

## NOVO MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DO FATOR DE REDUÇÃO DE ÁREA APLICADO EM CHUVAS DE PROJETO

*NEW METHOD TO DETERMINE THE REDUCTION FACTOR AREA APPLIED TO RAINFALL  
ESTIMATES*

**Fernando Duarte Barbalho<sup>1</sup>, Klebber Teodomiro Martins Formiga<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Engenheiro Civil e Mestre em Engenharia do Meio Ambiente pela Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO. E-mail: fd.baralho@gmail.com

<sup>2</sup>Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO. E-mail: klebber.formiga@gmail.com

### RESUMO

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um método para determinação do fator de redução de área (FRA), coeficiente empregado na estimativa de chuvas de projeto médias a partir de chuvas de projeto pontuais. Após uma revisão sobre o tema na literatura existente, foi verificada a necessidade do desenvolvimento de estudos regionais e a existência de lacunas nas atuais abordagens sobre o tema. Neste sentido, foi possível elaborar uma metodologia adequada à variabilidade espacial dos eventos extremos. Assim sendo, a nova metodologia sugerida, diferentemente do observado nas demais técnicas, se baseia fundamentalmente na avaliação objetiva da razão entre as chuvas extremas calculadas sobre diversas áreas e as chuvas extremas observadas nos postos centrais a estas áreas. Após sua estruturação, o modelo foi testado em uma implantação piloto com dados de uma rede pluviográfica instalada na região da Bacia do Córrego Botafogo, zona urbana de Goiânia, GO. Os resultados obtidos da aplicação direta da metodologia foram analisados quanto à dependência do FRA em relação às variáveis área, duração e ordem de magnitude (em referência ao período de retorno). A partir dos testes realizados foi possível identificar uma forte dependência dos resultados em relação à variação da área, uma dependência em relação à duração e a necessidade de estudos mais elaborados em relação à influência do período de retorno. Por fim, os valores de FRA obtidos após ajustes dos resultados foram comparados com os valores indicados por métodos empíricos mais difundidos. Conclui-se, a partir dos estudos, que a metodologia proposta é adequada para a obtenção do FRA, bem como seus resultados são compatíveis com os pressupostos pré-estabelecidos.

**Palavras-chave:** chuva de projeto, espacialização da precipitação, fator de redução de área.

### ABSTRACT

The main objective of this work was to develop an area reduction factor (ARF) determination method, which is a coefficient applied to average rainfall estimates for projects, given rainfall at a point. After a review about the subject, it was verified the needs of developing regional studies and the existence of some deficiencies on current approaches. In this sense, it was tried to create an appropriate methodology given the spatial variability of extreme rainfall. Therefore, the new suggested method, differently from the observed in others techniques, is primarily based on objective assessment of the ratio between extreme average rainfall calculated above several areas and the extreme point rainfall observed in gauges located in the center of those areas. After structuring it, the proposed method was tested in a pilot implementation with data obtained from a raingauge network in the region of Córrego Botafogo Basin, urban area of Goiânia, GO. The results were analyzed regarding the dependence of ARF to area, duration and order of magnitude (in reference to the exceedance probability). It was found a strong relation with area, a minor with duration and the need of further studies about the exceedance probability influence. Lastly, the ARF values obtained with results fitting were compared with those indicated from other employed empirical models. From this study, it can be concluded that proposed methodology is appropriated to determine ARF, as its results are compatibles with assumptions established.

**Keywords:** project rainfall, rainfall spatial distribution, area reduction factor.

### 1 – INTRODUÇÃO

Quando da elaboração dos estudos hidrológicos de uma determinada região e havendo interesse na determinação de vazões críticas provenientes de eventos extremos, a chamada chuva de projeto é elemento indispensável. A chuva de projeto é o evento de precipitação esperado para um determinado tempo de recorrência e duração (ASQUITH; FAMIGLIETTI, 2000) e sua estimativa, muitas vezes, é feita com base em registros de precipitação observados pontualmente, devido a maior disponibilidade

geográfica e temporal de dados de precipitação na forma de medições pontuais.

Para que as análises sejam mais próximas da realidade de uma bacia hidrográfica é necessária uma ferramenta para transformação de informações pontuais em valores espaciais, quando a chuva é medida (RODRIGUEZ-ITURBE; MEJÍA, 1974). Neste contexto, uma série de ferramentas tem sido desenvolvidas e aplicadas com objetivo de estimar a precipitação média em uma área a partir de medidas pontuais, tais como: o Método de Thiessen (THIESSEN, 1911), o Método do Inverso do Quadrado das Distâncias (WEI; McGUINNES, 1973), o

Multiquadric (HARDY, 1971) e o Método de Kriging (MATHERON, 1971).

Contudo, a estimativa de uma chuva de projeto sobre uma área considerando apenas a espacialização de todos os eventos extremos pontualmente observados, como se os mesmos fossem ocorrer simultaneamente, pode ser considerada uma maneira conservadora e provavelmente superestimaria a tormenta (OMOLAYO, 1993).

A adequada avaliação do comportamento espacial dos eventos chuvosos extremos pode conduzir a projetos mais seguros e econômicos, em especial os de drenagem urbana. Neste contexto, o Fator de Redução de Área é o coeficiente empregado na transformação de chuvas de projeto pontuais para chuvas médias espaciais, com mesmo período de retorno e duração (SRIKANTHAN, 1995).

Segundo a literatura (OMOLAYO, 1993; SRIKANTHAN, 1995; SVENSSON; JONES, 2010), os FRA são usualmente divididos em dois tipos: os baseados em uma área fixa e os baseados no centro dos eventos de tempestade (BELL, 1976; OMOLAYO, 1993; SIVAPALAN; BLÖSCHL, 1998; ASQUITH; FAMIGLIETTI, 2000; SVENSSON; JONES, 2010). Os primeiros partem de observações dentro de uma área fixa, como uma bacia hidrográfica, enquanto os últimos estão ligados às áreas cobertas por cada evento pluvial. Asquith e Famiglietti (2000) notaram que este último tipo de FRA tem sido pouco observado, devido às dificuldades de implantação dos modelos para casos de eventos com múltiplos centros, sendo mais aplicados quando há interesse na determinação da precipitação máxima provável (SVENSSON; JONES, 2010).

Svensson e Jones (2010) citam vários fatores que influenciam o cálculo do FRA baseados em uma extensa revisão sobre o assunto: as características das precipitações; as características relacionadas à bacia hidrográfica e os fatores relacionados com os dados e métodos. Os autores abordaram indícios levantados em outros estudos quanto à possibilidade do FRA variar também com o tempo de recorrência, além de sua esperada variação com a área e duração.

Quanto ao modelo, as técnicas empregadas na determinação do FRA podem ser classificadas em (SRIKANTHAN, 1995): empíricas, analíticas e empírico-analíticas. De fato, são notadas variações tanto nas formas de cálculo como nas bases conceituais adotadas. Especial atenção cabe aos métodos empíricos em função de sua praticidade e larga aplicação, citando-se os mais recorrentes na literatura: Método do USWB – U. S. WEATHER BUREAU (1957a, 1957b); Método UK, desenvolvido pelo *Natural Environmental Research Council* (1975); Método de Bell (1976); e, ainda, o recentemente desenvolvido *Annual-Maxima Centered Approach* (ASQUITH e FAMIGLIETTI, 2000). No Brasil, o Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT) indica o emprego do FRA para a distribuição de chuvas em área com até 5.000 km<sup>2</sup> (BRASIL, 2005), segundo metodologia baseada no Método do USWB.

Diante deste cenário e da inexistência de consenso na literatura sobre uma técnica ideal para ser empregada no cálculo do FRA, esta pesquisa buscou a composição de

uma metodologia, focando dentre outros aspectos, uma sensibilidade adequada para eventos com alta variabilidade espacial, como os que usualmente acometem bacias hidrográficas urbanas, a fim de contribuir também com os estudos e projetos de drenagem urbana. Para tanto, o método proposto foi aplicado na cidade de Goiânia, na qual se verificou variabilidade espacial significativa das tormentas, comparando seus resultados com os de outras técnicas empíricas frequentemente empregadas.

## 2 – MÉTODOS

Nesta seção é apresentado um novo método para o cálculo do FRA, bem como outras técnicas tradicionais já em uso. O Método das Equações Multi-Quadráticas, empregado no cálculo das chuvas médias, também é detalhado.

### 2.1 Método proposto

O modelo proposto tem por objetivo a aplicação do FRA em bacias urbanas, em especial com clima e condições de monitoramento semelhantes ao encontrado na cidade de Goiânia, GO, capital de Goiás, e é baseado nas seguintes premissas:

a) para uma dada região climatologicamente homogênea, existe um padrão com razoável margem de confiança na relação entre a chuva pontual e a chuva média, inclusive no caso de eventos extremos. Assim, o FRA pode ser estimado empregando-se resultados da razão ( $F$ ) entre a chuva média máxima pela chuva pontual máxima, ambas de mesmo período de retorno, calculados em diversos pontos da bacia;

b) o comportamento do FRA varia com o tamanho da área ( $A$ ), com a duração ( $d$ ) considerada e pode ser influenciado pelo período de retorno ( $Tr$ ) dos eventos observados, e assim tem-se que  $FRA = f(A, d, Tr)$ ;

c) a escala espacial de aplicação do FRA deve ser compatível com a variabilidade espacial dos eventos extremos de interesse na região;

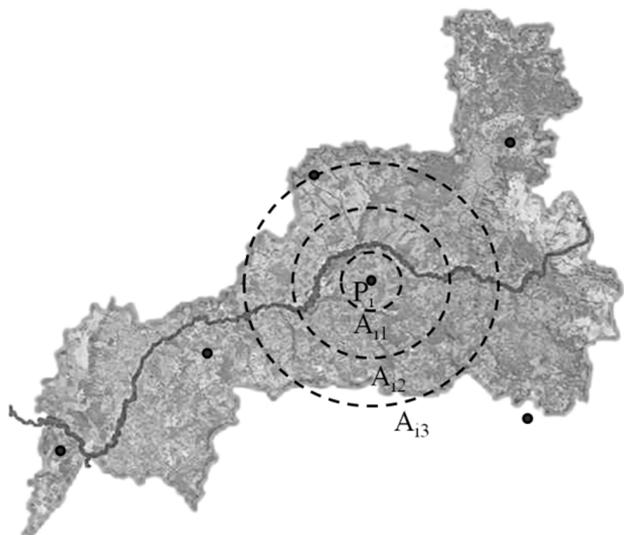
d) para bacias urbanas, devido à escala espacial, e não havendo especificidades geográficas ou topográficas, considera-se que a distribuição espacial da chuva é aleatória e, conseqüentemente, a distribuição de máximos tende à homogeneidade ao longo do tempo, permitindo o agrupamento de análises locais.

Desta forma, considerando  $R_i$  a precipitação máxima observada em um dado posto  $P_i$ , no ponto  $i$  de uma rede de monitoramento, e  $M_{ij}$  a precipitação média estimada para uma área circular  $j$  no entorno daquele ponto, ambas com mesma duração e período de retorno, a razão entre as chuvas máxima e média ( $F$ ) pode ser definida como:

$$F_{ij} = M_{ij}/R_i \quad (1),$$

$F_{i,j}$  representa um elemento amostral do FRA nas condições  $i$  e  $j$ . Na Figura 1 é ilustrado o caráter local inerente ao cálculo de  $F_{ij}$ .

Figura 1 – Ilustração da localização dos eventos pontuais e médios considerados no cálculo de  $F_{ij}$  em um posto genérico na bacia. Para cada área  $A$ , corresponde um evento espacial  $M$ .



Assim, havendo  $N$  pontos de monitoramento, é possível realizar uma análise estatística de  $F$  em função de diversos tamanhos de área, considerando que cada ponto  $i$  fornece um elemento amostral. Desta forma, para  $d$  e  $Tr$  escolhidos, é possível ajustar uma curva  $F = f(A, d, Tr)$ , que é a própria curva para determinação do FRA.

Neste ponto deve-se notar que a obtenção dos  $N$  valores  $R_i$  é realizada por meio da identificação dos eventos máximos efetivamente medidos, de ordem  $m$  compatível com o período de retorno de estudo, feita em séries históricas de mesma amplitude e discretização temporal, adequada à duração de interesse.

Quanto à estimativa de  $M_{ij}$ , observa-se a seguinte sequência de passos:

- a) definir intervalo de área para o qual se deseja ajustar a curva do FRA e delimitarem todas as áreas a serem consideradas ao redor de cada ponto  $i$  ( $A_{1j}, \dots, A_{ij}$ ), escolhendo-se uma gama de raios ( $r_1, \dots, r_j$ );
- b) calcular todas as chuvas médias ocorridas sobre as áreas de influência anteriormente delimitadas, com a duração escolhida, empregando um método sensível à variabilidade espacial e temporal do problema;
- c) identificar os máximos de ordem  $m$  para cada área  $A_{ij}$ , obtendo-se assim os valores de  $M_{ij}$ ;

Devem ser salientados os seguintes cuidados práticos: os dados empregados no cálculo das chuvas médias devem ser simultâneos, gerando assim uma série de precipitação média para cada área delimitada; o valor da razão  $F_{ij}$  é calculado apenas de forma local, ou seja, a razão é feita apenas entre os valores médios no entorno de um ponto e o valor daquele ponto de referência.

Assim, resumidamente, o método proposto constitui no cálculo das razões entre as chuvas médias máximas sobre áreas circulares em torno de diversos postos pela chuva pontual máxima observada nos mesmos, considerando uma dada duração e período de retorno, para posterior avaliação e aplicação de análises estatísticas e regressão a fim de estabelecer uma equação para o FRA correspondente.

Como observado, o ajuste inicial é feito fixando-se a duração e o período de retorno, de forma que a curva inicial é função apenas da área. Generalizando-se, é possível o ajuste de uma superfície em função da área e da duração, dado período de retorno.

Do método proposto se destacam as seguintes distinções em relação aos demais modelos empíricos identificados na literatura:

- a) o FRA é baseado em uma regressão de diversas razões ( $F$ ) – referentes a um mesmo período de retorno e duração – calculadas posto a posto, em função da área;
- b) a chuva média é estimada por técnicas sensíveis à variabilidade espacial das chuvas.

Tais diferenças, adotadas neste método, agregam maior fidelidade ao conceito e emprego do FRA, explica-se: o FRA é aplicado à chuva máxima pontual estimada para um pluviógrafo em uma dada região, assim, é razoável considerar que seu valor seja estimado a partir de um ajuste aos valores dessa razão observados em várias estações com comportamento climatológico semelhante. No caso das técnicas do U. S. WEATHER BUREAU (1957a, 1957b) e de Bell (1976), o que ocorre na prática é um agrupamento dos dados realizado antes de qualquer avaliação. É provável que para os locais em que foram desenvolvidas tais técnicas, essa inversão de fases não tenha impacto significativo, mas para o caso de bacias urbanas na região de estudo, dada as suas escalas usuais e considerando a variabilidade espacial dos eventos extremos característicos, é possível que não seja adequada.

Ademais, o uso de amostras resultantes da análise localizada de cada posto na região de interesse e suas respectivas áreas de influência, permite uma avaliação estatística, possibilitando a uma análise de riscos, além de se adequar à variabilidade espacial de eventos extremos na escala proposta, não se restringindo a ela.

## 2.2 Cálculo da chuva média: Método das equações Multi-Quadráticas – MQ

Como se verifica na metodologia proposta, é essencial se calcular com precisão, e de forma espacial, as séries de chuva média nas diversas áreas circulares ao redor dos postos da rede de monitoramento da bacia, e assim sendo, se obtenha os valores de  $M_{ij}$ . Por esta razão, prescinde-se de uma técnica sensível para o cálculo da superfície de precipitação relacionada a cada evento sobre a bacia de estudo.

Para tanto, este trabalho optou pelo uso do MQ (HARDY, 1971), que apresentou desempenho e convergência adequados em função de estudos anteriormente conduzidos (BARBALHO; FORMIGA; SIQUEIRA, 2011).

A aplicação de superfícies quádricas para interpolação de dados pontuais foi desenvolvida inicialmente por Hardy (1971) para aplicação em ciências geofísicas. Posteriormente, Shaw e Lynn (1972) aplicaram a técnica para ajuste de superfícies com dados de precipitação, apontando-a como uma boa alternativa.

Admite-se que a superfície formada pela precipitação pode ser encontrada pela superposição de diversas superfícies quádricas individuais com origem nos distintos pontos de observação. Essas superfícies individuais podem ser de natureza parabólica ou hiperbólica. Um caso específico das superfícies hiperbólicas são as cônicas, empregadas neste trabalho, devido à implantação mais simples (LEE; LYNN; SHAW, 1974). Esse aspecto é importante ao se considerar que, nos casos práticos, pode haver necessidade de algumas extrapolações ou mesmo a existência de “vazios” na área interna da rede de monitoramento.

Borga e Vizzaccaro (1997) estabeleceram uma equivalência formal entre o MQ e o Método de Kriging. Syed *et al.* (2003), ao compararem a técnica com o difundido Método de Kriging (MATHERON, 1971), optaram pelo uso do MQ pela maior praticidade com resultados semelhantes.

Uma característica observada no MQ é que a determinação da precipitação em um ponto da bacia é função de todos os postos de observação empregados, isso pode contribuir para a minimização dos efeitos de erros locais de medição na determinação da precipitação média.

### 2.3 Métodos comparados

Dentre as diversas técnicas disponíveis para cálculo do FRA, foram escolhidos outros três métodos empíricos para se avaliar os resultados obtidos pelo método proposto, cujo detalhamento se apresenta logo adiante: o método do USWB; o método UK; e o método proposto pelo DNIT.

Os três métodos foram escolhidos por não considerarem o período de retorno bem como pelo fato de que, no caso do USWB e UK, dispõe-se das curvas bem definidas e no caso do DNIT uma equação explícita. O método de Bell (1976) foi excluído porque o mesmo realiza uma determinação do FRA em função do período de retorno e no caso estudado não existe dados para dois anos de observação, que seria o mínimo, apesar do período de retorno ter sido observado na formulação do modelo deste trabalho.

#### 2.3.1 Método do USWB

Apresentado pelo U. S. WEATHER BUREAU (1957a, 1957b), empregando dados de redes com área de cobertura entre 250 km<sup>2</sup> e 1000 km<sup>2</sup>, e em sua maioria do lado Leste do Rio Mississipi, o método se resume ao seguinte:

$$FRA = N \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N w_i R'_{ij}}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N R_{ij}} \quad (2)$$

Em que  $w_i$  é o coeficiente de ponderação obtido pelo Método de Thiessen;  $R_{ij}$  é a chuva pontual máxima, para a duração escolhida, no posto  $i$ , ano  $j$ ;  $R'_{ij}$  é a chuva no posto  $i$  no dia da máxima precipitação sobre a área de interesse no ano  $j$ ;  $N$  é o número de postos e  $n$  o número de anos. Assim sendo o numerador representa a soma das máximas precipitações médias sobre uma área ao longo dos anos da série, para uma determinada duração escolhida, enquanto o

denominador representa uma soma dos valores máximos observados nos postos para a mesma duração.

É provavelmente o método mais empregado nos Estados Unidos da América (ALLEN; DEGAETENO, 2005). Apesar de intuitivo é uma técnica trabalhosa e assume que não há efeito significativo do tempo de recorrência dos dados usados na determinação do FRA (SVENSSON e JONES, 2010).

#### 2.3.2 Método UK

Apresentado pelo *Natural Environmental Research Council* (1975), o método procura identificar as chuvas pontuais observadas simultâneas à máxima precipitação média estimada para a bacia, obtida a partir da média simples. Estes valores são comparados com o valor máximo de precipitação pontual medido em cada estação para cada ano. O FRA é estimado a partir da média dessas razões calculadas. Considerando a mesma notação anterior tem-se que:

$$FRA = \frac{1}{nN} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (R'_{ij}/R_{ij}) \quad (3)$$

Segundo Svensson e Jones (2010), o método também não considera a influência do período de retorno e assume que uma média entre os quocientes pode se aproximar satisfatoriamente do quociente entre médias. Conforme demonstrado por Srikanthan (1995), os valores obtidos no estudo originário, quando comparados com os resultados do USWB, são ligeiramente maiores, ou seja, mais conservadores.

#### 2.3.3 Método proposto pelo DNIT

O Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes – DNIT (BRASIL, 2005) apresentou considerações sobre a espacialização de dados pontuais para obtenção de chuvas médias. Baseado em estudos realizados pelo USWB foram realizados os ajustes julgados pertinentes e foi estabelecida a Equação 4 para aplicação no Brasil, para bacias de até 5.000 km<sup>2</sup>:

$$FRA = \frac{y}{y + \log^2(A/5)} \quad (4)$$

$$y = 35 \log(0,7d + 1) \quad (5)$$

Em que:  $d$  é a duração escolhida em horas,  $A$  a área em km<sup>2</sup> e  $y$  é uma função empírica de  $d$ . Para áreas menores que 5,0 km<sup>2</sup>, o método resulta em  $FRA = 1$ .

### 3 – IMPLANTAÇÃO PILOTO

Como área de estudos, foi escolhida a região da Bacia do Córrego Botafogo, que se encontra dentro da zona urbana de Goiânia. A bacia é componente do sistema de macrodrenagem da cidade e recebe contribuição de várias regiões, nascendo ao sul da cidade, cruzando a região central pela parte leste da capital chegando à sua foz no Córrego Anicuns, que, por sua vez, deságua no Rio Meia

Ponte. A bacia foi delimitada considerando o exutório na foz, com aplicação de geoprocessamento, usando a carta SE-22-X-B dos dados de radar obtidos pelo projeto SRTM (MIRANDA, 2011), sendo obtida uma área de 32,2 km<sup>2</sup> (Figura 2), comprimento de rio principal igual a 10,7 km, comprimento aproximado de 10,1 km e declividade do rio de cerca de 0,0163 m/m.

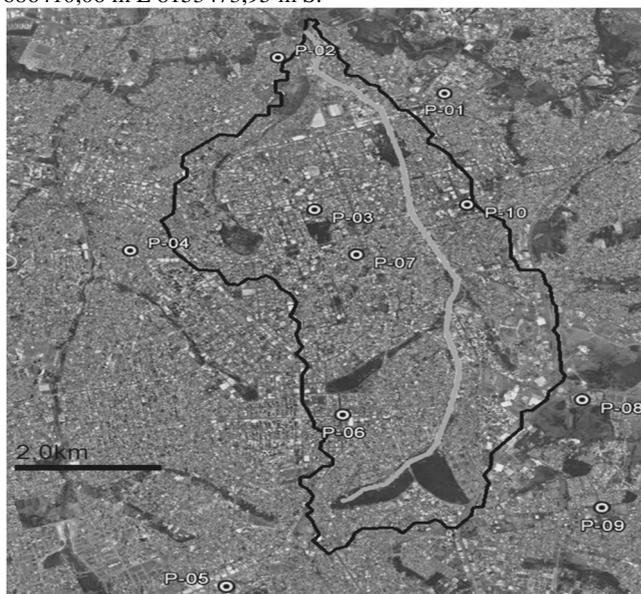
No início dos estudos foram instalados dez pluviógrafos do modelo RG3-M, marca *Onset*. A instalação de todos os equipamentos foi finalizada em janeiro de 2011, e a coleta se estendeu até março de 2012. Entretanto, em dezembro de 2011, a estação Pluv-08 foi danificada e restaram, portanto, nove aparelhos. Os equipamentos instalados realizam registro digital do horário de ocorrência de uma precipitação de 0,2 mm de chuva, com precisão de um segundo. Na Tabela 1 é apresentada a locação da rede, levantada com uso de aparelho receptor GPS, que também pode ser espacialmente visualizada na Figura 2.

Tabela 1 – Pluviógrafos instalados: identificação (ID) e coordenadas geográficas.

ID	Longitude	Latitude
Pluv-01	-49° 14' 40,44"	-16° 39' 23,45"
Pluv-02	-49° 16' 03,05"	-16° 38' 58,42"
Pluv-03	-49° 15' 43,99"	-16° 40' 40,87"
Pluv-04	-49° 17' 12,07"	-16° 41' 07,20"
Pluv-05	-49° 16' 21,64"	-16° 44' 29,27"
Pluv-06	-49° 15' 29,75"	-16° 42' 49,25"
Pluv-07	-49° 15' 23,71"	-16° 41' 09,94"
Pluv-08	-49° 13' 38,66"	-16° 42' 40,20"
Pluv-09	-49° 13' 31,42"	-16° 43' 44,24"
Pluv-10	-49° 14' 30,36"	-16° 40' 37,77"

A instalação das unidades foi realizada considerando além de uma cobertura razoável sobre a bacia, a disponibilidade de locais que oferecessem acessibilidade e segurança.

Figura 2 – Delimitação (preto) da Bacia do Córrego Botafogo (cinza claro) com exutório na foz (no topo). Imagem obtida por meio do software *Google Earth*. Coordenada: UTM 22K, 686410,06 m L 8153473,95 m S.



A partir dos registros obtidos (no total de 632.160 minutos), os dados foram tratados por uma rotina em MATLAB, sendo geradas séries sincronizadas para todos os postos com as seguintes durações de interesse: 05, 10, 15, 30, 45, 60, 90 e 120 minutos. Ainda, nas séries criadas os dados continuam espaçados de um minuto entre si, sendo que cada valor refere-se à altura acumulada de respectiva duração, ou seja, cronologicamente os valores se sobrepõem parcialmente.

Considerando a área da Bacia do Córrego Botafogo, 32,2 km<sup>2</sup>, e a região abrangida pela rede de postos, foi escolhido o intervalo entre aproximadamente 0,8 km<sup>2</sup> e 20,0 km<sup>2</sup> como prováveis áreas de interesse no caso de aplicação do FRA para projetos de drenagem nesta bacia.

Foram escolhidos três postos como aqueles em que  $F_{ij}$  será calculado para posterior ajuste da equação do FRA. Esta quantidade foi definida após considerar-se, não só a necessidade de um mínimo amostral, mas, também, a disponibilidade qualitativa e quantitativa de postos na rede. Primeiramente foram priorizados os postos mais próximos do interior da rede de monitoramento, buscando evitar extrapolações que distorcessem a chuva média calculada nas áreas circulares no entorno dos postos. Em seguida, foram verificadas as ocorrências de falhas, visto que para o cálculo de  $F_{ij}$  não devem ser empregados valores pontuais estimados e sim efetivamente medidos. Por fim, após o emprego destas condições como filtros, os postos escolhidos foram: Pluv-03, Pluv-07 e Pluv-10.

Definidos os três postos foram delimitadas cinco áreas circulares ao redor de cada um deles, de acordo com o intervalo anteriormente definido e respeitando uma discretização regular para os raios, sendo estes: 0,5, 1,0, 1,5, 2,0 e 2,5 km. As áreas foram delimitadas centrando-as nos postos escolhidos e verificando as coordenadas da linha de contorno das mesmas, o tamanho destas foi respectivamente de: 0,79, 3,14, 7,07, 12,57 e 19,63 km<sup>2</sup>. As quinze áreas (cinco para cada um dos três postos definidos) foram transportadas para um *grid* regular com discretização espacial de 0,1 km, para fins de cálculo das séries de chuvas médias em cada uma.

Após a ordenação dos eventos máximos pontuais e médios, foram escolhidos para os trabalhos e análises os três mais expressivos, ou seja, ordens 1, 2 e 3, decrescentes em intensidade. O uso de três ordens buscou verificar a sensibilidade do método ao período de retorno, apesar de que na situação atual, a série de dados é pouco maior que um ano. Por este mesmo motivo, a terminologia mais empregada nos resultados se refere à ordem de magnitude e não aos períodos de retorno correspondentes.

Depois dos ajustes de superfícies aos resultados obtidos ( $FRA = F_{ij}(A, d)$ ) foi realizada a comparação com os demais modelos empíricos citados (USWB, UK e DNIT). Para comparação com os dois primeiros, foi verificado que ambos apresentam curvas ajustadas para duas durações em comum com as calculadas na implantação piloto, sejam elas 30 e 60 minutos. No caso do último, foi empregada diretamente a equação apresentada pelo DNIT nas durações 5, 15, 30 e 60 minutos.

Em todos os casos o FRA foi obtido para áreas de 5, 10, 20 e 50 km<sup>2</sup>. Mesmo este último valor estando fora do intervalo em que o FRA foi ajustado no método proposto, considerou-se oportuno compará-lo também nestas condições. Os resultados do modelo em estudo comparados são aqueles provenientes das curvas ajustadas apenas em função da área e com os eventos de primeira ordem.

#### 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos são apresentados em três partes. Na primeira parte são mostrados os valores de FRA obtidos pelo método proposto aplicado ao caso de estudo. Em seguida são feitas as análises de ajuste do método, buscando uma equação geral, baseado no ajuste dos resultados a equações bidimensionais. Por fim, os resultados são comparados com os obtidos por métodos clássicos da literatura.

#### 4.1 – Resultados do método proposto para o FRA

Diante das condições estabelecidas anteriormente, foram identificados inicialmente os eventos extremos pontuais ocorridos nos postos Pluv-03, Pluv-07 e Pluv-10, considerando o intervalo de durações e ordens escolhido (Tabela 2). Logo após foram calculadas todas as chuvas médias ocorridas nas 15 áreas circulares delimitadas, empregando-se o MQ e identificadas aquelas de valores máximos com as mesmas durações e ordens (Tabelas 3, 4 e 5). Finalmente, foram calculadas as correspondentes razões  $F_{ij}$ , dividindo-se os valores de chuva média pelos valores de chuva pontuais, com mesma duração, ordem e posto de referência.

Tabela 2 – Precipitação pontual extrema observada nos três postos de referência.

		Precipitação pontual extrema (mm)							
Posto	Ordem ( <i>m</i> )	Duração <i>d</i> (min)							
		05	10	15	30	45	60	90	120
Pluv-03	1	18,0	31,6	43,4	63,4	76,4	77,2	77,4	77,4
	2	16,8	29,2	41,4	63,0	73,2	74,4	74,6	74,8
	3	12,8	21,0	26,0	41,8	46,6	48,0	48,6	48,6
Pluv-07	1	12,6	21,2	33,0	54,2	61,4	67,8	70,2	70,2
	2	10,0	19,4	25,8	42,8	52,6	53,4	53,4	53,4
	3	09,4	15,8	21,2	31,2	35,6	37,0	39,0	39,2
Pluv-10	1	12,0	20,4	27,0	39,4	47,2	53,0	54,8	54,8
	2	10,2	18,0	24,2	38,0	45,0	48,8	51,0	51,4
	3	09,0	17,4	23,8	36,6	42,8	46,0	49,0	49,0

Tabela 3 – Precipitação média extrema observada nas áreas circulares ao redor de Pluv-03.

		Precipitação média extrema – Bacias ao redor do posto Pluv-03 (mm)							
Área (km <sup>2</sup> )	Ordem	Duração (min)							
		05	10	15	30	45	60	90	120
0,79	1	15,80	27,95	38,38	57,64	69,74	70,69	70,90	70,90
	2	14,82	25,52	37,10	56,48	65,49	66,68	67,63	67,63
	3	10,98	18,00	22,91	38,40	43,26	44,66	45,28	45,69
3,14	1	13,73	24,49	33,18	52,03	63,34	64,47	64,72	64,72
	2	12,79	21,80	32,95	49,50	57,31	58,48	59,96	59,96
	3	09,40	15,70	20,30	35,33	40,20	41,61	42,31	43,24
7,07	1	12,11	21,73	29,51	47,32	57,99	59,30	59,61	59,61
	2	10,91	18,44	28,30	42,75	49,45	50,83	52,36	52,36
	3	8,21	14,03	18,35	32,82	37,57	39,00	39,80	41,10
12,57	1	10,78	19,43	26,54	43,18	53,34	54,80	55,17	55,17
	2	09,14	15,43	23,66	36,15	41,82	43,47	44,80	44,81
	3	07,31	12,53	16,91	30,62	35,24	36,69	38,13	39,20
19,63	1	09,67	17,50	24,01	39,58	49,26	50,83	51,27	51,27
	2	07,59	12,81	19,57	30,29	35,07	36,94	38,09	38,10
	3	06,59	11,26	15,74	28,65	33,16	34,62	36,56	37,45

Tabela 4 – Precipitação média extrema observada nas áreas circulares ao redor de Pluv-07.

Precipitação média extrema – Bacias ao redor do posto Pluv-07 (mm)									
Área (km <sup>2</sup> )	Ordem	Duração (min)							
		05	10	15	30	45	60	90	120
0,79	1	11,69	19,89	31,14	50,45	57,47	63,06	65,23	65,24
	2	09,98	18,81	26,22	43,63	53,80	54,87	54,98	54,98
	3	08,61	14,58	19,85	30,84	35,43	37,10	38,35	38,63
3,14	1	10,82	18,36	28,85	46,14	54,35	57,65	59,59	59,60
	2	09,82	18,16	26,24	43,86	52,85	55,69	55,91	55,91
	3	07,82	13,36	18,50	30,33	35,17	37,00	37,92	38,05
7,07	1	09,75	17,82	25,86	42,81	53,31	54,87	55,19	55,19
	2	09,58	16,49	25,55	41,15	47,33	51,65	53,36	53,38
	3	07,09	12,25	17,23	29,51	34,21	36,15	37,33	37,47
12,57	1	09,20	17,05	24,25	40,79	51,10	52,84	53,23	53,23
	2	08,49	14,35	22,41	35,73	41,26	45,28	46,77	46,81
	3	06,53	11,19	15,95	28,18	32,67	34,71	36,20	36,41
19,63	1	08,70	16,10	22,80	38,54	48,49	50,32	50,78	50,78
	2	07,33	12,41	19,25	30,90	35,88	39,69	41,01	41,05
	3	06,04	10,21	14,67	26,54	30,82	32,86	34,69	34,95

Tabela 5 – Precipitação média extrema observada nas áreas circulares ao redor de Pluv-10.

Precipitação média extrema – Bacias ao redor do posto Pluv-10 (mm)									
Área (km <sup>2</sup> )	Ordem	Duração (min)							
		05	10	15	30	45	60	90	120
0,79	1	10,89	18,59	24,62	37,99	47,94	53,21	54,88	54,88
	2	09,34	16,62	23,17	37,12	43,00	46,48	48,51	48,89
	3	08,59	16,55	22,15	34,93	40,78	43,83	46,78	47,63
3,14	1	09,85	16,87	22,35	37,89	48,45	53,23	54,78	54,78
	2	08,49	15,74	22,16	34,79	40,90	44,10	46,03	47,22
	3	08,21	15,24	20,52	33,21	38,73	41,65	44,59	46,40
7,07	1	08,92	15,33	21,42	37,70	48,62	52,97	54,41	54,41
	2	07,84	14,98	20,34	32,62	38,92	41,89	43,80	47,03
	3	07,76	13,99	19,08	31,66	36,91	39,72	42,64	44,17
12,57	1	08,08	14,27	20,94	37,29	48,45	52,41	53,76	53,76
	2	07,49	13,93	18,51	30,51	36,94	39,73	41,72	47,21
	3	07,10	12,82	17,81	30,17	35,21	37,91	40,84	42,10
19,63	1	07,37	13,62	20,38	36,60	47,78	51,42	52,69	52,69
	2	07,15	12,74	16,95	28,78	34,99	37,66	41,39	47,79
	3	06,49	11,77	16,74	28,50	33,72	36,28	39,85	40,24

Os resultados de  $F_{ij}$  estão sintetizados nos gráficos *Boxplot* (Figuras 3, 4 e 5), nos quais é possível avaliar o comportamento geral do valor médio de  $F_{ij}$  em função da área (raio da bacia circular), da duração e do período de retorno (ordem), respectivamente. Também se observa a dispersão de tais resultados.

Assim, é possível fazer as seguintes deduções quanto ao comportamento do coeficiente FRA:

a) o FRA decai com o aumento da área, conforme se esperava (Figura 3);

b) o FRA tende a aumentar com a duração (Figura 4);

c) a ordem dos eventos (associada ao período de retorno) teve influência no comportamento dos valores do FRA, porém indeterminada, necessitando de maiores estudos (Figura 5);

d) o comportamento do FRA é semelhante para os três conjuntos de áreas circulares delimitados (um ao redor de cada posto), porém os resultados dos valores precipitados comprovam a variabilidade espacial dos eventos extremos e a necessidade de estudos regionais com redes suficientemente densas para aplicação deste coeficiente com maior segurança (Tabelas 2, 3, 4 e 5);

e) o método proposto obedeceu às premissas estabelecidas e se mostrou aplicável e sensível na avaliação do FRA dentro das condições definidas para esta implantação, conforme se percebe nas Figuras 3 e 4.

Em relação às dispersões dos resultados são possíveis algumas observações, porém não conclusivas em razão do período observado:

a) um aumento com a área (Figura 3), que pode ser explicado em razão de uma redução na correlação das alturas precipitadas com o incremento das distâncias;

b) uma ligeira redução com o aumento da duração, podendo ser resultado de uma maior homogeneização da distribuição espacial da chuva conforme se consideram intervalos maiores.

c) não se verifica uma tendência na dispersão dos dados em função da ordem dos eventos.

d) é interessante notar também que, apesar da dispersão, os valores tendem a se limitar à unidade.

Figura 3 – Gráfico *Boxplot* de  $F_{ij}$  em função do raio (área). Observa-se que FRA decai com a área e a dispersão da distribuição aumenta.

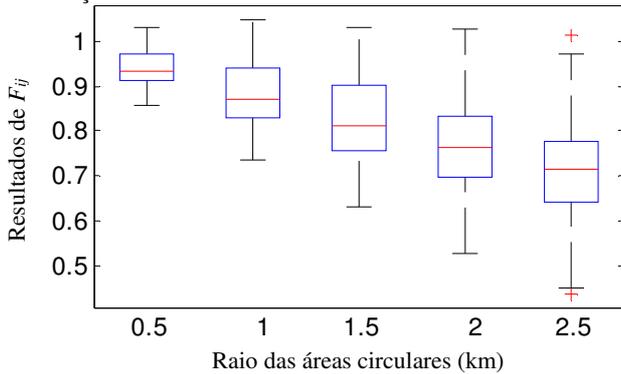


Figura 4 – Gráfico *Boxplot* de  $F_{ij}$  em função da duração dos eventos. O FRA apresenta tendência de aumento conforme se considera eventos mais longos, acompanhada de uma ligeira redução na dispersão da distribuição dos resultados.

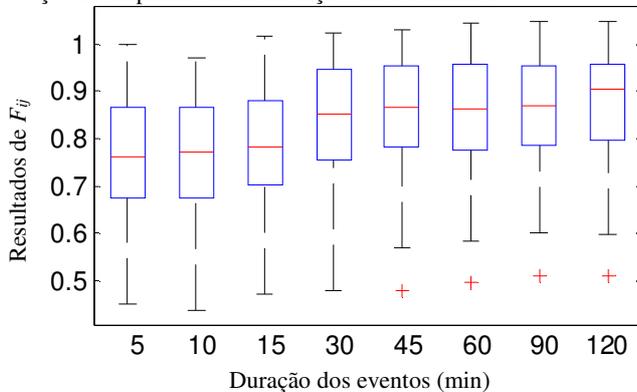
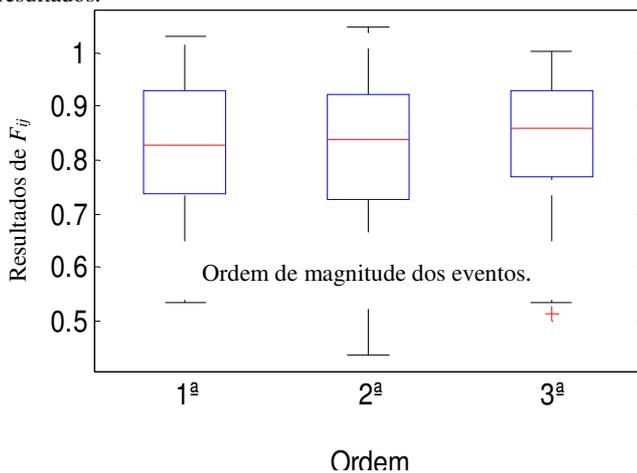


Figura 5 – Gráfico *Boxplot* de  $F_{ij}$  em função da ordem. Não se observa variações significativas no comportamento do FRA, e não se constata uma tendência marcante na distribuição dos resultados.



Outro fato de interesse neste caso é que a série de dados empregada é curta e se refere a apenas uma bacia, havendo uma proximidade considerável entre os três postos empregados, e assim, há um conjunto de fatores que favorece este tipo de observação: eventos médios superiores aos eventos pontuais.

Em contrapartida, se para um conjunto de postos os valores medidos num instante for inferior às médias nos

seus arredores, os valores medidos nos outros postos serão provavelmente superiores, isto porque, naturalmente, as chuvas pontuais oscilam em relação à média total. Portanto, as ocorrências de resultados superiores à unidade tendem a se equilibrar com outros resultados em locais próximos inferiores, em uma proporção assemelhada.

Ainda, para períodos suficientemente longos, espera-se também uma redução na frequência de eventos críticos coincidentes em diversos postos (a depender da duração e área escolhida), e assim os resultados superiores à unidade tendem a reduzir sua proporção na amostra ao se trabalhar com os eventos de maior ordem.

Por outro lado, ao se avaliar objetivamente os resultados apresentados como um todo, os valores levemente acima da unidade não prejudicaram o FRA em sua tendência geral, como será observado adiante na Seção 4.2, pois as médias dos resultados ainda são menores que a unidade.

Analisando, ainda, por outro ângulo essa questão, os valores superiores à unidade influenciam os resultados a favor da segurança. Porém, como se observa das tabelas anteriores, estes valores ocorreram justamente em eventos extremos locais menos expressivos dentro da bacia como um todo. Novamente, à medida que se expandam as séries de dados, os eventos extremos pontuais observados serão mais significantes e condizentes com as condições para projetos, e a tendência esperada dos resultados é que se afastem da unidade.

Em última instância, se mesmo após um longo período de observação, a existência de resultados superiores a 1,0 for impactante na determinação das curvas do FRA, a constatação que se chegaria é de que os valores de chuva média não poderiam ser reduzidos demasiadamente sem prejudicar a segurança. Neste sentido, a formulação desenvolvida permite que quando da aplicação prática desta metodologia, possam ser realizadas análises estatísticas de forma se determinar o risco associado a cada curva, uma conduta mais condizente no balanço entre segurança e custos.

Essa por sua vez é uma vantagem verificada decorrente diretamente da formulação proposta, na qual os resultados iniciais a serem avaliados e trabalhados são obtidos de uma comparação localizada entre a chuva média e a chuva pontual, permitindo a análise pura do comportamento do FRA.

#### 4.2 – Ajuste de superfícies

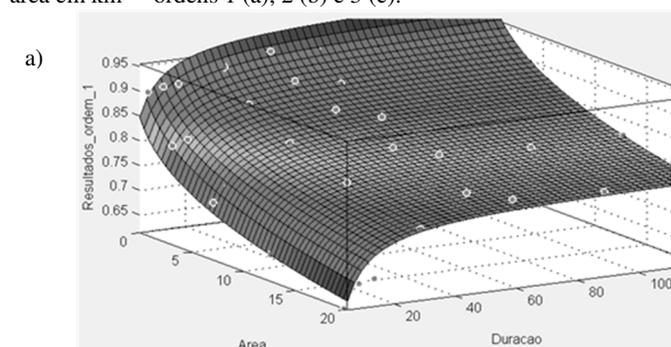
O ajuste de superfícies foi feito considerando-se a média dos resultados fornecidos por cada posto de referência. Isto é, para cada ordem foi ajustada uma superfície considerando cinco pontos por duração de evento. Cada ponto ( $A, d, FRA$ ) foi marcado considerando o valor médio de  $F_{ij}$  obtido para os três postos.

Para casos práticos de aplicação com séries mais longas é possível e recomendável que se realize uma análise estatística dos resultados por área e duração, ao invés do emprego da média, possibilitando uma avaliação dos riscos inerentes ao emprego do coeficiente FRA. A análise de riscos pode ser feita mediante a avaliação do

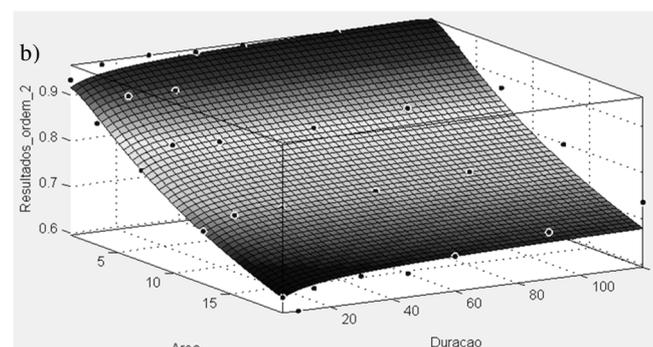
comportamento estatístico dos valores de  $F_{ij}$ , traçando-se curvas com intervalos de confiança por exemplo.

As regressões para duas variáveis foram realizadas com o auxílio do *software* MATLAB. Para áreas inferiores à menor empregada (0,79 km<sup>2</sup>) os valores indicados pelas equações não são válidos, já que as superfícies são assintóticas ao eixo z. Nas Figuras 6 e 7 são ilustradas as superfícies e equações ajustadas:

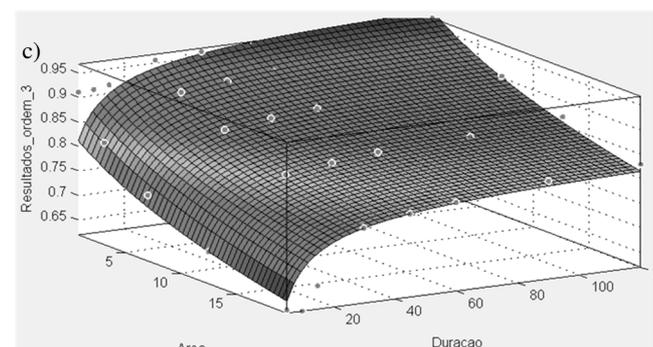
Figura 6 – Superfícies ajustadas para FRA: duração em minutos e área em km<sup>2</sup> – ordens 1 (a), 2 (b) e 3 (c).



$$FRA = 1 - e^{(-1.074d^{0.348})} - e^{(-3.16A^{-0.2413})} \quad R^2 = 0,9709$$



$$FRA = 1 - e^{(-2.103d^{0.105})} - e^{(-5.616A^{-0.445})} \quad R^2 = 0,9639$$



$$FRA = 1 - e^{(-1.054d^{0.299})} - e^{(-4.472A^{-0.3156})} \quad R^2 = 0,9695$$

#### 4.3 – Comparação com valores da Literatura para o FRA

Conforme proposto, os resultados obtidos nesta aplicação piloto do método desenvolvido foram comparados com valores apresentados pelo USWB, UK e DNIT. Os resultados para o FRA segundo esta técnica são aqueles obtidos com as equações de superfície obtidas para os eventos de ordem 1. Na Tabela 6 são apresentados os valores para comparação direta:

Tabela 6 – Comparação dos valores de FRA para diferentes durações e áreas entre o método proposto e outros métodos empíricos.

Duração (min)	Área (km <sup>2</sup> )	USWB	UK	DNIT	Método proposto
5	05	---	---	1,000	0,752
	10	---	---	0,905	0,690
	20	---	---	0,704	0,627
	50	---	---	0,463	0,545
15	05	---	---	1,000	0,777
	10	---	---	0,964	0,723
	20	---	---	0,871	0,670
30	50	---	---	0,710	0,599
	05	0,920	0,895	1,000	0,842
	10	0,870	0,875	0,981	0,804
60	20	0,800	0,840	0,926	0,766
	50	0,690	0,770	0,820	0,715
	05	0,965	0,920	1,000	0,868
	10	0,930	0,905	0,989	0,835
60	20	0,890	0,880	0,957	0,801
	50	0,795	0,825	0,890	0,757

Primeiramente, observa-se que mesmo os valores de FRA apontados pelos três modelos empíricos escolhidos da literatura apresentam diferenças entre si. Entretanto o comportamento de todos é semelhante: decaindo rapidamente com a área e aumentando com a duração. Os resultados obtidos com a equação do DNIT foram os mais conservadores contrapondo-se aos resultados do modelo proposto. É importante ressaltar que o modelo do DNIT é uma adaptação do USWB, desenvolvido com dados dos Estados Unidos da América, porém o mais regional dentre as técnicas revisadas.

É recomendável, ainda, que quando do emprego do modelo apresentado com séries mais longas de dados seja realizada uma comparação com os resultados encontrados pelos modelos propostos na literatura, com emprego de ferramentas estatísticas inclusive, a fim de se mensurar adequadamente as diferenças de resultados. No caso proposto, essa comparação não foi realizada em função do período de dados coletados relativamente curto para tais fins.

Da comparação constata-se que a grande diferença dos valores de FRA, indicados por cada um dos métodos consolidados na literatura, revela: a necessidade de aprimoramento de técnicas para determinação do FRA de forma segura, explicitando-se os riscos preferencialmente; que cada técnica deve ser aplicada com dados de precipitação obtidos localmente ou regionalmente, mais condizentes com a realidade climatológica da área de interesse. Neste sentido, acredita-se que o método proposto corrobore no preenchimento da primeira lacuna, já que é sensível à variabilidade espacial dos eventos e mais fiel ao conceito elementar do FRA.

#### CONCLUSÕES

Neste estudo foi proposta uma metodologia empírica para o cálculo do FRA, buscando adequação às características climatológicas locais, em especial à variabilidade espacial dos eventos extremos observados em bacias urbanas. A

abordagem proposta para cálculo do FRA se mostrou mais fiel ao conceito deste coeficiente, pois a espacialização da chuva pontual extrema é avaliada isoladamente entre cada posto e sua área de influência na etapa inicial, não havendo uma homogeneização de comportamento em função da rede de postos ou da bacia. Também é possível que os ajustes de curvas sejam aliados a análise de riscos por meio de ferramentas estatísticas.

O modelo foi aplicado com dados obtidos de uma rede implantada na região da bacia do córrego Botafogo, zona urbana de Goiânia, com a intenção de avaliar o atendimento das premissas estabelecidas e a adequação do mesmo ao objetivo proposto. Primeiramente, a variabilidade espacial e temporal dos eventos extremos em bacias urbanas foi confirmada após a determinação das séries de precipitação média nos locais e para os intervalos definidos.

Os valores de  $F$  obtidos apontaram o decaimento do FRA em função da área, como esperado, havendo uma tendência assintótica de estabilização. Observou-se também que o aumento da duração dos eventos tende a aumentar o valor do coeficiente. Para a ordem de magnitude (em uma referência ao período de retorno), contudo, não foi possível verificar tendências claras, provavelmente devido ao curto período abrangido pela série de dados empregadas.

Após o ajuste de equações de FRA, conforme os resultados do fator  $F_{ij}$  obtidos, foi conduzida uma comparação com demais valores sugeridos por outros modelos empíricos: USWB, UK e DNIT. Apesar da semelhança de comportamento nos resultados de todos os modelos, inclusive o proposto, notou-se que, de fato, os valores são bem diferentes entre si. Por outro lado, os valores encontrados no estudo de caso não tem ainda caráter de aplicação prática, devido ao curto período de observação disponível.

O método proposto satisfaz as condições pré-estabelecidas, sendo adequado para aplicação em bacias urbanas, porém não sendo limitado necessariamente a estas. Frente aos modelos empíricos encontrados na literatura, a técnica formulada apresentou duas vantagens: a maior fidelidade ao conceito real do FRA, devido à análise local entre dos eventos extremos máximos pontuais e espaciais médios; e a possibilidade de emprego de técnicas mais adequadas na estimativa da chuva média, considerando a variabilidade espacial da chuva; Ainda, é possível também avaliar estatisticamente os riscos das equações eventualmente ajustadas e a consideração da influência do período de retorno.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Fundação de Apoio à Pesquisa da Universidade Federal de Goiás (FUNAPE) e à Agência Brasileira de Inovação (FINEP) pelos apoios financeiros.

#### REFERÊNCIAS

- ALLEN, R. J.; DEGAETENO, A. T. Areal reduction factors for two eastern United States regions with high rain-gauge density. **Journal of Hydrologic Engineering**, v. 10, n. 4, p. 327-335, Jul./Aug., 2005. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2005\)10:4\(327\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2005)10:4(327)).
- ASQUITH, W. H.; FAMIGLIETTI, J. S. Precipitation areal-reduction factor estimation using an annual-maxima centered approach. **Journal of Hydrology**, v. 230, p. 55-69, 2000. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(00\)00170-0](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(00)00170-0).
- BARBALHO, F. D.; FORMIGA, K. T. M.; SIQUEIRA, E. Q. Comparison of methods for computation the average rainfall in watersheds. In: 12th International Conference on Urban Drainage, 2011, Porto Alegre. **Proceedings of 12th International Conference on Urban Drainage**, 2011.
- BELL, F. C. The areal reduction factor in rainfall frequency estimation. **Natural Environment Research Council**, Report n. 35, Institute of Hydrology. Wallingford, U.K. 62 p. 1976.
- BORGA, M.; VIZZACCARO, A. On the interpolation of hydrologic variables: formal equivalence of Multiquadric surface fitting and kriging. **Journal of hydrology**, v. 195, p. 160-171, 1997. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(96\)03250-7](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(96)03250-7).
- BRASIL. Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes. Diretoria de Planejamento e Pesquisa. Coordenação Geral de Estudos e Pesquisa. Instituto de Pesquisas Rodoviárias. **Manual de hidrologia básica para estruturas de drenagem**. 2. ed. Rio de Janeiro, 2005.
- HARDY, R. L. Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces. **Journal of Geophysical Research**, v. 76, n. 8, p. 1905-1915, 1971. <https://doi.org/10.1029/JB076i008p01905>.
- LEE, P. S.; LYNN, P. P.; SHAW, E. M. Comparison of multiquadric surfaces for the estimation of areal rainfall. **Hydrology Sciences Journal**, v. 19, n. 3, p. 303-317, Sept. 1974. <https://doi.org/10.1080/02626667409493918>.
- MATHERON, G. **The Theory of Regionalized Variables and Its Applications**. 5. ed. Fontainebleau: Ecole Mines, 1971.
- MIRANDA, E. E. de; (Coord.). **Brasil em Relevô**. Campinas: Embrapa Monitoramento por Satélite, 2005. Disponível em: <<http://www.relevobr.cnpm.embrapa.br>>. Acesso em: 06 mar. 2011.
- NATURAL ENVIRONMENTAL RESEARCH COUNCIL. **Flood studies report**, v. 2. Institute of Hydrology, Wallingford, UK, 1975.
- OMOLAYO, A. S. On the transposition of areal reduction factors for rainfall frequency estimation. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v. 145, p. 191-205, 1993. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(93\)90227-Z](https://doi.org/10.1016/0022-1694(93)90227-Z).
- RODRIGUEZ-ITURBE, I.; MEJÍA, J. M. On the Transformation of point rainfall to areal rainfall. **Water**

- Resources Research**, v. 10, n. 4, p. 729-735, 1974.  
<https://doi.org/10.1029/WR010i004p00729>.
- SHAW, E. M.; LYNN, P. P. Areal rainfall evaluation using two surface fitting techniques. **Bulletin of the International Association of Hydrological Sciences**, v. 17, n. 4, p. 419-433, 1972.  
<https://doi.org/10.1080/02626667209493855>.
- SIVALAPAN, M.; BLÖSCHL, G. Transformation of point rainfall to areal rainfall: Intensity-duration-frequency curves. **Journal of Hydrology**, v. 204, p. 150-167, 1998.  
[https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(97\)00117-0](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(97)00117-0).
- SRIKANTHAN, R. A Review of the Methods for Estimating Areal Reduction Factors for Design Rainfalls. Australia: **Cooperative Research Centre for Catchment Hydrology**, ISBN 1 876006 01 3, 36 p. 1995
- SVENSSON, C.; JONES, A. Review of methods for deriving areal reduction factors. **Journal of Flood Risk Management**, v. 3, p. 232-245, July, 2010.  
<https://doi.org/10.1111/j.1753-318X.2010.01075.x>.
- SYED, K. H.; GOODRICH, D. C.; MYERS, D. E.; SOROOSHIAN, S. Spatial characteristics of thunderstorm rainfall fields and their relation to runoff. **Journal of Hydrology**, v. 271 , p. 01-21, 2003.
- THIESSEN, A. H. Precipitation averages for large areas. **Monthly Weather Review**, v. 39, issue 7, p. 1082-1089, July, 1911. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1911\)39<1082a:DNGB>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1911)39<1082a:DNGB>2.0.CO;2).  
[https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1911\)39<1082b:PAFLA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1911)39<1082b:PAFLA>2.0.CO;2).
- U. S. WEATHER BUREAU. Rainfall intensity-frequency regime, Part I: The Ohio Valley. Technical Paper n. 29. **U. S. Department of Commerce**, Washington DC, USA, 1957a.
- \_\_\_\_\_. Rainfall intensity-frequency regime, Part II: Southeastern United States. Technical Paper n. 29. **U. S. Department of Commerce**, Washington DC, USA, 1957b.
- WEI, T. C.; MCGUINNESS, J. L. Reciprocal distance squared method: a computer technique for estimating areal precipitation. **USDA-ARS-NC-8**, p. 1-23, 1973.