

ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DO REFORÇO COM FIBRAS DE CARBONO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

ANALYSIS OF THE DISTRIBUTION OF REINFORCEMENT WITH CARBON FIBERS IN CONCRETE BEAMS

Ana Cecília Rio Porfírio Ferreira¹, Jesiel Cunha²

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil, Avenida João Naves de Ávila, 2121
Campus Santa Mônica, Uberlândia, MG, Brasil

¹E-mail: anacrporfirio@gmail.com

²E-mail: jecunha@ufu.br

RESUMO

Neste trabalho foi realizada uma análise da distribuição do reforço externo de vigas de concreto armado, utilizando Polímeros Reforçados por Fibras de Carbono (PRFC), por meio de modelos dimensionados, simulações numéricas e otimização topológica. Foram considerados os reforços pela ação do momento fletor e da força cortante. Devido à alta relação resistência/peso específico do PRFC, pode-se aumentar a resistência e rigidez de elementos estruturais sem aumento significativo do peso. Fazendo uso do método convencional de dimensionamento de reforços, foram realizadas diversas simulações, visando obter uma disposição que reduz a quantidade de material. As simulações numéricas foram realizadas por meio do Método dos Elementos Finitos, fazendo uso do *software* ANSYS®, onde foi utilizada a otimização topológica como ferramenta para a determinação da região de distribuição ótima do reforço. A comparação com o método convencional mostrou que o uso da otimização topológica pode levar a economia de material de reforço, com o mesmo desempenho estrutural.

Palavras-chave: simulação numérica, fibras de carbono, reforço estrutural, vigas de concreto, otimização topológica.

ABSTRACT

In this paper, an analysis of the distribution of external concrete beams reinforcement has been performed, by using Carbon Fiber Reinforced Polymer (CFRP), through designed models, numerical simulations and topology optimization. Reinforcement design has been performed considering bending moment and shear actions. Due the CFRP's high strength/weight ratio, the strength and stiffness of structural elements can be raised without significant weight increase. Employing the conventional method for reinforcement design, several simulations were performed in order to obtain an arrangement which reduces the amount of material. Numerical simulations were performed by Finite Element Method, using ANSYS® program, where the topology optimization was used as tool for determining the optimal region to place the reinforcement. Comparison with the conventional method shows that the use of topology optimization minimizes the quantity of material, reducing costs while maintaining the same structural performance.

Keywords: numerical simulation, carbon fiber, structural strengthening, reinforced concrete beams, topology optimization.

1 – INTRODUÇÃO

Devido principalmente às boas relações resistência e rigidez/peso, os materiais compostos são cada vez mais utilizados em estruturas de engenharia civil (HOLLAWAY; HEAD, 2001, LOPEZ-ANIDO; NAIK, 2000, BURGOYNE, 1999, MOSALLAM, 2002).

Um material composto clássico é constituído por uma matriz polimérica, reforçada por fibras, onde a resistência e a rigidez são dadas pelo tipo, quantidade, orientação e posição do reforço. Em relação aos materiais tradicionais da construção civil, os materiais compostos destacam-se pelas qualidades estruturais e construtivas. Seja para recuperação ou criação de novas estruturas, os compostos apresentam vantagens como a alta resistência e a leveza, as propriedades anticorrosão, a estabilidade dimensional, os baixos custos de instalação e de recuperação e a modularidade (NETO; PARDINI, 2006, JONES, 1975).

Uma das principais aplicações dos materiais compostos na construção civil é o reforço de estruturas de concreto armado utilizando PRFC (Polímero Reforçado

por Fibra de Carbono). Lajes, vigas, pilares, paredes e outros elementos estruturais podem ser reforçados (BEBER, 2003, CAMPAGNOLO; SILVA FILHO; BEBER, 1999, FORTES, 2000, MACHADO, 2002, ALCAINO; SANTA-MARIA, 2008, MENON, 2008).

As causas da necessidade de reforço em estruturas de concreto armado são variadas, porém as preponderantes dizem respeito a falhas de concepção, de execução e de mudanças de projeto. Mais especificamente, pode ocorrer alteração no modo de utilização da edificação, desgaste natural da estrutura, falhas durante a elaboração dos projetos (falta de controle no limite de flechas, por exemplo), entre outras.

Em contraponto ao reforço tradicional, que utiliza principalmente chapas de aço, as vantagens da técnica de reforço com fibras de carbono são a alta resistência e a alta rigidez do composto, possibilitando a utilização de material com baixa espessura e baixo peso, gerando pequeno acréscimo de carga permanente. Além disso, destaca-se a flexibilidade das mantas de fibra de carbono, que se adaptam a qualquer forma, sendo de execução

simples, precisa e rápida, com mão de obra reduzida. O material exige pouca manutenção e, além disso, é altamente resistente à corrosão.

A análise e o projeto de peças de concreto armado reforçadas por PRFC implicam na obtenção de um modelo que reproduza o comportamento estrutural em condições reais de serviço. Para obtenção deste modelo, as seguintes etapas são necessárias:

- Determinação das propriedades elásticas do PRFC e do concreto armado;
- Criação de modelos analíticos e numéricos das peças reforçadas, considerando diversas situações de composição de materiais, de geometria, de condições de apoio e de carregamento;
- Obtenção da distribuição do reforço usando um procedimento automatizado de otimização;
- A partir dos resultados da otimização, modelos numéricos e analíticos podem ser criados, similares àqueles executados na prática, onde o reforço é aplicado na forma de faixas;
- Verificação do desempenho estrutural das peças reforçadas otimizadas.

Alguns estudos, na literatura, utilizam a otimização topológica para gerar a configuração geométrica ótima das estruturas de concreto (BRUGGI, 2009; GUAN *et al.* 2003; LUO *et al.* 2012). Existem poucos trabalhos que utilizam a otimização topológica no auxílio à distribuição do reforço em estruturas de concreto. Bruggi e Taliercio (2013) e Bruggi *et al.* (2013) propõem uma formulação teórica que busca as regiões e a inclinação do reforço.

Este trabalho tem por objetivo principal analisar a eficiência do PRFC no reforço de vigas de concreto armado, por meio de simulações numéricas e fazendo uso da otimização topológica, comparando os resultados com o reforço dimensionado por meio de fórmulas propostas pela norma americana ACI 440.2R (2003). O resultado indicará as posições mais eficientes para a colagem do reforço na viga, permitindo economia de material e redução de custos. Serão analisados casos simples de vigas com condições de apoio e carregamento usuais, sob ação do momento fletor e da força cortante. As vigas serão submetidas a um aumento do carregamento, utilizando-se o reforço com PRFC para esta nova situação estrutural, ou seja, o reforço será usado para o aumento da capacidade de carga da viga.

2 – DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO À FORÇA CORTANTE

O procedimento básico de reforço de peças de concreto armado usando compostos PRFC é de colar faixas ou tecidos nas regiões tracionadas.

No reforço ao cisalhamento são utilizadas fibras dispostas transversalmente na face da viga, com o objetivo de reforçar as diagonais tracionadas da treliça de Morsh, de maneira similar aos estribos de aço. Há três formas de reforço à força cortante em vigas: envolvimento total da seção transversal; envolvimento em “U”, (duas laterais e a parte inferior) e aplicação apenas nas duas laterais da viga.

O dimensionamento do reforço à força cortante segue a norma americana ACI-318/318R-105 (1999). Portanto, as

unidades utilizadas nas fórmulas dadas a seguir consideram o padrão americano, ou seja, força cortante (lb), resistência e módulo de elasticidade (psi) e unidades de comprimento (in). Ao final, o resultado é convertido em unidade do sistema internacional.

Primeiramente calcula-se a força cortante a ser suportada pelo polímero (Equação 1), onde o coeficiente 0,85 é aplicado como fator de segurança na contribuição do reforço, em função de ser uma técnica nova.

$$V_n = V_c + V_s + 0,85 V_f \quad (1)$$

Em que: V_n a força cortante total na seção; V_c a parcela resistida pelo concreto; V_s a força cortante resistida pelo aço e V_f a força cortante a ser resistida pelo PRFC.

A força cortante a ser suportada pelo PRFC se baseia na capacidade resistente do concreto:

$$V_f = \frac{A_{fv} f_{fe} (\sin\beta + \cos\beta) d_f}{s_f} \leq 4 \sqrt{f_{ck} b_w d} \quad (2)$$

Em que: A_{fv} é a área total necessária de reforço; f_{fe} é a resistência efetiva do PRFC; β é o ângulo de orientação das fibras; d_f é a altura útil da seção com a utilização do PRFC; s_f é o espaçamento calculado entre as faixas do PRFC; f_{ck} é a resistência característica do concreto; b_w é a largura da seção; d é a altura útil da seção.

A área de PRFC na ruptura é dada pela Equação 3:

$$A_{fv} = 2 n t_f w_f \quad (3)$$

Em que: n é o número de camadas de reforço; t_f é a espessura da faixa de PRFC; w_f é a largura da faixa de PRFC.

Para a obtenção da resistência do PRFC sob ação da força cortante quando do rompimento da viga, faz-se uso da expressão (4), onde é requerido o fator de redução R , calculado por meio das Equações 4 e 5.

$$f_{fe} = R f_{fu} \quad (4)$$

$$R = k_1 k_2 \frac{L_e}{468 \varepsilon_{fu}} \leq \frac{0,005}{\varepsilon_{fu}} \quad k_1 = \frac{f_{ck}^{2/3}}{4000} \quad k_2 = \frac{d_{fe}}{d_f} \quad (5)$$

$$L_e = \frac{L_0}{\sqrt{n}} \quad L_0 = \frac{2500}{(t_f E_f)^{0,58}}$$

Em que: R é o fator de redução para o estado limite último (ELU); f_{fu} é a resistência última do PRFC; k_1 e k_2 são fatores de multiplicação; ε_{fu} é a deformação máxima do PRFC; d_{fe} é a altura útil efetiva do PRFC no reforço ao cisalhamento; L_e é o comprimento efetivo do reforço; L_0 é comprimento efetivo de uma camada de reforço; E_f é o módulo de elasticidade do PRFC.

Para a obtenção do parâmetro d_{fe} , deve-se analisar se o reforço envolverá a viga em forma de “U” ou apenas nas laterais. No primeiro caso, utiliza-se a Equação 6, para o segundo, a Equação 7.

$$d_{fe} = d_f - L_e \quad (6)$$

$$d_{fe} = d_f - 2L_e \quad (7)$$

O espaçamento máximo entre as faixas de PRFC é dado pela Equação 8. O espaçamento mínimo corresponde a 5 cm.

$$s_{f,max} = w_f + d/4 \quad (8)$$

O limite para o valor total da força cortante a ser suportada pelo reforço é dado por:

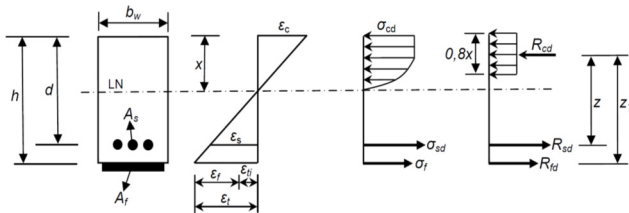
$$V_s + V_f \leq 8\sqrt{f_{ck}b_wd} \quad (9)$$

Para a distribuição do reforço na peça, a norma americana recomenda que a colagem do material seja feita em toda a zona onde as forças cortantes superam as forças suportadas pela estrutura de concreto em seu estado limite último.

3 – DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO AO MOMENTO FLETOR

Para o cálculo do reforço das vigas ao momento fletor, considerou-se para o modelo os mesmos conceitos de dimensionamento da peça sem reforço, ou seja, foram dimensionadas seções de concreto armado à flexão no estado limite último, porém introduzindo-se o PRFC, que atuará no combate à tração juntamente com a armadura da peça (CHAVES, 2010). Supõe-se aderência perfeita entre o PRFC e a superfície da peça de concreto. Como não é possível descarregar totalmente a peça, há deformações iniciais em decorrência do carregamento remanescente. Os diagramas de equilíbrio para o ELU podem ser vistos na Figura 1.

Figura 1 – Diagramas de equilíbrio para dimensionamento no Estado Limite Último com reforço em PRFC.



As condições para o equilíbrio da seção são:

$$M_d = R_{cd}z = b_w 0,85 f_{cd} 0,8x (d - 0,4x) \quad (10)$$

$$M_d = R_{sd}z + R_{fd}z_1 = A_s f_{yd} (d - 0,4x) + A_f \sigma_f (h - 0,4x) \quad (11)$$

Em que: M_d é o momento fletor de cálculo; f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto; b_w é a largura da viga; x é a posição da linha neutra; d é a altura útil; R_{cd} é a resultante de cálculo à compressão no concreto; R_{fd} é a resultante de cálculo à tração do reforço; A_s é a área de aço correspondente ao carregamento inicial;

f_{yd} é a resistência de cálculo do aço; A_f é a área de reforço (PRFC); σ_f é a tensão no reforço (PRFC).

A partir da tensão de cálculo no aço, devida apenas à ação das cargas permanentes, são determinadas a deformação inicial do aço e a deformação total inicial:

$$\varepsilon_{si} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \quad \varepsilon_{ti} = \varepsilon_{si} \frac{h - x}{d - x} \quad (12)$$

Em que: para o modelo constitutivo do aço utilizou-se o diagrama simplificado, previsto pela norma brasileira.

Admitindo-se a deformação máxima no concreto de 3,5‰, determina-se a deformação do aço e a deformação total, por meio das seguintes equações:

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{d - x}{x} \quad \varepsilon_t = \varepsilon_s \frac{h - x}{d - x} \quad (13)$$

Para encontrar a deformação e a tensão no reforço tem-se:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_t - \varepsilon_{ti} \quad \sigma_f = E_f \varepsilon_f \quad (14)$$

Por fim, para determinar a área de reforço, é utilizada a Equação 11, acrescida de dois coeficientes de redução do PRFC (coeficientes de segurança):

$$M_d = \varphi [A_s f_{yd} (d - 0,4x) + A_f \sigma_f \psi_f (h - 0,4x)] \quad (15)$$

Em que:

$$\varphi = \begin{cases} 0,90, & \text{se } \varepsilon_s \geq 0,005 \\ 0,70 + \frac{0,20(\varepsilon_s - \varepsilon_{sy})}{0,005 - \varepsilon_{sy}}, & \text{se } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s < 0,005 \\ 0,70, & \text{se } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \end{cases}$$

Em que: ε_s : valor da deformação na armadura quando da ruptura da seção; ε_{sy} : deformação de escoamento da armadura; ψ_f : 0,85 (recomendação da ACI).

A recomendação da norma ACI 318/318R-105, que regulamenta o dimensionamento de reforços à flexão, é que estes sejam posicionados no mínimo ao longo de todo o comprimento onde o momento fletor supera o máximo a ser suportado pela peça em seu estado limite último.

4 – RESULTADOS PARA O REFORÇO DE PRFC À FLEXÃO

Foi utilizada uma viga dimensionada pelo programa AltoQi Eberick (MATTOS, 2012), biapoiada, com carregamento uniformemente distribuído inicial de 3.086,5 kgf/m, incluindo peso próprio. As propriedades e os resultados do dimensionamento da viga e do reforço em PRFC estão mostrados nas Figura 2 e Tabelas 1 e 2.

Submeteu-se a viga a um aumento de 35% de sua carga, gerando uma força cortante de 8.334 kgf nas extremidades, em que foi calculado o excedente ao suportado pelo concreto e aço. O momento fletor máximo obtido para o novo carregamento foi de 8.334 kgf×m. Os

valores de momento fletor de cálculo (M_d) e área de aço (A_s) para o carregamento inicial, foram de 6.173 kgf×m e 4,8 cm², respectivamente.

Figura 2 – Viga de concreto armado simulada
Fonte: Mattos (2012)

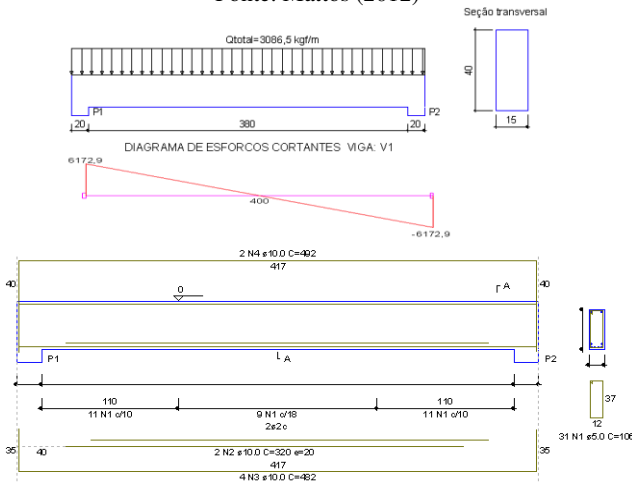


Tabela 1 – Propriedades utilizadas no dimensionamento da viga

Propriedade	Descrição	Valor
A_s (cm ²)	Área de armadura	4,8
b_w (cm)	Largura da seção	15
h (cm)	Altura da seção	40
d (cm)	Altura útil da seção	36,5
E_s (GPa)	Módulo de elasticidade do aço	210
V_c (kgf)	Força cortante resist. pelo concreto	3.242
V_n (kgf)	Força cortante total	11.667
V_s (kgf)	Força cortante resistida pelo aço	5.400
V_f (kgf)	Força cortante resistida pelo PRFC	3.025
f_{ck} (MPa)	Resistência característica do concreto à compressão	21
f_{cd} (MPa)	Resistência de cálculo do concreto	15
f_{yd} (MPa)	Resistência característica do aço	500
L (m)	Vão da viga	4
ϵ_c	Deformação máxima do concreto	$\leq 0,0035$
ϵ_s	Deformação máxima do aço	$\leq 0,001$

Tabela 2 – Propriedades do Polímero Reforçado com Fibras de Carbono (PRFC). Fonte: Sika Carbodur® (2005)

Propriedade	Descrição	Valor
w (mm)	Largura de uma faixa	50
t_f (mm)	Espessura de uma camada	1,2
E_f (GPa)	Módulo de elasticidade	155
ϵ_{fu}	Deformação máxima	0,0076
f_{fu} (MPa)	Resistência última	2.400

A fim de se determinar a deformação total e a inicial do aço (ϵ_{ti} e ϵ_{si}) no dimensionamento à flexão, realizou-se um alívio de carga para a execução do reforço, de 3.087 kgf/m para 2.205 kgf/m, o que fez com que o momento atuante passasse a ser de 4.409 kgf×m. Assim, determinou-se a posição da linha neutra nesta situação, obtendo $x = 8,55$ cm. Em seguida, foi realizado o dimensionamento, utilizando as Equações de 10 à 15, obtendo-se os seguintes resultados: $R_{cd} = 13.329$ kgf; $\sigma_{sd} = 2,78 \times 10^7$ kgf/m²; $\epsilon_{si} = 1,30\%$; $\epsilon_{ti} = 1,46\%$; $\epsilon_s = 5,46\%$; $\epsilon_t = 4,14\%$; $\epsilon_f = 2,68\%$;

$\sigma_f = 4,16 \times 10^7$ kgf/m²; $\phi = 0,84$; $A_f = 3,06$ cm². Considerando duas camadas ao longo da face inferior da viga, obteve-se uma largura de reforço de 12,8 cm.

Embora a recomendação da norma seja de percorrer com o PRFC a região onde o momento fletor supera o máximo a ser suportado no estado limite último da peça, optou-se neste caso, por questões práticas e pela necessidade do acréscimo do comprimento de ancoragem, pela distribuição do reforço por toda a face inferior da viga (Figura 3).

Figura 3 – Disposição do PRFC no reforço à flexão da viga

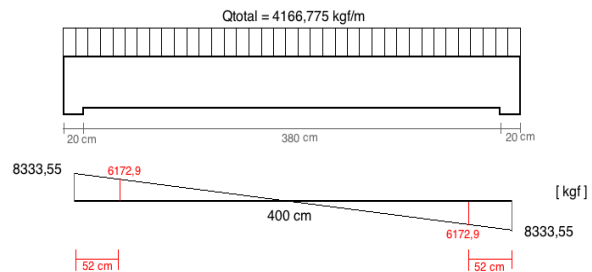


5 – RESULTADOS PARA O REFORÇO DE PRFC AO CORTANTE

Foi desenvolvido um programa computacional que permitiu variar os parâmetros de espaçamento, número de camadas de reforço e ângulo de inclinação das faixas a serem coladas, de forma a obter várias disposições do material de reforço, permitindo a análise de um modelo mais econômico e prático.

O posicionamento das faixas de PRFC na viga obedece à necessidade de reforçá-la aos esforços cisalhantes excedentes, conforme diagrama de força cortante da viga mostrada na Figura 4. Neste, onde a força cortante superar o valor suportado pela viga inicialmente, admite-se a necessidade do PRFC.

Figura 4 – Diagrama de forças cortantes para a viga com carregamento final



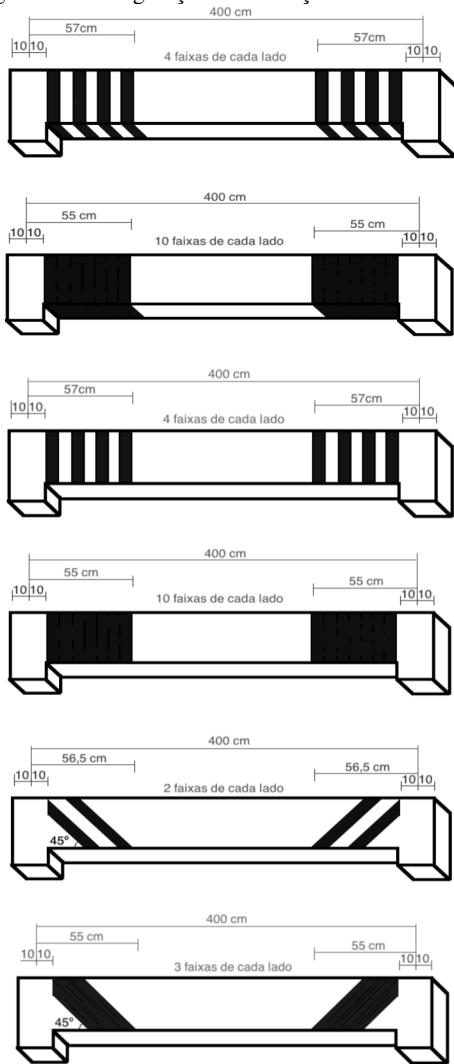
Foram dimensionados os reforços para seis disposições diferentes do PRFC. São elas o envolvimento em “U” e apenas nas laterais da viga, com espaçamento e sem espaçamento, e orientação de 90° e 45°.

Foram comparados os resultados obtidos em função do espaçamento entre as faixas de reforço, o número delas utilizado para cada caso e o comprimento de reforço, de forma a optar pela solução que proporcionasse maior economia de material. Para as vigas com cobertura total da área reforçada, analisou-se também o ganho de capacidade de suporte das ações cisalhantes, com o objetivo de obter-se a disposição mais eficiente entre as faixas para um menor consumo de material. Os resultados estão apresentados na Tabela 3, com as respectivas representações geométricas na Figura 5.

Tabela 3 – Resultados do reforço ao cisalhamento, para uma mesma configuração inicial e de sobrecarga da viga

	Orientação das fibras	Espaçamento (cm)	Número de faixas	Comprim. total do reforço (cm)
Envolvimento da viga em “U”	90°	14	4	760
	90°	-	10	-
	90°	14	4	640
Envolvimento lateral	90°	-	10	-
	45°	14	2	460
	45°	-	3	-

Figura 5 – Configurações do reforço ao cisalhamento



Como esperado, a solução mais econômica é obtida com a redução do ângulo de orientação do PRFC (45°), com espaçamento entre faixas, o que leva a um menor comprimento total de reforço.

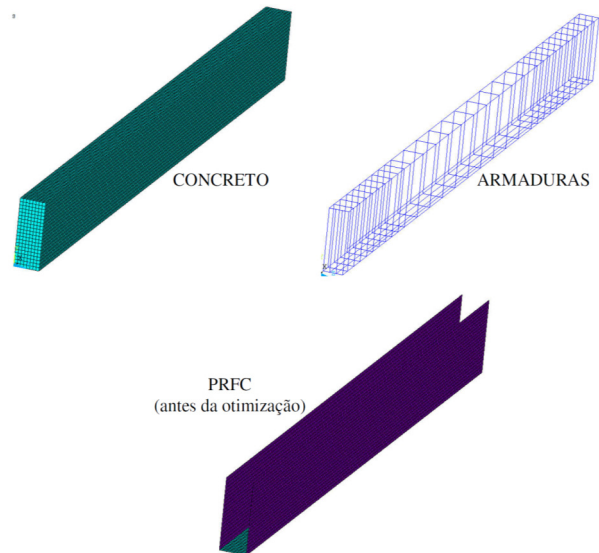
6 – SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA VIGA REFORÇADA

O modelo numérico-computacional permitirá, num primeiro momento, a análise da influência da variação da disposição do reforço, das condições de carregamento e de apoio, facilitando a identificação das zonas mais solicitadas e associação com a posição do reforço. Após a

validação deste modelo, será aplicado o procedimento de busca otimizada automática da região de posicionamento do PRFC, em particular para a ação da força cortante.

Foi utilizado o programa de elementos finitos ANSYS® (2010) para as simulações numéricas e, para cada elemento constituinte do modelo da viga reforçada (concreto, aço e fibra) adotou-se um elemento específico. Para as faixas de fibra de carbono, utilizou-se o SHELL63, elemento bidimensional de casca. Para o concreto, utilizou-se o SOLID65, que é o elemento tridimensional para concreto. Para o aço (armaduras), adotou-se o elemento BEAM4, que é um elemento básico de viga. Considerou-se para o concreto: $f_{ck} = 2,1 \text{ kN/cm}^2$; $E_c = 2.181 \text{ kN/cm}^2$ e $\nu_c = 0,2$. Para o aço CA50, utilizou-se: $E_s = 21.000 \text{ kN/cm}^2$ e barras com diâmetro de 10 mm. Para o PRFC, definiu-se a largura da faixa de reforço de 5 cm e espessura de 1,2 mm, sendo $E_f = 15.500 \text{ kN/cm}^2$ e $\nu_f = 0,27$. O esquema geral do modelo numérico de elementos finitos da viga reforçada é ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Modelo de elementos da viga reforçada



Para aumentar a precisão das análises foi considerada a fissuração do concreto. No programa ANSYS a fissuração pode ocorrer em três direções ortogonais em cada ponto de integração do elemento, associadas às tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 . A presença de uma fissura é representada pela modificação das relações tensão-deformação, introduzindo-se um plano de falha na direção normal à face da fissura. Quando a tensão principal no concreto excede a resistência à tração, a rigidez do elemento é reduzida para zero na direção principal, perpendicular ao plano fissurado. Para o caso de ocorrência apenas de tração em um estado multiaxial de tensões, tem-se: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$. O critério de falha do concreto, ou seja, de fissuração, é dado por: $\sigma_i - f_{ct} \geq 0$ ($i=1,2,3$), onde f_{ct} é a resistência à tração do concreto. Se o critério é satisfeito nas direções 1, 2 e 3, a fissuração ocorre nos planos perpendiculares às tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 . Se o critério é satisfeito nas direções 1 e 2, a fissuração ocorre nos planos perpendiculares às tensões principais σ_1 e σ_2 . Finalmente, se o critério é satisfeito somente na direção 1,

a fissuração ocorre no plano perpendicular à tensão principal σ_1 . O coeficiente de transferência do cisalhamento β_t representa a redução da resistência ao cisalhamento para as cargas subsequentes que induzem deslizamento através da face da fissura. Se a fissura se fecha, as tensões de compressão normais ao plano da fissuração são transmitidas através da fissura e apenas o coeficiente de transferência de cisalhamento β_c para uma fissura fechada é introduzido. Os valores destes coeficientes de transferência de cisalhamento variam de 0 a 1, onde 0 indica que não há transferência de cisalhamento e 1 indica que não há perda de transferência de cisalhamento. Adotou-se $\beta_t = 0.3$ e $\beta_c = 0.8$ (PADMARAJAIAH; RAMASWAMY, 2001). A resistência à tração do concreto adotada é dada pela fórmula prevista pela norma brasileira $f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$, resultando em $f_{ct,m} = 2,28$ MPa. A título ilustrativo, é mostrada, na Figura 7, a distribuição de fissuras em uma viga apoiada, sob carregamento uniforme.

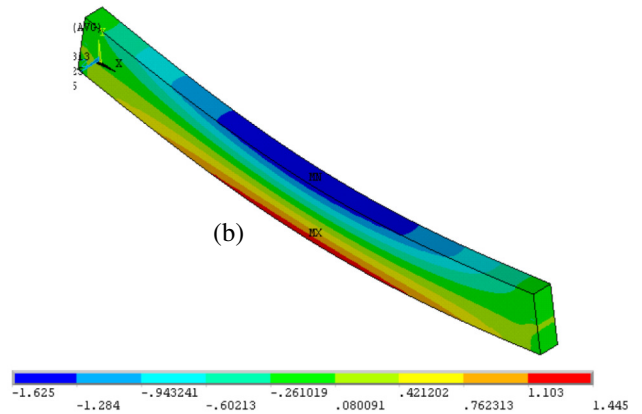
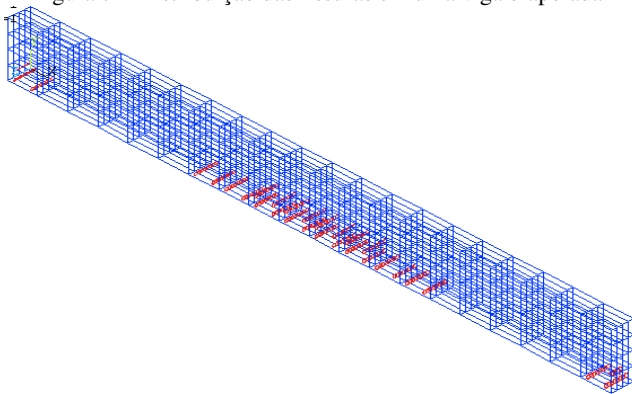
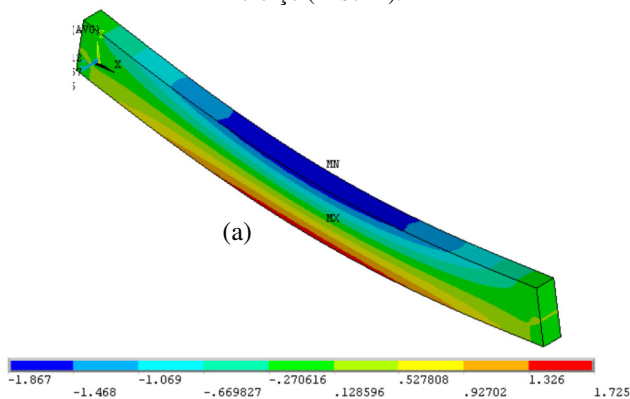


Figura 7 – Distribuição das fissuras em uma viga biapoiada



Na Figura 8 é ilustrada a ação do reforço de PRFC (duas camadas posicionadas na face inferior) no alívio das tensões atuantes no concreto.

Figura 8 – Tensões normais σ_x antes (a) e após (b) a colagem do reforço (kN/cm²).



7 – OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Uma dificuldade para o projeto da estrutura reforçada com PRFC consiste em definir a melhor forma de distribuir as mantas de fibras de carbono na superfície da peça. Neste sentido, deve-se recorrer à experiência, à facilidade construtiva e ao princípio de funcionamento estrutural do elemento reforçado. No entanto, principalmente para geometrias complexas e para condições de apoio e de carregamento diferenciadas, a escolha da melhor distribuição do reforço não é evidente (CHAVES, 2010). Assim, a otimização topológica entra como uma ferramenta para encontrar as regiões da viga que devem ser reforçadas, propiciando economia de material, com uma solução automatizada e mais eficiente.

O uso da otimização topológica no reforço de estruturas, visa a otimização estrutural, que é a obtenção de um modelo mais resistente e mais rígido possível, com uma menor quantidade de material, o que implica em menor custo.

A otimização topológica surgiu da necessidade de se aprimorar a otimização de forma, permitindo uma melhor distribuição de material no interior do domínio de projeto. Ela está relacionada com a maneira com que as partes da estrutura se conectam, ou seja, com a distribuição do material no domínio de projeto, que é definido de acordo com o espaço onde se pretende localizar a estrutura. O objetivo é retirar ou redistribuir o material dentro do domínio de projeto de uma maneira iterativa e sistemática. A distribuição ótima está relacionada com um objetivo, que pode ser, por exemplo, a minimização do volume final da estrutura, visando economia de material. A otimização topológica permite encontrar o *layout* estrutural ótimo, isto é, o número, a posição e o tamanho dos membros, além de vazios. Diferentemente da otimização de forma, na otimização topológica furos podem ser criados no domínio durante o processo de otimização. Assim, a otimização topológica permite obter uma nova configuração da estrutura, partindo-se apenas de definições básicas: domínio do projeto, condições de contorno e de carregamento, objetivo e restrições impostas. A seguir é feita uma descrição sucinta da metodologia adotada, sugerindo-se para maiores detalhes a referência clássica do assunto: Bendsoe e Sigmund (2003).

A primeira etapa da otimização topológica em estruturas contínuas consiste em definir o domínio de projeto, as condições de contorno e as cargas aplicadas. Em uma segunda etapa, o domínio é discretizado por elementos finitos. Em seguida, as informações são inseridas no algoritmo de otimização, que num processo iterativo distribui o material no domínio fixado, de maneira a minimizar ou maximizar a função objetivo.

Na etapa iterativa de distribuição do material é necessário criar um modelo de material. Um método de modelagem e implantação computacional relativamente simples é o Método das Densidades. Neste, o domínio de projeto é discretizado por elementos finitos, que são preenchidos homogeneamente pelo material. A ideia é de rearranjar o material, trocando a densidade (ρ) em cada elemento. Assim, obtém-se ao final do processo de otimização os elementos sólidos (densidade 1), onde há presença de material, e os elementos vazios (densidade 0), onde não há material. A presença de cores intermediárias (cinzas) entre o preto (região sólida) e o branco (região vazia) não tem sentido prático, devendo ser eliminadas. Graficamente, os resultados do procedimento iterativo de otimização indicam que elemento de cor branca tem alta flexibilidade (vazio); elemento de cor preta tem baixa flexibilidade (material sólido) e elemento de cor cinza tem flexibilidade intermediária (estado intermediário do material). As variáveis de projeto são, portanto, as densidades dos elementos. No estágio final, as regiões de material sólido deverão formar os caminhos das cargas, enquanto as demais regiões estarão ocupadas por vazios.

Na formulação utilizada no presente trabalho, a grandeza a ser minimizada na otimização é a flexibilidade média da estrutura $S(X)$, que é equivalente à energia de deformação. Isto corresponde também a maximizar a rigidez global da estrutura. Assim, pode-se equacionar o problema de otimização topológica como (SIGMUND, 2001):

Minimize:

$$S(X) = U^T K U = \sum_{e=1}^N (x^e)^\beta [(u^e)^T k^0 u^e] \quad : \text{ flexibilidade média da estrutura}$$

Sujeita a:

$$\frac{V(X)}{V_0} = f \quad : \text{ restrição do volume do material}$$

$$K U = F \rightarrow \sum_{e=1}^N (x^e)^\beta [k^0 u^e] = F \quad : \text{ restrição de comportamento (equilíbrio da estrutura)}$$

$$x_{min}^e \leq x^e \leq x_{max}^e, \quad e = 1, \dots, N \quad : \text{ restrições laterais}$$

Em que: $X = [x^1 \ x^2 \ x^3 \dots \ x^N]$: vetor das variáveis de projeto (densidades dos elementos); K : matriz de rigidez global; U : vetor dos deslocamentos global; F : vetor das forças global; k^0 : matriz de rigidez do elemento; u^e : vetor dos deslocamentos do elemento e ; N : número de elementos da estrutura discretizada; V_0 : volume do domínio de projeto (volume inicial); f : fração de volume (redução

desejada do volume de material); β : fator de penalização; x_{min}^e ; x_{max}^e : limites inferior e superior das variáveis de projeto ($x_{max}^e=1$; $x_{min}^e=10^{-3}$: este valor evita a ocorrência de matriz de rigidez singular).

No reforço de vigas com fibras de carbono é importante, em termos do cálculo estrutural, que se maximize a resistência da estrutura reforçada. O ganho em termos de rigidez, com a diminuição da flecha, é relativamente pequeno quando se usa PRFC, que possui uma pequena espessura. Embora tenham restrições das tensões, os critérios que maximizam a rigidez não garantem explicitamente a minimização das tensões, o que equivaleria a maximizar a resistência. Ainda assim, embora não exista uma correspondência direta e precisa entre os resultados da otimização topológica obtidos segundo os critérios de maximização da resistência e da rigidez, alguns estudos indicam que, para muitos casos, há uma proximidade da geometria final obtida (BENDSOE *et al.*, 1993, ROSVANY *apud* DUYSINX, 1996, LI *et al.*, 1999, LAM *et al.*, 2000, PEDERSEN *apud* BENDSOE; SIGMUND, 2003).

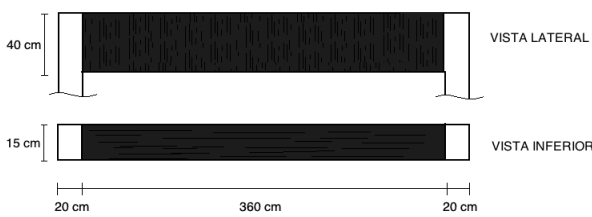
Neste trabalho não foram consideradas as restrições de tensões, o que indica que os resultados da otimização topológica, que usará a máxima rigidez como critério, serão similares à topologia que seria obtida por um critério de resistência, ou seja, a geometria do reforço da viga obtida nas simulações numéricas levará a uma estrutura mais rígida e também mais resistente.

Neste trabalho a otimização topológica foi realizada por meio do programa ANSYS, tendo como função objetivo a maximização da rigidez da estrutura, conforme formulação apresentada. Na simulação, são fornecidos resultados com disposição de reforço em cor azul e vermelha. A cor vermelha é a região sólida (cor preta), ou seja, onde há presença do reforço, e a cor azul é a região onde não há reforço (cor branca). Não há distinção neste tipo de resultado gerado pelo ANSYS do posicionamento de reforço em zonas tracionadas ou comprimidas. Assim, uma análise posterior deve ser feita pelo projetista para selecionar apenas as regiões onde reforço será posicionado (zonas tracionadas).

Neste trabalho, o objetivo é de localizar as regiões na superfície da viga onde se deve posicionar o PRFC. Não se procura um resultado na otimização topológica que seja preciso e definitivo, para uso direto em projeto e dimensionamento. Assim, a partir das regiões a serem reforçadas (definidas pela otimização topológica), o dimensionamento será feito na sequência, utilizando-se faixas ou tecidos de fibra de carbono, que possuem geometria retangular. Nesta segunda etapa, devem também ser considerados aspectos práticos do dimensionamento, como a necessidade de se acrescentar o comprimento de ancoragem ao reforço.

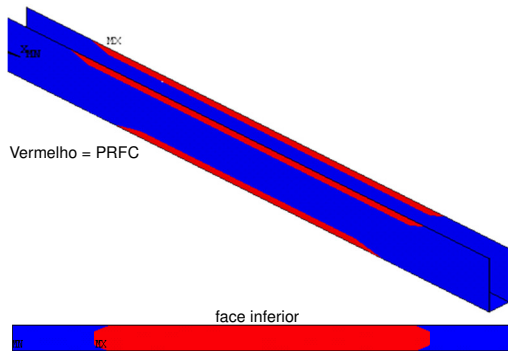
O primeiro caso para aplicação da otimização topológica considerou um modelo de viga revestida nas laterais e na face inferior, conforme esquematizado na Figura 9. Nesta situação, retirou-se ao final 70 % do reforço inicialmente distribuído.

Figura 9 – Modelo inicial da viga a ser otimizada – PRFC revestindo as laterais e a face inferior



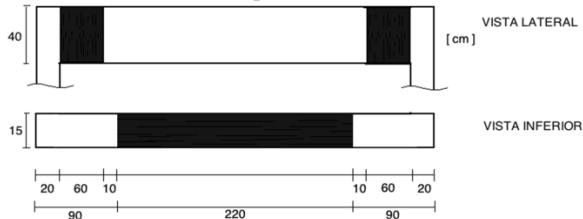
Os resultados da otimização (Figura 10) destacam os efeitos provocados pelo momento fletor, apresentando reforço em zonas mais solicitadas por este tipo de ação. Nota-se que há disposição de material na face inferior e superior das laterais. Porém, na face superior da peça as tensões são de compressão, não sendo aplicado reforço nessa região.

Figura 10 – Disposição do reforço para 70 % de retirada de material



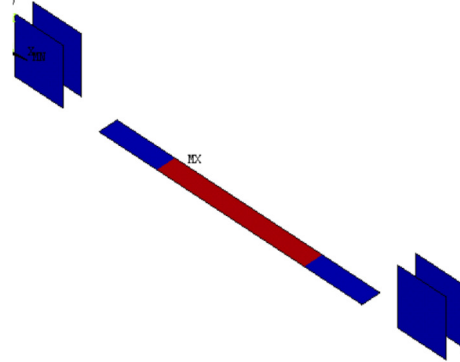
No segundo caso simulado, a viga foi revestida apenas onde as forças cortantes e o momento fletor produzissem tensões mais significativas. Assim, posicionou-se o reforço à flexão ao longo da face inferior da viga, espaçados de 90 cm das extremidades, e o reforço ao cisalhamento em trechos de 60 cm, distanciados 20 cm das extremidades, como mostrado na Figura 11.

Figura 11 – Modelo de viga com reforço - PRFC revestindo as laterais e face inferior, apenas em zonas mais solicitadas



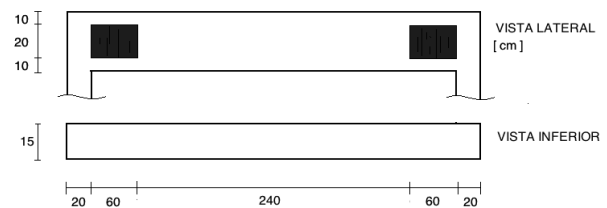
O resultado da otimização topológica neste caso ainda destacou as regiões de reforço para os efeitos provocados pela flexão, não ocorrendo presença de material na região onde o efeito do cisalhamento é mais significativo (Figura 12).

Figura 12 – Disposição do reforço otimizado para posicionamento inicial do PRFC nas zonas mais solicitadas



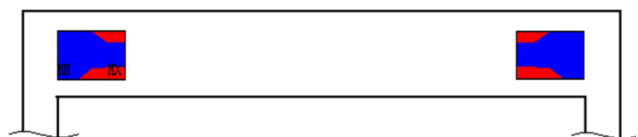
A partir dos resultados iniciais, onde o efeito de flexão predominou, buscou-se outras configurações de posicionamento inicial do reforço que pudessem levar os resultados da otimização a destacarem também o efeito do cisalhamento. Assim, criou-se o modelo mostrado na Figura 13, onde o reforço foi posicionado inicialmente apenas na zona mais solicitada pelas ações cisalhantes.

Figura 13 – Modelo de viga com reforço – PRFC revestindo as laterais apenas nas zonas mais solicitadas pelo cisalhamento



Também para esta situação, conforme mostrado na Figura 14, a disposição do PRFC correspondeu mais significativamente às ações provocadas pelo momento fletor. Outros casos foram estudados para aumentar o efeito da força cortante no resultado da otimização topológica. Mudou-se a geometria da viga e as condições de apoio. Ainda, assim, prevaleceu o efeito do momento fletor na distribuição do reforço.

Figura 14 – Disposição do reforço otimizado para posicionamento inicial do PRFC nas zonas mais solicitadas pelo cisalhamento



Conclui-se que a otimização topológica não foi capaz de destacar o efeito das forças cortantes. Desta forma, para a viga estudada, os resultados da otimização foram úteis para a escolha do posicionamento do reforço apenas para a ação do momento fletor.

8 – CONCLUSÕES

Analisando os resultados obtidos pelo método convencional de dimensionamento de reforço às forças

cortantes, pode-se dizer que a disposição ideal para posicionamento do PRFC é colagem das faixas orientadas a 45°. Para este modelo, há uma maior economia de material.

A otimização topológica foi ferramenta útil para fornecer informações quanto à posição do PRFC próxima da ideal, de forma a reduzir a quantidade de material de reforço. Isto ocorreu para a ação do momento fletor. No entanto, para a ação da força cortante a otimização não foi efetiva. Neste estudo a otimização topológica tem como função objetivo a maximização da rigidez, e possivelmente por este fator, não considerou significativamente os efeitos da força cortante. Para que este efeito seja percebido pela otimização topológica, uma alternativa é mudar a função objetivo, de forma a buscar minimizar explicitamente as tensões cisalhantes na estrutura.

A partir das simulações realizadas, pode-se inferir que a otimização topológica pode ser uma técnica bastante útil, em particular para peças com geometrias e condições de carregamento e de apoio complexas (lajes com aberturas, por exemplo), onde a escolha do posicionamento do reforço pode não ser evidente pelas abordagens tradicionais.

REFERÊNCIAS

- ALCAINO, P.; SANTA-MARIA, H. Experimental response of externally retrofitted masonry walls subjected to shear loading. **Journal of Composites for Construction**, p. 489-498, 2008. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2008\)12:5\(489\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2008)12:5(489)).
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318R-105**: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Detroit, 1999.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 440.2R**: Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures. Detroit, 2003.
- ANSYS 12.0. Computational Applications and System Integration Inc., 2010.
- BEBER, A. J. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósito de fibra de carbono**. Tese (Doutorado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003.
- BENDSOE, M. P.; DIAZ, A.; KIKUCHI, N. Topology and generalized layout optimization of elastic structures. *In*: Bendsoe, M. P.; Mota Soares, C. A. (Eds.). **Topology Design of Structures**, Proceedings NATO ARW, Sesimbra 1992, Kluwer Dordrecht, 1993. https://doi.org/10.1007/978-94-011-1804-0_13.
- BENDSOE, M. P.; SIGMUND, O. **Topology optimization: theory, methods and applications**. Berlin: Springer-Verlag, 2003.
- BRUGGI, M. Generating strut-and-tie patterns for reinforced concrete structures using topology optimization. **Computers & Structures**, v. 87, n. 23-24, p. 1483-1495, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2009.06.003>.
- BRUGGI, M.; TALIERCIO, A. Topology optimization of the fiberreinforcement retrofitting existing structures. **International Journal of Solids and Structures**, v. 50, n. 1, p.121-136, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2012.09.009>.
- BRUGGI, M.; MILANI, G.; TALIERCIO, A. Design of the optimal fiberreinforcement for masonry structures via topology optimization. **International Journal of Solids and Structures**, v. 50, n. 13, p. 2087-2106, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2013.03.007>.
- BURGOYNE, C. J. Advanced composites in civil engineering in Europe. **Structural Engineering International**, Zurich, v. 9, n. 4, 1999.
- CAMPAGNOLO, J. L.; SILVA FILHO, L. C. P.; BEBER, A. J. **Técnicas de reforço e recuperação de estruturas de concreto armado**. Caderno LEME 08 - UFRGS, Porto Alegre, 1999.
- CHAVES, L. P. **Estudo da distribuição do reforço de lajes de concreto armado com fibras de carbono, usando otimização topológica**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, 2010.
- DUYSINX, P. **Optimisation topologique: du milieu continu à la structure élastique**. Thèse de Doctorat, Université de Liège, Rapport, 1996.
- FORTES, A. S. **Vigas de concreto armado reforçadas com fibras de carbono**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.
- GUAN, H.; CHEN, Y-J.; LOO, Y-C.; XIE, Y-M.; STEVEN, G. P. Bridge topology optimization with stress, displacement and frequency constraints. **Computers & Structures**, v. 81, n. 3, p.131-145, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(02\)00440-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(02)00440-6).
- HOLLAWAY, L.C.; HEAD, P.R. **Advanced polymer composites and polymers in the civil infrastructure**. Oxford: Elsevier, 2001.
- JONES, R. M. **Mechanics of composite materials**. Washington: Mcgraw-Hill Kogakusha, 1975.
- LAM, Y. C.; MANICKARAJAH, D.; BERTOLINI, A. Performance characteristics of resizing algorithms for thickness optimization of plate structures. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 34, n. 2, p. 159-174, 2000. [https://doi.org/10.1016/S0168-874X\(99\)00036-0](https://doi.org/10.1016/S0168-874X(99)00036-0).
- LI, Q.; STEVEN, G. P.; XIE, Y. M. On equivalence between stress criterion and stiffness criterion in evolutionary structural optimization. **Structural Optimization**, v. 18, n. 1, p. 67-73, 1999. <https://doi.org/10.1007/BF01210693>.
- LOPEZ-ANIDO, R. A.; NAIK, T. R. Emerging materials for civil infrastructure - state of the art, American Society of Civil Engineers – ASCE, 2000.

LUO, Y.; WANG, M. Y.; ZHOU, M.; DENG, Z. Optimal topology design of steel-concrete composite structures under stiffness and strength constraints. **Computers & Structures**, v. 112-113, p. 433-444, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2012.09.007>.

MACHADO, A. P. **Reforço de estruturas de concreto armado com fibras de carbono**. São Paulo: Pini, 2002.

MATTOS, N. C. **Dimensionamento de vigas ao cisalhamento**. Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br>>. Acesso em: 8 abr. 2012.

MENON, N. V. **Estudo experimental de sistemas de reforço ao cisalhamento em vigas de concreto armado utilizando-se polímero reformado com fibras de carbono (PRFC)**. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2008.

MOSALLAM, A. S. Polymer composites: architectural and civil construction materials for the 21st century. In: Conferência Internacional de Compósitos na Arquitetura e Construção Civil - Arquimacom 2002, São Paulo, 2002.

NETO, F.L.; PARDINI, L.C. **Compósitos estruturais: ciência e tecnologia**. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.

PADMARAJAIAH, S. K.; RAMASWAMY, A. A finite element assessment of flexural strength of prestressed concrete beams with fiber reinforcement. Civil Engineering Department, Indian Institute of Science, India, 2001.

SIGMUND, O. A 99 line topology optimization code written in Matlab. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 21, n. 2, p. 120-127, 2001. <https://doi.org/10.1007/s001580050176>.

SIKA CARBODUR. Sistema de reforço para grandes solicitações à base de lâmina de fibra de carbono. Versão 4, 2005.