

OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SOLDAGEM A PONTO POR RESISTÊNCIA EM UMA INDÚSTRIA AUTOMOTIVA POR MEIO DA ANÁLISE DE EXPERIMENTOS E METODOLOGIA DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

OPTIMIZATION OF THE PARAMETERS OF RESISTANCE SPOT WELDING AT AN AUTOMOTIVE INDUSTRY THROUGH THE ANALYSIS OF EXPERIMENTS AND RESPONSE SURFACE METHODOLOGY

Mayra Tereza Silveira de Souza¹, Marcelo Machado Fernandes², Rafael de Carvalho Miranda³

¹Centro Universitário de Itajubá – FEPI. E-mail: mayrinhalee@hotmail.com.

²Universidade Estadual Paulista – UNESP. E-mail: mmf_unifei@yahoo.com.br.

³Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI. E-mail: mirandaprod@yahoo.com.br.

RESUMO

Uma das formas de se alcançar as características de competitividade ou fatores críticos e, atender as necessidades e expectativas dos consumidores é por meio da aplicação das técnicas de projeto e análise de experimentos e metodologia de superfície de resposta, uma vez que o uso em conjunto destas técnicas, possibilita a determinação dos melhores ajustes para obtenção do resultado desejado. Nesse sentido, este trabalho tem por objetivo aplicar estas técnicas, para otimização dos parâmetros envolvidos em um processo de soldagem a ponto por resistência. Como parte deste objetivo, desenvolve-se uma aplicação com a técnica de planejamento fatorial completo, com intuito de descobrir quais parâmetros envolvidos no processo em questão (corrente, força, tempo de solda e tempo de pré-solda), realmente promovem efeito significativo na resposta (resistência à tração). Com a realização dos experimentos e análise dos dados gerados pelo *software* MINITAB, verifica-se que são significativos somente os parâmetros corrente e força. A partir de então, utiliza-se a técnica do planejamento composto central, em seguida determina-se o ponto estacionário e, por fim, faz-se a análise dos autovalores da matriz Hessiana para determinação dos valores de corrente e força que promovem o melhor desempenho quanto à resistência à tração.

Palavras-chave: projeto e análise de experimentos; metodologia de superfície de resposta; otimização; processo de soldagem a ponto por resistência.

ABSTRACT

One way to achieve the competitive characteristics or critical factors and meet the needs and expectations of consumers is through the application of design techniques and analysis of experiments and response surface methodology, since the combined use of these techniques, enables the determination of optimal settings for obtaining the desired result. In this sense this paper aims to apply these techniques to optimization of the parameters involved in a resistance spot welding process. As part of this goal, an application is developed with the technique of full factorial design, in order to discover which parameters involved in the process in question (power, strength, weld time and pre weld time), actually promote significant effect on response (tensile strength). With the experiments and analyzing the data generated by the software MINITAB, it appears that only the current and strength parameters are significant. Thereafter, the technique of central composite design is used, the stationary point is determined and finally the analysis of eigenvalues of the Hessian matrix is conducted to determine the current and strength values that promote better performance in terms of tensile strength.

Keywords: design and analysis of experiments, response surface methodology, optimization, resistance spot welding process.

1 – INTRODUÇÃO

O processo de soldagem a ponto por resistência é um moderno método de soldagem, comumente utilizado na indústria automobilística (OZSARAC, 2012). O mesmo apresenta excelentes benefícios técnico-econômicos, tais como, baixo custo, alta velocidade e adequação para automação, a qual é uma escolha atrativa para a montagem automática de partes, como de um automóvel, cabines de caminhões e veículos ferroviários (PATEL e PATEL, 2012).

Vários setores industriais, com destaque para a indústria automotiva e aeroespacial, utilizam para a união de peças metálicas o processo de soldagem a ponto por resistência. Atualmente, verifica-se um grande interesse da utilização deste processo na fabricação de componentes eletrônicos, porém, devido a pequena espessura dos

componentes sua aplicação é comumente denominada de pequena escala (Wu *et al.*, 2008). O termo pequena escala é utilizado para soldagem de chapas de pequena espessura (menor que 0,5 mm), as quais geram pequenas lentilhas de solda (MACIEL JUNIOR, 2011).

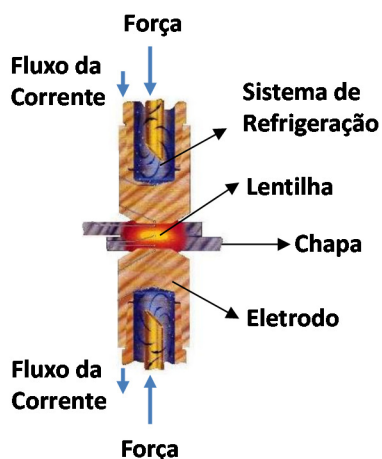
O processo de soldagem a ponto por resistência ocorre quando há a junção de duas peças metálicas e se aplica uma corrente elétrica por meio de eletrodos, com objetivo de gerar calor suficiente no ponto de pressão dos eletrodos, para que o material metálico atinja seu ponto de fusão. Neste momento, a lentilha de solda começa a se formar e, quando a corrente é cortada, a mesma se solidifica fazendo com que as peças permaneçam unidas. Este processo pode ser visualizado na Figura 1.

Atualmente, a procura pela redução de custos e a melhoria da qualidade se tornaram elementos essenciais para manter as empresas em um mercado altamente

competitivo. No que se refere ao processo de soldagem a ponto por resistência, tais elementos podem ser alcançados por meio do estudo da influência dos parâmetros de processo na resposta (Molenda *et al.*, 2010).

Nascimento (2008) destaca os seguintes parâmetros de regulagem para este processo de soldagem: intensidade de corrente, tempo de soldagem e força entre os eletrodos. Além disto, existem variáveis de extrema importância para o desempenho do processo, tais como: refrigeração, material e forma dos eletrodos, espessura e material das chapas, dentre outros.

Figura 1 – Princípio de funcionamento do processo de solda por resistência a ponto



Fonte: Adaptado de Stocco (2010).

Autores como Yi *et al.* (2009) acreditam que para obtenção de soldas dentro das especificações seja necessário manter o equilíbrio entre os parâmetros tempo, pressão e aquecimento. Aslanlar *et al.* (2008) defendem a importância de se considerar fatores como intensidade e duração da corrente elétrica, geometria e materiais das peças e dos eletrodos, condições das superfícies e alinhamento das peças para determinação do ponto ótimo. Colombari (2004) afirma que a operação de soldagem por resistência, envolve a aplicação coordenada de corrente elétrica e pressão, de magnitudes e durações apropriadas. Já Goodarzi *et al.* (2009) acreditam ser necessário o ajuste correto dos parâmetros, para que soldas de boa qualidade e grande resistência mecânica possam ser produzidas.

Para o processo de soldagem por resistência de pequena escala deve-se ter um maior cuidado para determinação de seus parâmetros (MACIEL FILHO, 2011). Segundo Chang e Zhou (2003), devido a algumas diferenças, a prática da redução de escala dos parâmetros de processo aplicada nas soldagens de grandes dimensões, não pode ser aplicada para as de pequena, exigindo, portanto, estudos mais detalhados para um melhor entendimento.

Nesse sentido, uma alternativa que vem sendo utilizada por vários autores para investigação da influência dos parâmetros do processo de soldagem na resposta é a aplicação das técnicas de projeto e análise de experimentos (DOE).

O DOE (do língua inglesa: *Design of Experiments*) é uma poderosa ferramenta aplicada na investigação dos

efeitos causados pelos parâmetros de processo, os quais afetam significativamente a(s) resposta(s) de processos/produção (ANTONY e ROWLANDS, 2003). Esta ferramenta quando combinada com a metodologia de superfície de resposta (MSR ou RSM – *Response Surface Methodology*) possibilita determinar o ponto ótimo do processo em estudo, ou seja, quais devem ser os ajustes dos parâmetros de processo para se obter a melhor resposta.

Com a aplicação do DOE é possível reduzir o número de testes necessários para identificar quais parâmetros produzem efeitos significativos nas respostas (Dowlatshahi, 2004). Ainda, segundo o mesmo autor, o DOE possibilita o estudo e análise de um grande número de variáveis tão facilmente e economicamente, quanto se apenas uma única variável fosse estudada e analisada.

Para Montgomery e Runger (2009), a MSR é um conjunto de técnicas matemáticas e estatísticas, as quais são úteis quando se deseja modelar e analisar uma determinada resposta influenciada por várias variáveis e, ainda quando o objetivo seja otimizá-la.

Em se tratando da possibilidade de modelar matematicamente respostas e/ou auxiliar na determinação das condições ótimas de parâmetros em processos de soldagem, o uso conjunto do DOE e MSR tem se mostrado bastante eficiente, como pode ser verificado em vários trabalhos, tais como: Amaral (2011), Colombari (2004), Gomes (2010), Gunaraj e Murugan (2000), Maciel Junior (2011), Ribeiro (2002), dentre outros.

Desta forma, o presente trabalho apresenta uma aplicação em conjunto das técnicas de projeto e análise de experimentos e metodologia de superfície de resposta, com intuito de investigar os parâmetros influentes em um processo de junção de cabos multifilares a terminais metálicos para aplicações no setor automotivo. O processo de conexão é realizado por meio de soldagem a ponto por resistência, em uma empresa produtora de componentes automotivos.

Com a aplicação em conjunto das técnicas citadas anteriormente, pretende-se determinar os parâmetros mais influentes na resistência à tração do processo e, ainda otimizá-los para se obter um maior desempenho.

De modo a cumprir com os objetivos propostos, este artigo encontra-se dividido em quatro seções. A primeira apresenta os objetivos do trabalho. A segunda seção apresenta o método de pesquisa. A terceira seção faz a aplicação do método visando à otimização do processo de soldagem. Já a última seção apresenta as conclusões do trabalho.

2 – MÉTODO DE PESQUISA

Este trabalho utilizou como método de pesquisa, a experimentação, a qual se caracteriza por realizar mudanças nas variáveis relacionadas com o objeto de estudo (BERVIAN, CERVO e SILVA, 2007).

Para melhor compreensão e didática, o método experimental foi dividido em duas fases.

1ª Fase – Planejamento Fatorial Completo: utilizado para determinação dos parâmetros significativos (Figura 2).

2ª Fase – Planejamento Composto Central: utilizado para otimização dos parâmetros significativos (Figura 3).

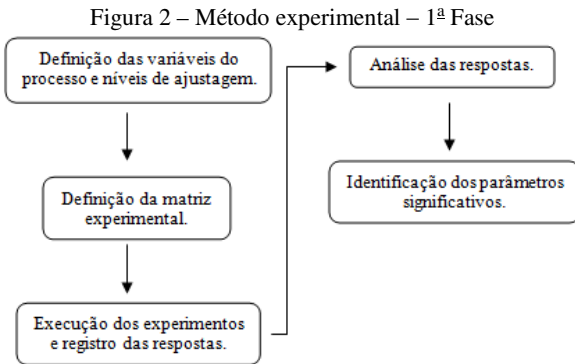
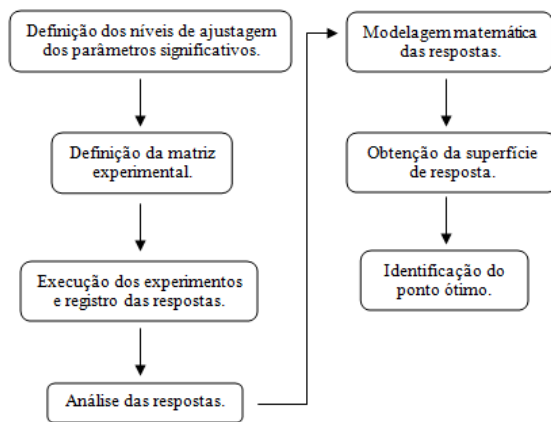


Figura 3 – Método experimental – 2ª Fase



3 – PESQUISA EXPERIMENTAL

Nesta pesquisa foram feitos dois experimentos.

3.1 Primeiro experimento

Para cada experimento foram feitos um planejamento fatorial, definição de variáveis, seleção da matriz experimental e análise dos dados.

3.1.1 Planejamento fatorial completo (2^k)

A técnica de planejamento fatorial completo (2^k) consiste em um experimento com *k* fatores, sendo cada um deles composto por dois níveis. Neste tipo de experimento são realizados testes com todas as possíveis combinações dos níveis dos fatores. Após a realização dos testes são identificados os efeitos principais e de interação dos fatores, sendo deste modo possível determinar as melhores condições experimentais do produto ou processo de fabricação (COLOMBARI, 2004).

É representado pela Equação 1 o modelo estatístico de um experimento fatorial 2², o qual pode ser utilizado como exemplo, para execução de experimentos com quantos fatores forem desejados. Cabe destacar, que com um número elevado de fatores, a utilização do fatorial completo torna-se, muitas vezes inviável, devido ao elevado número

de experimentos necessários a sua realização (MONTGOMERY, 2005).

$$y = k + k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_1x_2 \quad (1)$$

Em que:

k é a constante;

*k*₁ é o coeficiente do fator de controle *x*₁;

*x*₁ é o primeiro fator de controle;

*k*₂ é o coeficiente do fator de controle *x*₂;

*x*₂ é o segundo fator de controle;

*k*₃ é o coeficiente da interação entre os fatores *x*₁*x*₂;

*x*₁*x*₂ é a interação entre o primeiro e o segundo fator de controle.

3.1.2 Definição das variáveis do processo

Com base na literatura referente a processos de soldagem a ponto por resistência foi possível levantar as variáveis de entrada (parâmetros ou fatores) que mais impactavam na resposta do processo, sendo elas especificadas na sequência.

- Corrente elétrica [kA] – Para Maciel Junior (2011), a intensidade dessa corrente é o valor que irá passar pelo conjunto de soldagem, sendo responsável pelo aquecimento da área soldada. Para Amaral (2011), quando a temperatura atinge certo nível, ocorre a fusão das chapas entre os eletrodos. Ainda para o autor existem limites inferiores e superiores que devem ser respeitados para o valor da corrente. Segundo Santos (2006), caso a corrente seja menor que seu limite inferior, a fusão poderá não ocorrer ou o diâmetro do ponto não irá atingir o tamanho necessário para garantir uma solda de qualidade. Caso o limite superior seja ultrapassado, ocorrerá expulsão de material e deformação plástica na seção sob a ação dos eletrodos, resultando em respingos e formação de soldas fracas. Para Marques, Modenesi e Bracarense (2009), a resistência mecânica máxima na junta soldada ocorre para valores de corrente abaixo do limite superior.

- Força [kgf] – Exercida pelos eletrodos nas peças a serem soldadas (MACIEL JUNIOR, 2011). A quantidade de força aplicada é determinante para a qualidade da solda, influenciando na formação da resistência elétrica de contato entre as chapas, relacionada diretamente com a quantidade de calor gerada na zona de formação do ponto (Santos, 2006). Para Amaral (2011), quanto maior a força aplicada, melhor o contato gerado, e menor a resistência entre as chapas. Assim, uma força muito grande pode retardar o processo de fusão, enquanto uma força muito pequena pode causar flutuações na resistência de contato, levando a alterações na qualidade dos pontos de solda ou até mesmo na abertura do arco elétrico entre as peças.

- Tempo de solda [ms] – É o tempo em que a corrente passa pelo material por meio dos eletrodos, gerando calor, principalmente na interface das chapas (ANTONY e ROWLANDS, 2003). Para Stocco (2010), quanto maior for o tempo de soldagem, maiores serão as perdas de calor, reduzindo o rendimento térmico do processo, além de aumentar as distorções do componente soldado. Dessa forma, para o autor, visa-se definir o menor tempo de solda possível. No entanto, para Aures (2006), se o tempo de solda

é muito pequeno, a corrente elétrica aplicada deverá ser muito alta, de modo a permitir atingir o calor necessário para fundir o material.

- Tempo de pré-solda [ms] – É o tempo entre a aplicação da força e o momento em que a corrente é acionada (ANTONY e ROWLANDS, 2003). Para Aslanlar *et al.* (2008) e Maciel Filho (2011) é importante que exista um tempo de espera antes do início da passagem da corrente elétrica, para que os eletrodos possam atingir a força desejada.

A variável de saída escolhida foi a resistência máxima à ruptura no teste destrutivo de tração da solda. Segundo Yi *et al.* (2009), os valores de força máxima de ruptura são um importante índice de avaliação da qualidade do processo de soldagem, sendo este tipo de avaliação comumente utilizado.

O experimento utilizado foi um fatorial completo (2^k), a variável de saída foi medida em Newtons [N] e os níveis de ajustagem das variáveis de entrada (+1, -1) são especificados na Tabela 1.

Tabela 1 – Níveis de ajustagem das variáveis de entrada

Fatores de controle	(-1)	(+1)
Corrente [kA]	0,8	1,2
Força [kgf]	8	11
Tempo de Solda [ms]	20	25
Tempo de Pré Solda [ms]	200	250

3.1.3 Seleção da matriz experimental e realização dos experimentos

Como mencionado, o experimento realizado foi um fatorial completo, houve uma réplica e os testes foram aleatórios. Na Equação 2 é mostrado o cálculo realizado para determinar o número de testes exigidos pela técnica do fatorial completo.

$$2^k = 2^4 = 16 + replica = 32 testes \quad (2)$$

Nas Tabelas 2a e 2b são apresentadas matrizes experimentais geradas pelo *software* MINITAB.

Tabela 2-a – Matriz experimental

Teste	Corrente [kA]	Força [kgf]	Tempo de Solda [ms]	Tempo de Pré Solda [ms]	Resistência à Tração [N]
1	0,8	8	20	200	61
2	1,2	11	25	200	73
3	1,2	11	20	250	75
4	1,2	8	20	200	77
5	1,2	8	20	250	70
6	0,8	11	25	200	72
7	0,8	11	20	250	75
8	1,2	8	25	200	73
9	0,8	11	25	250	76
10	0,8	11	20	250	78
11	0,8	8	25	200	60
12	0,8	11	20	200	77
13	1,2	8	25	250	74
14	0,8	8	25	200	58

Tabela 2-b – Matriz experimental (continuação)

Teste	Corrente [kA]	Força [kgf]	Tempo de Solda [ms]	Tempo de Pré Solda [ms]	Resistência à Tração [N]
15	0,8	8	20	250	61
16	1,2	11	20	250	74
17	0,8	11	25	200	64
18	1,2	11	25	250	72
19	0,8	8	25	250	59
20	0,8	8	25	250	60
21	1,2	11	20	200	75
22	1,2	8	25	200	64
23	0,8	8	20	250	60
24	0,8	11	25	250	74
25	1,2	11	25	200	70
26	0,8	8	20	200	59
27	0,8	11	20	200	73
28	1,2	8	20	250	76
29	1,2	11	20	200	71
30	1,2	11	25	250	78
31	1,2	8	25	250	72
32	1,2	8	20	200	70

Segundo Antony e Rowlands (2003), a matriz experimental mostra todas as possíveis combinações dos parâmetros de processo e seus respectivos níveis.

Após a realização dos experimentos os valores obtidos para a resistência à tração, em cada teste, foram alocados na matriz experimental.

3.1.4 Análise dos dados

Com base na Figura 4 foram realizadas as primeiras análises.

Para este experimento o valor do nível de significância adotado foi de $\alpha = 0,05$, logo o intervalo de confiança foi de 0,95. As hipóteses formuladas foram as seguintes:

(H_0) → Os fatores não produzem efeitos significativos na resistência à tração;

(H_1) → Os fatores produzem efeitos significativos na resistência à tração.

Então:

Se o *valor* $p < 0,05$, rejeita-se H_0 ;

Se o *valor* $p > 0,05$, aceita-se H_0 .

Com base nas hipóteses formuladas e nos *valores* p apresentados na Figura 4 pode-se concluir, que somente os fatores corrente e força e a interação destes produzem efeitos significativos na resistência à tração.

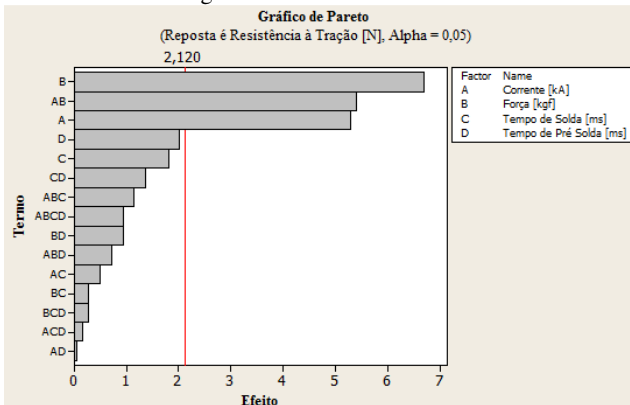
Figura 4 – Resultados da ANOVA gerados pelo MINITAB

Termo	Efeito	Coef	P
Constant		69,719	0,000
Corrente [kA]	6,062	3,031	0,000
Força [kgf]	7,687	3,844	0,000
Tempo de Solda [ms]	-2,063	-1,031	0,090
Tempo de Pré Solda [ms]	2,313	1,156	0,060
Corrente [kA]*Força [kgf]	-6,188	-3,094	0,000
Corrente [kA]*Tempo de Solda [ms]	0,563	0,281	0,630
Corrente [kA]*Tempo de Pré Solda [ms]	-0,062	-0,031	0,957
Força [kgf]*Tempo de Solda [ms]	-0,313	-0,156	0,788
Força [kgf]*Tempo de Pré Solda [ms]	1,063	0,531	0,367
Tempo de Solda [ms]*Tempo de Pré Solda [ms]	1,562	0,781	0,191
Corrente [kA]*Força [kgf]*Tempo de Solda [ms]	1,312	0,656	0,268
Corrente [kA]*Força [kgf]*Tempo de Pré Solda [ms]	-0,813	-0,406	0,488
Corrente [kA]*Tempo de Solda [ms]*Tempo de Pré Solda [ms]	0,187	0,094	0,872
Força [kgf]*Tempo de Solda [ms]*Tempo de Pré Solda [ms]	0,312	0,156	0,788
Corrente [kA]*Força [kgf]*Tempo de Solda [ms]*Tempo de Pré Solda [ms]	-1,063	-0,531	0,367

S = 3,23554 R-Sq = 87,85% R-Sq(adj) = 76,46%

Esta análise pode ser confirmada por meio do gráfico de Pareto, o qual é especificado na Figura 5.

Figura 5 – Gráfico de Pareto



De acordo com a Equação 1 o modelo estatístico do experimento fatorial completo realizado é dado por (Equação 3):

$$y = 69,719 + 3,031A + 3,844B - 3,094AB \quad (3)$$

Em que:

- y = variável de resposta resistência à tração;
- A = fator corrente;
- B = fator força;
- AB = interação dos fatores corrente e força.

Para uma última análise da Figura 4 faz-se necessário alguns conceitos acerca das variáveis S e R - Sq(adj):

- Erro aleatório (S): demonstra a variabilidade média sobre a linha de regressão. Quanto mais baixo o seu valor, mais adequado é o modelo matemático obtido para a variável de saída;

- R-quadrado ajustado (R - Sq(adj)): demonstra se os dados de regressão podem ser utilizados, sendo estes somente utilizados quando o valor do R - Sq(adj) é maior que 70%. Em outras palavras pode-se dizer que o R - Sq(adj) mede o quão bom é o modelo matemático.

- Com base nos conceitos acima e nos valores obtidos para o S e R - Sq(adj), os quais são respectivamente 3,23554 e 76,46%, verifica-se que o modelo matemático obtido por meio do experimento fatorial completo é válido, porém pode ser melhorado.

Após esta etapa foi realizada a análise dos resíduos. Para Montgomery e Runger (2009), os resíduos de um modelo de regressão são dados pela Equação 4.

$$e_i = y_i - y'_i \quad (4)$$

Em que:

i = 1, 2, ..., n;

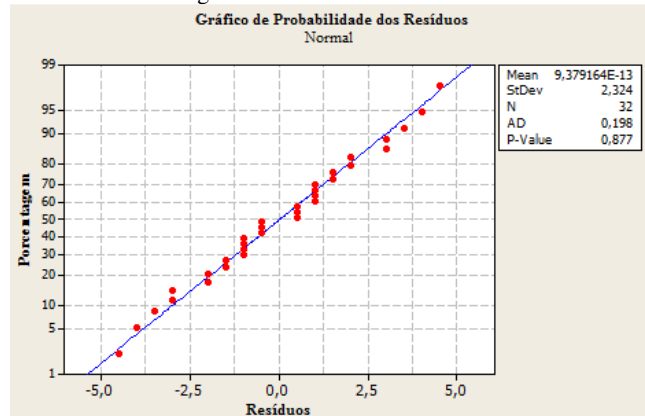
y_i é uma observação real;

y'_i é o valor ajustado correspondente, proveniente do modelo de regressão.

A análise dos resíduos é frequentemente útil na verificação da suposição de que os erros sejam distribuídos de forma aproximadamente normal e com variância constante.

Para verificação aproximada da normalidade, foi gerado no MINITAB um gráfico de probabilidade normal dos resíduos (Figura 6).

Figura 6 – Análise de resíduos



Para que os resíduos sejam normais, tem-se que realizar as seguintes análises, as quais são requeridas pelo teste de Anderson-Darling e são conhecidas como Teste de Aderência.

1ª Análise – Teste de Hipóteses

(H₀) → Os resíduos seguem uma distribuição normal;

(H₁) → Os resíduos não seguem uma distribuição normal.

Então:

Se o valor p < 0,05, rejeita-se H₀;

Se o valor p > 0,05, aceita-se H₀.

2ª Análise – Coeficiente de *Anderson-Darling*

O coeficiente de *Anderson-Darling* (*AD*) tem que ser menor que um.

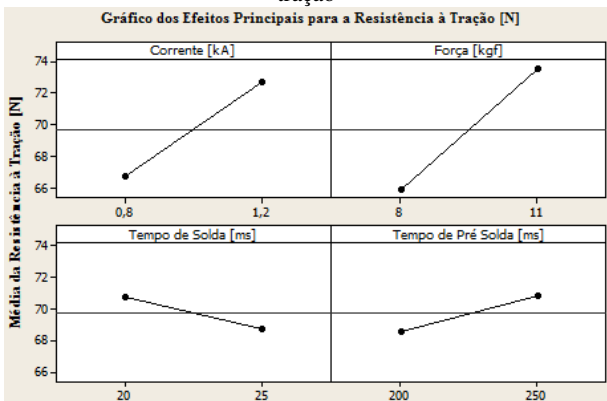
Com base nestas análises, conclui-se que os resíduos seguem uma distribuição normal, já que apresentam coeficientes de *Anderson-Darling* (*AD*) < 1 e valor *p* > 0,05.

O gráfico dos efeitos principais para a resistência à tração apresentado na Figura 7 demonstra a variação média na resistência à tração em função da mudança no nível (-1, +1) de um fator, mantendo-se os outros fatores constantes.

A análise deste gráfico é feita com base na variação que a mudança do nível proporciona na resposta, assim quanto maior a variação proporcionada na mesma mais significativo é o fator em questão.

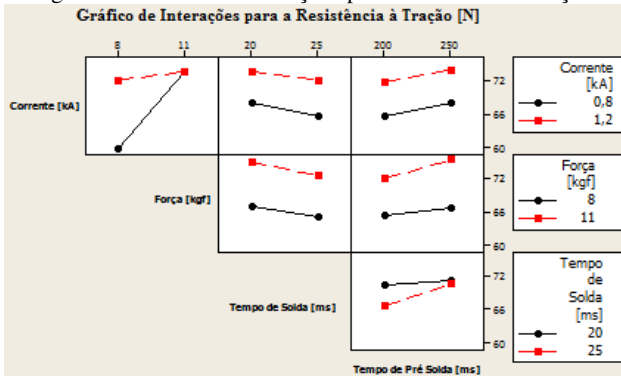
De acordo com a afirmação acima e com os gráficos ilustrados abaixo (Figura 7), confirma-se mais uma vez que os fatores significativos são a corrente e a força, já que ao variar seus níveis obtém-se uma grande variação no valor da resistência à tração. Ainda, é possível observar na Figura 7, que os níveis máximos (+1) dos fatores corrente e força produzem um valor maior de resistência à tração.

Figura 7 – Gráfico de efeitos principais para a resistência à tração



Duas interações (corrente e força / tempo de solda e tempo de pré solda) podem ser visualizadas na Figura 8, porém deve-se observar que a única interação significativa é a *AB* (corrente e força), pois somente esta possui o *valor p* menor que o nível de significância de acordo com a ANOVA (Figura 4).

Figura 8 – Gráfico de interações para a resistência à tração



3.2 Segundo experimento

Foram feitos os mesmos procedimentos feitos ao primeiro experimento.

3.2.1 Planejamento composto central

O planejamento composto central (CCD – do inglês *Central Composite Design*) é uma técnica bastante utilizada para o ajuste de modelos de superfície de resposta de segunda ordem, sendo o mesmo representado pelo polinômio da Equação 5.

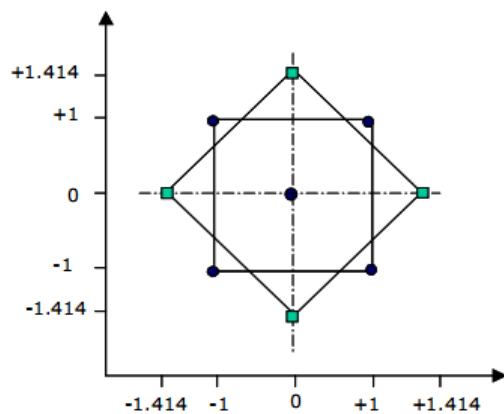
$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \sum_j \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (5)$$

Este planejamento consiste de um fatorial completo (2^k) ou fatorial fracionado (2^{k-p}) mais $2k$ pontos axiais e n_c pontos centrais (Box e Hunter, 1957, *apud* Galdámez, 2002). Os $2k$ pontos axiais, são localizados em $(\pm\alpha_1, 0, 0, \dots, 0)$, $(0, \pm\alpha_1, 0, \dots, 0)$, $(0, 0, \pm\alpha_1, \dots, 0)$, ..., $(0, 0, 0, \dots, \pm\alpha_1)$, sendo α_1 determinado pela Equação 6.

$$\alpha = (2^k)^{1/4} \quad (6)$$

O ponto axial é utilizado no planejamento para garantir que o experimento seja rotacionável, assim de acordo com Box e Draper (1987) e Montgomery (2005), é possível estimar os coeficientes da superfície em todas as direções existentes. Como exemplo, pode-se citar um planejamento composto central com dois fatores, conforme é visualizado na Figura 9, sendo que o quadrado com círculos sólidos nas arestas representa o fatorial 2^2 , o círculo no centro representa o ponto central e o losango com quadrados nas arestas representa os pontos axiais (GALDÁMEZ, 2002).

Figura 9 – Representação gráfica do planejamento composto central



Fonte: Galdámez (2002).

3.2.2 Definição das variáveis do processo

Considerando-se as informações obtidas nas análises realizadas para o experimento fatorial 2^4 , pôde-se realizar um novo experimento, porém a técnica de planejamento

utilizada desta vez foi o composto central. Para este experimento utilizou-se somente os fatores significativos, sendo seus níveis distintos daqueles utilizados no experimento anterior (Tabela 3).

Tabela 3 – Variáveis de entrada

Fatores de controle	(-1)	(+1)
Corrente [kA]	0,8	1,6
Força [kgf]	6	14

Os valores de corrente foram alterados buscando uma região de investigação acima do limite máximo utilizado no experimento anterior, uma vez que para valores abaixo de 0,8 [kA] a solda se mostra bastante fraca, prejudicando assim o desempenho do produto quanto à resistência à tração.

Quanto à força, verificou-se a necessidade de explorar não somente uma região acima do limite superior, mas também abaixo do limite inferior. Uma vez que com uma força menor, a probabilidade de danificar os filamentos é menor e, portanto, pode representar aumento da resistência à tração do produto como um todo.

Com a utilização do *software* MINITAB obteve-se a matriz experimental para o planejamento composto central. Após a realização dos experimentos foram obtidos os novos valores para a resistência à tração (Tabela 4).

Tabela 4 – Matriz experimental para o planejamento composto central

Teste	PtType	Corrente [kA]	Força [kgf]	Resistência à Tração [N]
1	-1	1,2	15,66	65
2	-1	0,63	10	61
3	1	1,6	14	62
4	-1	1,76	10	58
5	1	0,8	14	57
6	0	1,2	10	78
7	0	1,2	10	79
8	1	1,6	6	58
9	1	0,8	6	59
10	0	1,2	10	81
11	0	1,2	10	80
12	-1	1,2	4,34	62
13	0	1,2	10	81

Há nesta matriz uma coluna (*ptType*) distinta das existentes na matriz gerada pelo planejamento fatorial completo (Tabelas 2-a e 2-b), sendo ela responsável pela identificação dos pontos centrais, dos pontos do fatorial completo e dos pontos axiais. Os pontos centrais correspondem aqueles que se encontram na linha de número zero desta coluna, os pontos do fatorial 2² são os quais se encontram na linha de número 1 e, por fim, os pontos axiais são os que se encontram na linha de número -1.

Com base na Figura 10 foram realizadas as primeiras análises para o planejamento composto central.

Figura 10 – Resultados da ANOVA gerados pelo MINITAB

Termo	Coef	P
Constant	-62,629	0,001
Corrente [kA]	152,174	0,000
Força [kgf]	10,039	0,000
Corrente [kA]*Corrente [kA]	-67,344	0,000
Força [kgf]*Força [kgf]	-0,548	0,000
Corrente [kA]*Força [kgf]	0,938	0,180

$$S = 2,015 \quad R-Sq = 97,7\% \quad R-Sq(adj) = 96,1\%$$

Para estes novos experimentos, também se fez a inferência estatística realizada no planejamento fatorial completo e, ainda, foram mantidos os mesmos valores para o nível de significância e intervalo de confiança – 0,05 e 0,95 respectivamente. De tal modo, observa-se que os fatores, corrente e força se mantiveram significativos, porém a interação entre corrente e força deixou de existir. Desta forma, uma nova análise foi conduzida, retirando-se a interação entre corrente e força. Os novos resultados são apresentados na Figura 11.

Figura 11 – Resultados da ANOVA sem a interação entre corrente e força

Termo	Coef	P
Constante	-73,879	0,000
Corrente [kA]	161,549	0,000
Força [kgf]	11,164	0,000
Corrente [kA]*Corrente [kA]	-67,344	0,000
Força [kgf]*Força [kgf]	-0,548	0,000

$$S = 2,16279 \quad R-Sq = 96,97\% \quad R-Sq(adj) = 95,45\%$$

Como o planejamento composto central é utilizado para ajustar um modelo de segunda ordem, há nestes experimentos os fatores corrente ao quadrado (A^2) e força ao quadrado (B^2), sendo ambos significativos.

É representado pela Equação 7 o modelo matemático obtido por meio do planejamento composto central.

$$y = -73,879 + 161,549A + 11,164B - 67,344A^2 - 0,548B^2 \quad (7)$$

Com base nos valores obtidos para o *S* e *R – Sq(adj)*, sendo eles 2,163 e 95,45% respectivamente, verifica-se que a equação foi melhorada quando comparada ao modelo expresso na Equação 3 representando melhor a variação da resistência à tração em função dos fatores corrente e força.

São representados pelas Figuras 12 e 13 os gráficos da superfície de resposta plotados pelo *software* MINITAB.

Com base na Figura 12 pode-se levantar a hipótese de que haja na superfície de resposta um ponto de máximo, porém esta hipótese somente será confirmada, mediante a realização das análises descritas a seguir.

Figura 12 – Superfície de resposta

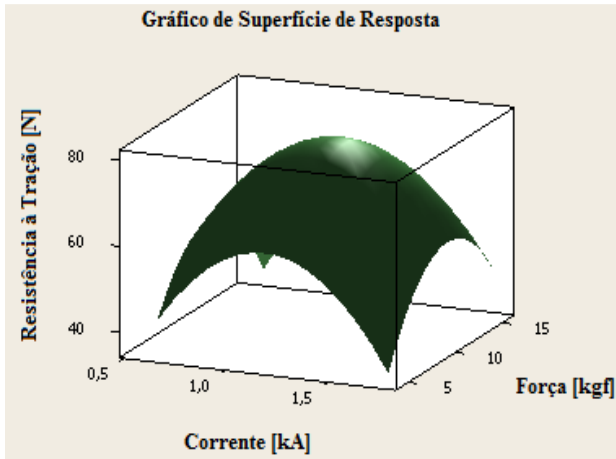
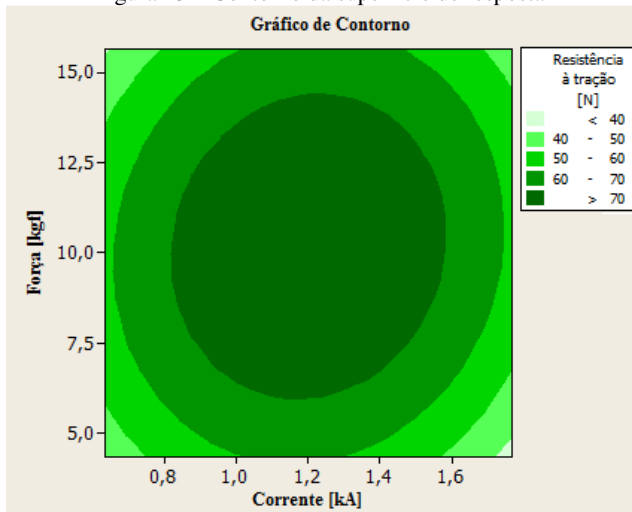


Figura 13 – Contorno da superfície de resposta



1ª Análise – Determinação do ponto estacionário

Se uma função possui ponto de máximo ou de mínimo sua derivada primeira é nula. Para o caso, desta função ser composta por mais de uma variável, as derivadas parciais em relação a cada variável também é nula. Este ponto (máximo ou mínimo) é denominado Ponto Estacionário. Em notação matemática, pode-se escrever como expresso pela Equação 8:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{\partial y}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial y}{\partial x_k} = 0 \quad (8)$$

Resolvendo as derivadas parciais da Equação 7 obtém-se o seguinte ponto estacionário.

$$\frac{\partial y}{\partial x_A} = 161,549 - 134,688A = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_B} = 11,164 - 1,096B = 0 \quad (10)$$

Logo:

$$A \cong 1,2 \text{ [kA]}$$

$$B \cong 10,2 \text{ [kgf]}$$

Observa-se que o ponto encontrado ($A \cong 1,2$; $B \cong 10,2$) satisfaz os limites estabelecidos pelos níveis mínimos e máximos das variáveis de entrada, ou seja, $0,8 \leq A \leq 1,6$ e $6 \leq B \leq 14$.

2ª Análise – Determinação da matriz Hessiana

Para comprovação de que o ponto estacionário seja o ponto de ótimo global é preciso obter a matriz Hessiana $[H]$ e posteriormente realizar a análise de seus autovalores.

A matriz Hessiana é dada pela Equação 11.

$$H(y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

A matriz Hessiana (Equação 16) foi obtida por meio das Equações 12, 13, 14 e 15.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_A^2} = -134,688 \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_B^2} = -1,096 \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_A \partial x_B} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_B \partial x_A} = 0 \quad (15)$$

$$H(y) = \begin{pmatrix} -134,688 & 0 \\ 0 & -1,096 \end{pmatrix} \quad (16)$$

3ª Análise – Determinação dos autovalores

Depois de determinada a matriz Hessiana é necessário realizar a análise de seus autovalores, sendo esta efetuada de acordo com a Tabela 5. Os autovalores de uma matriz Hessiana são obtidos por meio da Equação 17.

$$\det(H - \lambda \times I) = 0 \quad (17)$$

Tabela 5 – Autovalores de uma matriz Hessiana

Autovalores	Resultado do Teste
Todos positivos	Ponto de mínimo global
Todos negativos	Ponto de máximo global
$\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$	Ponto de sela

Fonte: Rao (2009).

Os autovalores (λ_1 e λ_2) foram obtidos por meio das Equações 18, 19, 20 e 21.

$$\det \left\{ \begin{pmatrix} -134,688 & 0 \\ 0 & -1,096 \end{pmatrix} - \left[\lambda \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \right\} = 0 \quad (18)$$

$$\det \left[\begin{pmatrix} -134,688 - \lambda & 0 \\ 0 & -1,096 - \lambda \end{pmatrix} \right] = 0 \quad (19)$$

$$(-134,688 - \lambda) \times (-1,096 - \lambda) = 0 \quad (20)$$

$$\lambda^2 + 135,784\lambda + 147,618 = 0 \quad (21)$$

Logo:

$$\lambda_1 = -1,096$$

$$\lambda_2 = -134,688$$

4ª Análise – Resultado do teste

Como ambos autovalores da matriz Hessiana são negativos, conclui-se que o ponto estacionário ($A \cong 1,2$; $B \cong 10,2$) é o ponto de máximo global, ou seja, para uma corrente de 1,2 kA e uma força de 10,2 kgf tem-se um melhor desempenho do produto quanto à resistência à tração, que é de aproximadamente 80 N.

CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi aplicar as técnicas de projeto e análise de experimentos e metodologia de superfície de resposta em um processo de soldagem a ponto por resistência. Como parte deste objetivo, foram realizados experimentos com as técnicas de planejamento fatorial completo e planejamento composto central para determinação dos melhores valores de ajuste dos parâmetros envolvidos em tal processo.

Com o planejamento fatorial completo foi possível determinar dentre quatro parâmetros de soldagem, considerados os mais importantes para o processo em questão (corrente [kA], força [kgf], tempo de solda [ms] e tempo de pré-solda [ms]), quais realmente causavam efeitos significativos na resistência à tração.

Com auxílio do *software* MINITAB foi possível verificar que os parâmetros significativos eram somente a corrente e a força. Essa verificação se deu por meio da análise dos resultados da ANOVA, teste de hipóteses, análise dos valores obtidos para o erro aleatório (S) e R-

quadrado ajustado ($R - Sq(adj)$), análise dos resíduos e, por fim, pelos gráficos de Pareto, efeitos principais e de interações.

Os resultados alcançados se mostraram coerentes com os trabalhos presentes na literatura. Com o aumento da corrente elétrica e da força, verificou-se uma maior resistência a tração, enquanto que, com o aumento do tempo de solda, a resistência a tração tende a diminuir, ainda que esta diminuição seja pouco significativa.

Com base nestes experimentos, partiu-se para o planejamento composto central, que também foi realizado por meio do MINITAB. Após a realização dos novos experimentos fez-se mais uma vez a análise dos resultados da ANOVA, teste de hipóteses e, análise dos valores obtidos para o erro aleatório (S) e R-quadrado ajustado ($R - Sq(adj)$). Com a comprovação da otimização do modelo matemático fornecido pelo planejamento composto central, o próximo passo foi a análise dos gráficos de superfície gerados pelo *software*.

Em um primeiro momento pôde-se verificar por meio do gráfico representado pela Figura 11, a existência de um provável ponto de máximo, porém para tal confirmação fez-se necessário a realização de algumas etapas. A primeira etapa foi encontrar por meio das derivadas parciais de primeira ordem do modelo matemático o ponto estacionário, ou seja, o suposto ponto de máximo. Depois da determinação deste ponto montou-se a matriz Hessiana com intuito de determinar seus autovalores para verificação por meio de seus sinais, se realmente o ponto estacionário se tratava de um ponto de máximo. Como ambos os valores dos autovalores da matriz Hessiana foram negativos, pôde-se concluir que o ponto estacionário ($A \cong 1,2$; $B \cong 10,2$) se tratava realmente de um ponto de máximo global.

Um resultado bastante importante deste trabalho foi demonstrar de forma clara, como a utilização da técnica de projeto e análise de experimentos é bastante eficiente para resolver problemas críticos do produto ou processos de fabricação. Uma vez que, com a utilização desses experimentos (testes), procura-se reduzir o número de produtos com defeitos fabricados e, responder a uma série de questões relacionadas aos níveis e parâmetros que influenciam o desempenho do produto final. Além de que, quando combinada com a técnica da metodologia de superfície de resposta, é possível determinar qual o ponto ótimo dos processos, ou seja, com quais valores de entrada tem-se o melhor desempenho para a saída.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES, FAPEMIG e CNPq, bem como aos revisores deste trabalho, que contribuíram para seu aperfeiçoamento.

REFERÊNCIAS

AMARAL, F. F. **Monitoramento da Qualidade na Soldagem a Ponto por Resistência Elétrica de Chapas de Aço Galvanizadas Baseado em Análise de Experimentos**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, 2011.

- ANTONY, J.; ROWLANDS, H. Application of design of experiments to a spot welding process. **Assembly Automation**, v. 23, n. 3, p. 273-279, 2003. <https://doi.org/10.1108/01445150310486549>.
- ASLANLAR, S., OĞUR, A., OZSARAC, U., ILHAN, E. Welding time effect on mechanical properties of automotive sheets in electrical resistance spot welding. **Materials and Design**, v. 29, p. 1427-1431, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2007.09.004>.
- AURES, J. E. V. **Estudo da formação, geometria e resistência do ponto na soldagem por resistência: uma abordagem estatística**. Dissertação (Mestrado), Universidade de Brasília, UnB, 2011.
- BERVIAN, P.; CERVO, A.; SILVA, R. **Metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 162 p. 2007.
- BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. **Empirical model-building and response surfaces**. 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1987, 670 p.
- CHANG, B. H.; ZHOU, Y. Numerical study on the effect of electrode force in small-scale resistance spot welding. **Journal of Materials Processing Technology**, n. 139, p. 635-641, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(03\)00613-7](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(03)00613-7).
- COLOMBARI, R. R. **Aplicação de delineamento de experimentos para o processo de solda à projeção**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, 2004.
- DOWLATSHAHI, S. An application of design of experiments for optimization of plastic injection molding processes. **Journal of Manufacturing Technology Management**, v. 15, n. 6, p. 445-454, 2004. <https://doi.org/10.1108/17410380410547852>.
- GALDÁMEZ, E. V. C. **Aplicação das técnicas de planejamento e análise de experimentos na melhoria da qualidade de um processo de fabricação de produtos plásticos**. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, EESC/USP, 2002.
- GOMES, J. H. F. **Análise e otimização da soldagem de revestimento de chapas de aço ABNT 1020 com utilização de arame tubular inoxidável austenítico**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, 2010.
- GOODARZI, M.; MARASHI, S. P. H.; POURANVARI, M. Dependence of overload performance on weld attributes for resistance spot welded galvanized low carbon steel. **Journal of Materials Processing Technology**, p. 4379-4384, v. 209, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2008.11.017>.
- GUNARAJ, V.; MURUGAN, N. Prediction and optimization of weld bead volume for the submerged arc process – Part 1. **Welding Research Supplement**, p. 286-294, 2000.
- MACIEL JUNIOR, H. **Uso do planejamento e análise de experimentos no desenvolvimento de um processo de solda por resistência elétrica de pequena escala**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, 2011.
- MARQUES, P. V.; MODENESI, P. J.; BRACARENSE, A. Q. **Soldagem Fundamentos e Tecnologia**. Belo Horizonte: Ed. UFMG, 2009.
- MOLENDÁ, C. H. A.; PARIS, A. A. F.; LIMBERGER, I. F.; SILVA, R. B.; OLIVEIRA, L. M.; RIGHI, L. A. Simulação numérica do crescimento da lentilha de solda obtida pelo processo de soldagem a ponto por resistência elétrica no Aço Inox AISI 304. **Soldagem & Inspeção**, São Paulo, v.15, n. 4, p. 307-316, 2010. <https://doi.org/10.1590/s0104-92242010000400008>.
- MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 6th ed., New York: Wiley, 2005.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 493 p. 2009.
- NASCIMENTO, V. C. **Seleção de parâmetros de soldagem a ponto por resistência, baseado na medição da resistência elétrica entre chapas**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Uberlândia, UFU, 2008.
- OZSARAC, U. Investigation of mechanical properties of galvanized automotive sheets joined by resistance spot welding. **Journal of Materials Engineering and Performance**, v. 21, p. 748-755, 2012. <https://doi.org/10.1007/s11665-012-0189-0>.
- PATEL, C. R.; PATEL, D. A. Effect of process parameters on the strength of aluminium alloy A5052 sheets joint welded by resistance spot welding with cover plates. **International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)**, v. 2, p. 1081-1087, 2012.
- RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 4th ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009. <https://doi.org/10.1002/9780470549124>.
- RIBEIRO, L. G. **Efeito dos parâmetros de pulso no processo MIG sobre a qualidade e produtividade do cordão de solda**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, 2002.
- SANTOS, F. B. Estudo da Eficiência do Processo de Soldagem de Pontos por Resistência Elétrica utilizado na Indústria Automobilística. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, 2006.
- STOCCO, D. **Caracterização de solda por resistência a ponto através de avaliações não destrutivas**. Dissertação (Mestrado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP, 2010.
- WU, J.; ZHAI, G.; CHEN, Q.; WANG, J.; REN, G. The interfacial structure of plated copper alloy resistance spot welded joint. **Applied Surface Science**, n. 254, p. 7227-7231, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2008.05.292>.
- YI, L.; JINHE, L.; HUIBIN, X.; CHENGZHI, X.; LIN, L. Regression modeling and process analysis of resistance spot welding on galvanized steel sheet. **Materials and Design**, n. 30, p. 2547-2555, 2009.