas coordenadas locais e $[N]$ é a função de forma linear do elemento triangular.

Com o deslocamento vertical conhecido, o vetor de forças externas devido ao punção fica da forma $\{F_p\} = F\{n^f\}$, em que F é a intensidade da força aplicada pelo punção, e $\{n^f\}$ é o vetor normal unitário na direção de F .

2.1.4 Resolução do algoritmo

A montagem dos vetores globais de forças internas e externas leva ao vetor residual global da forma da Equação (13):

$$\{F_{int}(U)\} - \{F_{ext}(U)\} = \{R(U)\} \quad (13)$$

Em que: $\{R(U)\}$ é o resíduo em função do vetor de deslocamento.

O método escolhido para a solução do problema foi o Método de Newton, que provem da expansão do resíduo $\{R(U)\}$ usando série de Taylor em $\{U\}^{(i-1)}$, omitindo os termos de alta ordem. O valor inicial do vetor de deslocamento é fundamental na velocidade da convergência do problema não linear. Nesta implementação, por meio de uma análise linear da simples projeção dos nós no plano, calculou-se a solução inicial. A matriz tangente $[K_{tan}(U)]$ foi determinada de forma inteiramente analítica como na Equação (14) (SILVEIRA, 2007):

$$[K_{tan}(U)] = \frac{\partial\{R(U)\}}{\partial\{U\}} = \frac{\partial\{F_{int}(U)\}}{\partial\{U\}} - \frac{\partial\{F_{ext}(U)\}}{\partial\{U\}} \quad (14)$$

O cálculo da matriz tangente por meios analíticos reduz o custo computacional consideravelmente (quando comparada com a matriz tangente determinada por diferenças finitas), o que a torna atraente para ser inserida num contexto de otimização de um problema não linear.

2.2 Otimização topológica para minimização da massa com restrição em conformação

O *blank* soldado pode ser modelado como sendo um *blank* por duas chapas de materiais diferentes. Baseando na formulação SIMP, pode-se definir $\rho \in [0, 1]$ como sendo uma variável que representa um estado artificial intermediário entre material 1 ($\rho = 0$) e material 2 ($\rho = 1$). O problema de minimização de massa,

considerando restrições de falha devido à conformação, pode ser colocado da forma da Equação (15):

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\rho \in H^1(\Omega; (0,1))} \quad & m(\rho) = \int_{\Omega} \bar{\rho}(\rho) d\Omega \\ \text{Sujeito a:} \quad & F_{conf}(\varepsilon(x), \rho) \leq 0 \quad \text{em } \Omega \end{aligned} \quad (15)$$

Em que: $\bar{\rho}$ é a densidade do material intermediário e ρ é o parâmetro de controle. F_{conf} é a função falha, definindo uma restrição local do nível de deformação.

De forma semelhante à apresentada para elasticidade linear (FANCELLO; PEREIRA, 2003), é necessário dispor de uma equação constitutiva para o problema de conformação que seja dependente da densidade relativa. Considerando somente o comportamento de membrana, a espessura de cada elemento foi colocada em função da densidade média, conforme Equação (16):

$$h(\rho) = h_1(1 - f(\rho)) + h_2 f(\rho) \quad (16)$$

Em que: h_1 e h_2 são as espessuras limites (mínima e máxima respectivamente) do *blank* soldado, e $f(\rho)$ é a densidade média do elemento triangular.

Conforme foi visto, o *blank* soldado além de ser formado por diferentes espessuras, pode também ser composto por diferentes aços. Assim, considerando o módulo de elasticidade invariável para a maioria dos aços, a tensão de escoamento σ_e também pode ser colocada em função de ρ , como mostrado na Equação (17):

$$\sigma_e = \sigma_{e1}(1 - g(\rho)) + \sigma_{e2}g(\rho) \quad (17)$$

Em que: σ_{e1} e σ_{e2} são os valores da tensão de escoamento para o material 1 e 2 respectivamente, e $g(\rho)$ é uma função não linear de ρ .

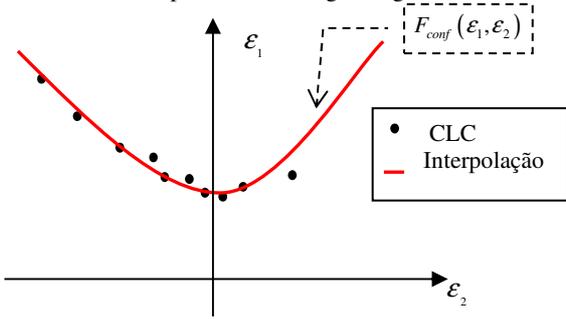
2.2.1 Critério de falha material

A falha em processo de estampagem está diretamente associada à estrição do material ou iniciação de uma trinca. Os critérios mais usados para medir as deformações máximas que uma chapa pode sofrer são feitos por meio das CLC (Curvas Limite de Conformação), (KEELER, 2002). A CLC é frequentemente descrita em função das deformações principais, conforme Equação (18):

$$F_{conf}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0 \quad (18)$$

Para o problema de otimização, é conveniente que o critério de falha seja representado por uma função suave e diferenciável em todo o seu domínio. Com os pontos obtidos por meio de um ensaio experimental para a determinação de uma CLC, é possível gerar uma curva suave por meio de uma interpolação, conforme exemplificado na Figura 3.

Figura 3 – Exemplo de interpolação para uma CLC por um polinômio do segundo grau



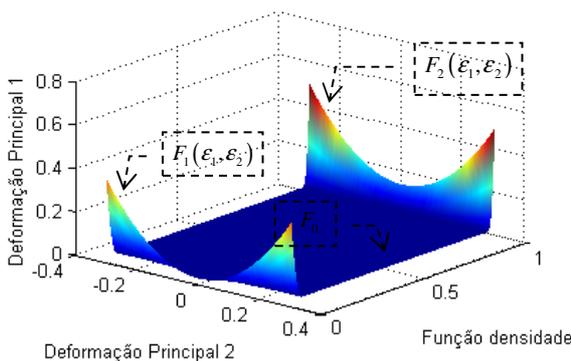
Assim, um corpo se diz satisfazer o critério de falha, se em todos os pontos deste, a função $F_{conf}(\epsilon_1, \epsilon_2) \leq 0$ é satisfeita. Porém, admitindo-se que se trabalhará em um material fictício intermediário, torna-se necessário a inclusão do parâmetro de controle ρ no critério de falha, que passa a ser dado da forma da Equação (19):

$$F_{conf}(\epsilon_1, \epsilon_2, \rho) \leq 0 \tag{19}$$

Em que: F_{conf} é uma função contínua e diferenciável em todo o domínio, como mostrado na Figura 4. $F_1(\epsilon_1, \epsilon_2)$ representa a CLC para o material com $\rho = 0$, $F_2(\epsilon_1, \epsilon_2)$ representa a CLC para o material 2 com $\rho = 1$ e a região intermediária uma função linear plana denominada de F_0 .

A inclusão da região plana na restrição foi imprescindível para a penalização das densidades intermediárias do problema de otimização, uma vez que se trata de um problema de deslocamento prescrito (com sensibilidade desprezível em relação às variáveis de projeto).

Figura 4 – Exemplo de restrição $F_{conf}(\epsilon_1, \epsilon_2, \rho)$ proposta para o problema de otimização



Observa-se, nesta proposta, que a restrição está em função das deformações, portanto não é preciso utilizar conceitos de tensão local equivalente, característico da formulação SIMP com restrição em tensão. Também não haverá problemas em relação à singularidade de tensões que ocorre quando ρ tende a zero, pois neste caso, a espessura estará limitada entre $h_1 \leq h \leq h_2$. O problema de otimização foi resolvido pelo método do Lagrangeano

Aumentado, que tem mostrado ser uma eficiente aproximação para resolver este tipo de problema, Equações (20) e (21) (SILVEIRA, 2007):

$$L(\rho; \lambda; r) = m(\rho) + m_e(\rho; \lambda, r) \tag{20}$$

Em que:

$$m(\rho) = \int_{\Omega} \rho^p d\Omega + \frac{1}{2} r_p \int_{\Omega} f_p(\rho) d\Omega + r_m \int_{\Omega} f_m(\rho) d\Omega \tag{21}$$

sendo que: $f_p(\rho) = (\nabla \rho)^T (\nabla \rho)$,
 $f_m(\rho) = \rho(1 - \rho)$,

Na Equação (21), o termo (a) representa a minimização da massa em si, o termo (b) a penalização do efeito de checkerboard e o termo (c) a penalização explícita das densidades intermediárias. Na Equação (20), a penalização da restrição em conformação é calculada conforme Equação (22):

$$m_e(\rho; \lambda, r) = \frac{1}{r} \max \left\{ \begin{aligned} & \int_{\Omega} F_{conf}(\epsilon_1, \epsilon_2, \rho) [r\lambda + \frac{1}{2} F_{conf}(\epsilon_1, \epsilon_2, \rho)] d\Omega \\ & - \int_{\Omega} \frac{(r\lambda)^2}{2} d\Omega \end{aligned} \right. \tag{22}$$

Em que: F_{conf} é uma restrição local em conformação, $r > 0$ é um parâmetro de penalização e $\lambda(\mathbf{x})$ é a função multiplicador de Lagrange.

Assim, o problema de otimização com restrição de desigualdade local em deformação torna-se um problema de otimização com restrições laterais das variáveis de projeto, do tipo da Equação (23):

$$\text{Min}_{\rho \in W_{\rho}^{1,2}(\Omega)} L(\rho; \lambda; r) \tag{23}$$

Em que: a função multiplicador de Lagrange λ (transformada em um número finito de multiplicadores após discretização por Elementos Finitos), bem como o fator de penalização r são atualizados convenientemente durante o processo de iteração.

A função de falha F_{conf} é avaliada no centróide de cada elemento. Assim, o número de variáveis de projeto é proporcional ao número de nós enquanto o número de restrições em deformações é proporcional ao de elementos.

O algoritmo utilizado para a solução do problema de otimização com restrições laterais é um algoritmo de regiões de confiança não linear proposto por (FRIEDLANDER; MARTÍNEZ; SANTOS, 1994). Este algoritmo é baseado na construção de um subproblema quadrático definido na região viável. O método adjunto foi o escolhido para a análise de sensibilidade, sendo que sua implementação foi feita inteiramente de forma analítica. A avaliação da convergência foi feita com base na variação da função objetivo.

Tanto o problema de otimização topológica com a formulação SIMP quanto a simulação de estampagem via Aproximação Inversa (restrição do problema) foram implementados em C++ pelos autores.

2.3 Otimização topológica para minimização de *compliance* com restrição em massa

Para o problema de minimização da energia de deformação com restrição em massa foi utilizada a formulação SIMP tradicional, cuja propriedade material é calculada conforme Equação (24) (BENDSOE, 1995):

$$E^H = \rho^p E_0 \quad (24)$$

Em que: E^H e E_0 são os módulos de Young do material homogenizado e material base respectivamente, ρ uma variável que representa um estado artificial intermediário entre material 1 ($\rho = 0$) e material 2 ($\rho = 1$), e p é um fator de penalização.

A formulação do problema de otimização para minimização da *compliance*, já discretizado em elementos finitos, é dada como na Equação (25) (SILVA; PAULINO, 2005):

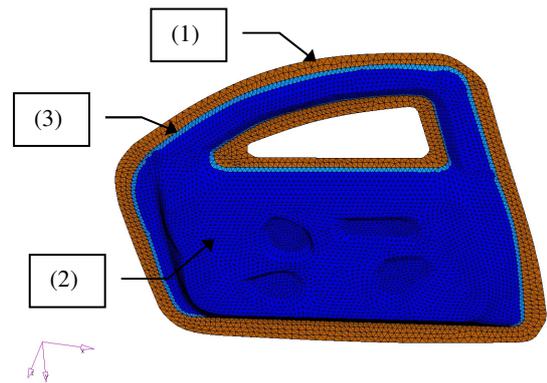
$$\begin{aligned} \min C &= \{U\}^T \{F\} \\ \text{Sujeito a: } [K]\{U\} &= \{F\} \\ \sum_{i=1}^M \rho_i &\leq M \\ 0 \leq \rho_i &\leq 1 \end{aligned} \quad (25)$$

Foram utilizados elementos de placa de triangular com seis graus de liberdade por nó e funções de interpolação lineares com um ponto de integração. Esta etapa do trabalho foi feita pelo *software* comercial de otimização numérica OptiStruct, cuja formulação de otimização topológica tem se mostrado eficiente.

3 – RESULTADOS

Neste trabalho, a otimização topológica foi utilizada para a definição do *blank* soldado a ser utilizado na estampagem de um painel interno de uma porta automotiva "fictícia". Dado o alto custo computacional para realizar uma otimização sobre uma análise não linear (simulação de estampagem), o desenho do painel interno da porta foi simplificado. Na Figura 5 é mostrado o painel interno dividido em 3 regiões: (1) região de contato com o prensa-chapas, (2) região de contato com o punção e a matriz, (3) região de contato somente com a matriz. A definição destas regiões é importante para a definição dos tipos de carregamentos externos que os elementos estarão sujeitos. O componente foi discretizado em 10.267 elementos triangulares.

Figura 5 – Regiões do painel interno da porta discretizado em elementos finitos



Para a análise foram atribuídos os seguintes parâmetros materiais e de processo: força do prensa-chapas = 50.000 N; coeficiente de atrito = 0,12; coeficiente de anisotropia $R = 1,0$; módulo de elasticidade $E = 210.000$ MPa; coeficiente de poisson = 0,3. Para a fase plástica do material foi adotado a equação de Johnson-Cook (Equação 26), com os seguintes valores: tensão de escoamento $\sigma_e = 150$ MPa; constante de plasticidade $K = 720$ MPa; coeficiente de encruamento $n = 0,38$:

$$\sigma_p = \sigma_e + K \epsilon^n \quad (26)$$

Em que: σ_p são as tensões plásticas. Efeitos de temperatura e taxa de deformação do material não foram considerados.

Na Tabela 1 são mostrados os valores limites da tensão de escoamento e da espessura das chapas a serem utilizadas no *blank* soldado, e na Tabela 2 os dados da CLC. Como se observa, para efeito de simplificação, foram propostas funções de interpolação do segundo grau para representar as curvas CLC em $\rho = 0$ (F_1) e em $\rho = 1$ (F_2). Esta simplificação garante que a superfície de restrição é contínua e diferenciável em todo o seu domínio.

Tabela 1 – Tensão de escoamento e espessura em função de ρ

| | $\rho = 0$ | $\rho = 1$ |
|----------------------|------------|-------------|
| Tensão de escoamento | σ_e | $2\sigma_e$ |
| Espessura | 1 mm | 1,8 mm |

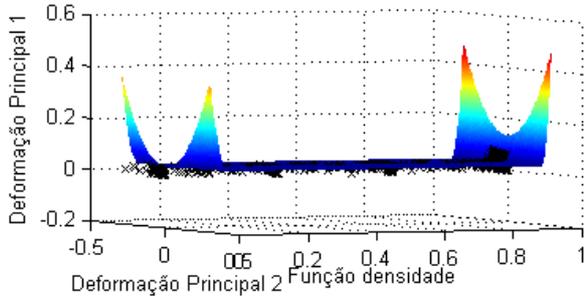
Tabela 2 – Dados da superfície de falha (CLC)

| CLC ₀ | 0,05 |
|------------------|--|
| F_1 | $\epsilon_1 = 4\epsilon_2^2$ |
| F_2 | $\epsilon_1 = 4\epsilon_2^2 + 10,5CLC_0$ |

O gráfico com os resultados das densidades ótimas é mostrado em duas vistas na Figura 6. Pode-se notar que há uma concentração de pontos na região correspondente a 1/3 e 2/3 da densidade máxima ($\rho = 1$). Isto se deve ao fato da densidade ser determinada por nó, pois quando se tem um elemento em uma região de interface de espessura, ou seja, um elemento com dois nós com densidade máxima

($\rho = 1$) e um com densidade mínima ($\rho = 0$), resulta numa densidade média do elemento igual $2/3$. Da mesma forma, quando se tem dois nós com densidade mínima e um com densidade máxima, irá resultar em uma densidade média igual a $1/3$.

Figura 6 – $CLC(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \rho)$ com as densidades ótimas por elemento



Observa-se, na Figura 7, o painel interno da porta proposta com as espessuras ótimas por elemento. Observa-se que, para a peça não falhar durante o processo de conformação, toda a região em vermelho deveria ser constituída pela chapa com $\rho = 1$ (espessura 1,8mm). Devido à estratégia de otimização utilizada neste trabalho, as variáveis de projetos são definidas por nó (densidades nodais), enquanto a restrição do problema é por elemento (deformações principais no centróide do elemento). Da mesma forma, tem-se a espessura do elemento, que é calculada pela da média das densidades de cada nó que compõe o elemento. Na Figura 6 há vários elementos com densidades intermediárias, que são correspondentes aos elementos de contorno limites entre as espessuras máximas e mínimas da Figura 8.

Devido à natureza do problema de otimização, há possibilidade de se tratar de um problema não-convexo. A fim de avaliar a influência das variáveis iniciais, o problema foi executado com as densidades iniciais $\rho = 0$ e $\rho = 1$. Na Figura 7 é mostrada a evolução do lagrangeano ao longo das iterações, até a convergência. Pode-se notar que a variação foi consideravelmente pequena.

Figura 7 – Evolução do Lagrangeano com ρ inicial igual a 0 e 1

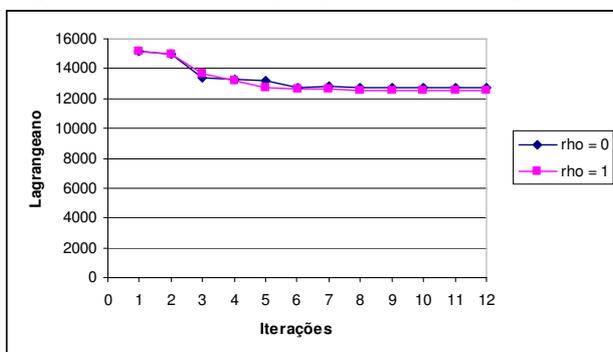
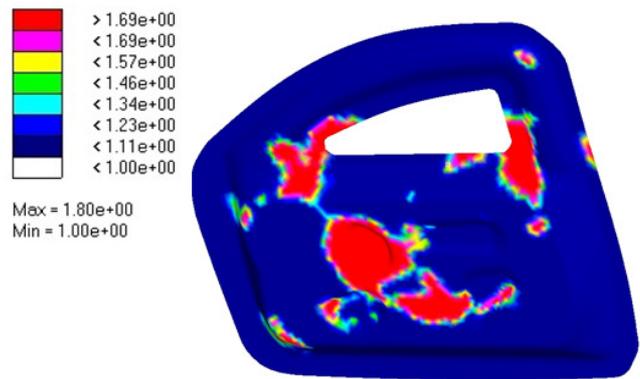
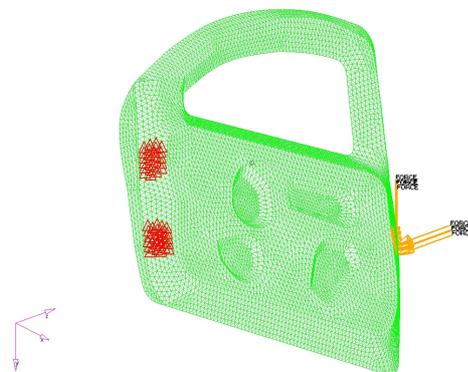


Figura 8 – Espessura ótima por elemento considerando apenas restrição no processo de estampagem



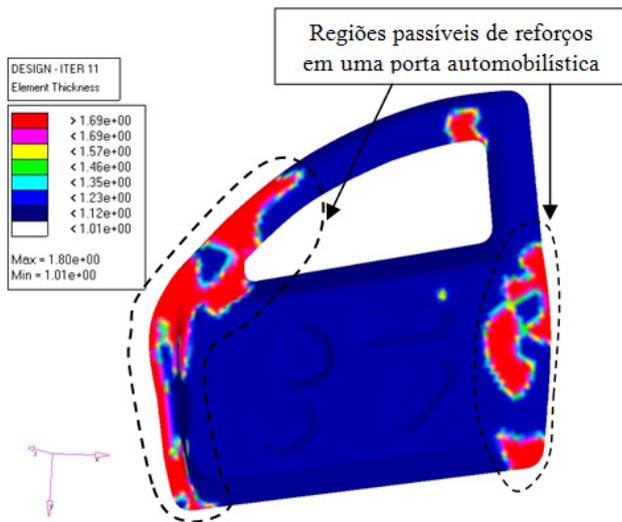
Para a segunda etapa deste trabalho, onde foi otimizado o desempenho estrutural do componente, a parte referente ao prensa-chapa foi excluída do modelo numérico, uma vez que, em um procedimento real de manufatura, seria retirada em uma operação de corte, após as operações de estampagem. O carregamento atribuído à porta é mostrado na Figura 9, em que restrições de deslocamento e rotação foram impostas na região referente às dobradiças, e um carregamento unitário (horizontal e vertical) aplicado na região em que se localiza a trava (e maçaneta) da porta.

Figura 9 – Carregamento imposto à porta para simular as condições de uso



O resultado da otimização topológica para minimização da *compliance* com restrição em massa (65% da massa original) e limites de espessuras entre 1,0 mm e 1,8 mm é mostrado na Figura 10. Em uma porta de um automóvel real, as partes em vermelho (1,8 mm de espessura), representariam as partes com necessidade de se colocar um reforço, caso o procedimento de manufatura por *blanks* soldados não seja adotado. O uso de *blank* soldado evita esta necessidade de adição de reforços, uma vez que, a espessura maior da chapa nas regiões críticas já satisfaz os requerimentos de rigidez do componente.

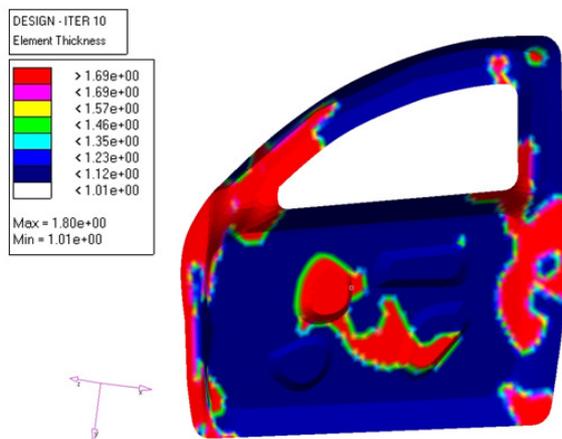
Figura 10 – Resultado da otimização topológica para minimização da *compliance* com restrição em massa



A fim de unir o problema de otimização em estampagem com o de otimização em uso do componente, os resultados obtidos a partir da Figura 8 foram inseridos na topologia inicial do problema de minimização de *compliance*. Os elementos das regiões definidas como críticas no problema de otimização com restrição em conformação, foram excluídos das variáveis de projeto do problema de otimização da *compliance* com restrição em massa. A estes elementos foram atribuídos o material com $\rho = 1$ (espessura máxima = 1,8mm) para garantir que o produto final não falhe durante o processo de estampagem.

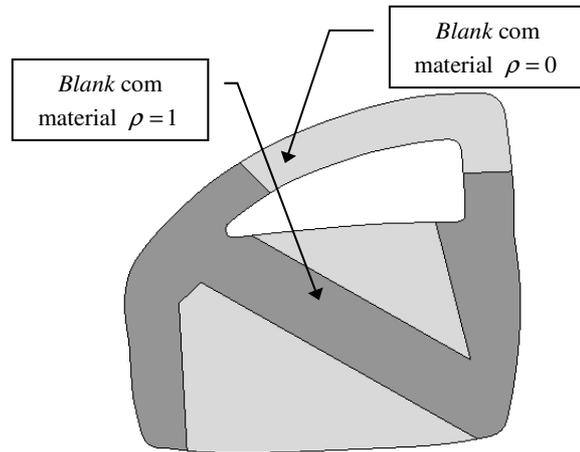
Com esta nova configuração, o problema de otimização topológica com restrição em uso foi novamente implementado, conforme mostrado na Figura 11. Pode-se observar que as regiões de espessura máxima impostas pela etapa de otimização considerando falha em conformação foram mantidas. Esta nova topologia foi alcançada por meio de dois processos de otimização topológica (considerando tanto a falha no processo quanto no uso), no entanto, realizados em etapas distintas.

Figura 11 – Resultado final da otimização topológica considerando tanto as restrições de processo como de desempenho estrutural



A partir deste resultado podem-se esboçar as regiões do *blank* soldado que terão chapa de maior espessura, a fim de que o produto final atinja as metas de desempenho em uso (rigidez) sem comprometer o processo de estampagem. Na Figura 12 é mostrado um esboço de um possível arranjo para a distribuição de chapas no *blank* soldado, baseado no resultado final da otimização.

Figura 12 – Exemplo de um esboço para a configuração de um *blank* soldado para o painel interno da porta proposta



CONCLUSÕES

Este trabalho, em uma primeira etapa, consistiu em utilizar técnicas de otimização topológica e simulação numérica de estampagem de chapas via Aproximação Inversa, para estimar a configuração inicial de um *blank* soldado considerando apenas o aspecto de falha do material no processo de fabricação. Os resultados preliminares deram subsídios para uma segunda etapa, onde as regiões da peça com espessura máxima definidas no processo de otimização em conformação foram excluídas das variáveis de projeto para o processo de otimização topológica com minimização de *compliance* e restrição em massa. Para o exemplo sugerido neste trabalho (um painel interno simplificado de uma porta automotiva), os resultados mostraram-se promissores.

A utilização da Aproximação Inversa com a análise de sensibilidade feita inteiramente de forma analítica foi fundamental para a viabilidade do processo de otimização com restrição em conformação.

Como a Aproximação Inversa é um método simplificado, uma simulação incremental para o processo de estampagem seria desejável para a configuração final otimizada, a fim de assegurar o desempenho desejado. Apesar de ser um método simplificado, a sua utilização em etapas iniciais de definição de *layout* pode ser bastante útil.

O processo de otimização com restrição em processo e desempenho do produto final foram realizados em etapas distintas neste trabalho. Porém, o ideal seria que todo o processo de otimização (tanto em processo quanto em produto) fosse feito em um único procedimento.

REFERÊNCIAS

- BENDSOE, M. P. Optimization of Structural Topology, Shape, and Material. **Springer**, 1995. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-03115-5>.
- BORRVALL, T.; PETERSSON, J. Topology optimization using regularized intermediate density control. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 190, p. 4911-4928, 2001. [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825\(00\)00356-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825(00)00356-X).
- BOURDIN, B. Filter in topology optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 50, n. 9, p. 2143-2158, 2001. <http://dx.doi.org/10.1002/nme.116>.
- DEGEN, J.; JANSEN, S.; MCKUNE, P. **Laser welded solutions meet targets for cost, weight, and safety performance for the 21st century vehicles**. Disponível em: <<http://www.industrial-lasers.com/articles/print/volume-21/issue-3/features/designing-in-value.html>>. Acesso em: 24 abr. 2015.
- DELAMÉZIÈRE, A.; NACEUR, H.; BREITKOPF, P.; KNOPF-LENOIR, C.; BATOZ, J. L.; VILLON, P. Faisabilité en emboutissage: optimisation du matériau par surface de réponse. **Mécanique & Industries**, v. 3, p. 93-98, 2002. [http://dx.doi.org/10.1016/S1296-2139\(02\)01144-2](http://dx.doi.org/10.1016/S1296-2139(02)01144-2).
- DRY, D. **The Processing and Formability of Laser Welded Tailored Blanks for Automotive Applications**. Thesis for Doctor of Engineering Degree, University of Wales, Swansea, 2001.
- ESCHENAUER, H. A.; OLHOFF, N. Topology optimization of continuum structures: a review. **Applied Mechanics Reviews**, v. 54, n. 4, p. 331-389, 2001. <http://dx.doi.org/10.1115/1.1388075>.
- FANCELLO, E. A.; PEREIRA, J. T. Structural topology optimization considering material failure constraints and multiple load conditions. **Latin American Journal of Solids and Structures**, Brazil, v. 1, n. 1, p. 03-25, 2003.
- FRIEDLANDER, A.; MARTÍNEZ, J.; SANTOS, S. A new trust-region algorithm for bound constrained minimization. **Applied Mathematics and Optimization**, v. 30, n. 3, p. 235-266, 1994. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01183013>.
- GUO, Y. Q.; BATOZ, J. L.; DETRAUX, J. M.; DUROUX, P. Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 30, p. 1385-1401, 1990. <http://dx.doi.org/10.1002/nme.1620300804>.
- HABER, R.; JOG, C.; BENDSOES, M. The perimeter method – a new approach to variable topology shape design. **WCSMO I**, p. 153-160, 1995.
- HASSANI, B.; HINTON, E. Homogenization and Structural Topology Optimization – Theory, Practice and Software. **Springer**, 1999. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4471-0891-7>.
- KEELER, S. P. Enhanced Forming Limit Diagram – Project Team Technology Report. **Auto/Steel Partnership**, Southfield, MI, 2002.
- KUSUDA, H.; TAKASAGO, T.; NATSUMI, F. Formability of tailored blank. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 71, p. 134-140, 1997. [http://dx.doi.org/10.1016/S0924-0136\(97\)00159-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0924-0136(97)00159-3).
- LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. **Mechanics of Solids Materials**. Cambridge University Press, 1990. <http://dx.doi.org/10.1017/CBO9781139167970>.
- MALVERN, L. E. **Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium**. Prentice-Hall, 1969.
- MAYYAS, A.; QATTAWI, A.; OMAR, M.; SHAN, D. Design for sustainability in automotive industry: A comprehensive review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 16, n. 4, p. 1845-1862, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2012.01.012>.
- MERCIER, F. **Contribution à la modélisation de l'emboutissage de toles minces par l'approche inverse**. Thèse de Docteur, Université de Technologie de Compiègne/Compiègne, 1998.
- NACEUR, H.; GUO, Y. Q.; BATOZ, J. L.; KNOPF-LENOIR, C. Optimization of drawbead restraining forces and drawbead design in sheet metal forming process. **International Journal of Mechanical Sciences**, vol. 43, p. 2407-2434, 2001. [http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7403\(01\)00014-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7403(01)00014-5).
- OLHOFF, N.; TAYLOR, J. E. On structural optimization. **Journal of Applied Mechanics**, Vol. 50, p. 1139-1151, 1983. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3167196>.
- PEREIRA, J. F. B.; ANDRADE, S. L.; ROSA, L. K. Projeto ULSAB – ajudando a construir o carro do futuro", **II Workshop FINEP-RECOPE – Qualificação de Chapas para a Indústria Automobilística**, São Paulo, 1999.
- PEREIRA, J. T. **Otimização Topológica de Componentes Mecânicos com Restrição sobre o Critério de Falha Material**. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.
- PETERSSON, J.; SIGMUND, O. Slope constrained topology optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 41, p. 1417-1434, 1998. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19980430\)41:8<1417::AID-NME344>3.0.CO;2-N](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19980430)41:8<1417::AID-NME344>3.0.CO;2-N).
- SHIN, J. K.; LEE, K. H.; SONG, S. I.; PARK, G. J. Industrial applications and design case studies - automotive door design with the ULSAB concept using structural optimization. **Structural Multidiscipline Optimization**, v. 23, p. 320-327, 2002. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-002-0189-z>.
- SILVA, E. C. N.; PAULINO, G. H. Topology optimization design of functionally graded structures. **6th Word Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization**, Rio de Janeiro, RJ, 2005.
- SILVEIRA, M. E. **Aproximação inversa e otimização topológica aplicados à determinação de leiaute de tailored blanks**. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.
- SILVEIRA, M. E.; FANCELLO, E. A. Aproximação inversa aplicada à simulação de estampagem de chapas metálicas. **XXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, Belém, PA, 2006.

SILVEIRA, M. E.; FANCELLO, E. A. Otimização topológica com restrição em conformação aplicada à projetos de tailored blanks. **VIII Simpósio de Mecânica Computacional**, Belo Horizonte, MG, 2008.

VOGEL, F., MEBUS, H., MULLER, G. Layout and thickness optimization of tailored blank designs with application in the automotive industry. **Trends in Computational Structural Mechanics**, Barcelona, 2001.