

## INTERFERÊNCIA DE PARTÍCULAS SÓLIDAS NA TRANSFERÊNCIA DE MASSA AR-ÁGUA EM COLUNA DE AERAÇÃO

*Interference of solid particles in the air-water mass transfer in column of aeration*

Marcio Ricardo Salla<sup>1</sup>, Carlos Eugênio Pereira<sup>2</sup>, Aline Martins Pinheiro<sup>3</sup>, Ariel Ali Bento Magalhães<sup>4</sup>, Paulo Sérgio de Andrade Júnior<sup>5</sup>

Professor do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia  
Avenida João Naves de Ávila, 2121. Santa Mônica, Uberlândia, Minas Gerais  
CEP: 38400-902. Telefone: (34) 3239-4170. Fax: (34) 3239-4159

<sup>1</sup>E-mail: mrsalla@feciv.ufu.br

<sup>2</sup>E-mail: carloseugenio@feciv.ufu.br

Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia  
Avenida João Naves de Ávila, 2121. Santa Mônica, Uberlândia, Minas Gerais  
CEP: 38400-902. Telefone: (34) 3239-4170. Fax: (34) 3239-4159.

<sup>3</sup>E-mail: ampinheiro@feciv.ufu.br

Graduando em Engenharia Civil na Universidade Federal de Uberlândia  
Avenida João Naves de Ávila, 2121. Santa Mônica, Uberlândia, Minas Gerais  
CEP: 38400-902. Telefone: (34) 3239-4170. Fax: (34) 3239-4159

<sup>4</sup>E-mail: arielali@gmail.com

<sup>5</sup>E-mail: andrade.paulo91@gmail.com

### RESUMO

Estudou-se a transferência de massa ar-água em coluna de aeração com taxa de aplicação superficial de 21,5 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h a 86,1 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h. Variou-se o nível líquido de 1,0 m a 3,5 m e a vazão de 500 L/h até 2000 L/h. As configurações estudadas forneceram uma equação potencial em que o coeficiente de transferência de massa global é função da vazão de aeração, cujo intervalo obtido foi de 0,008 s<sup>-1</sup> até 0,042 s<sup>-1</sup>. Com relação à influência da turbidez por meio da utilização de formazina e talco industrial, independente da porcentagem adotada da seção transversal da partícula sólida que fica aderida à área interfacial da bolha, a comparação realizada com e sem adição de composto químico mostrou que, principalmente quando a comparação é realizada com a formazina, não há influência da turbidez devido à enorme mobilidade das bolhas que não possibilitam a adesão das partículas sólidas. O comportamento não-monotônico constatado para os estudos com o talco industrial é que diminuiu consideravelmente sua eficiência de transferência de massa. A metodologia de quantificação de redução da área interfacial de contato aqui proposta possui aceitação em coluna de aeração com reduzida taxa de aplicação superficial vinculada a não ocorrência de coalescência.

**Palavras-chave:** transferência de massa ar-água, coluna de aeração, área interfacial de contato, formazina, talco industrial.

### ABSTRACT

In this paper it was studied the mass transfer air-water in column of aeration with a superficial application rate from 21.5 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h to 86.1 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h. The liquid level varied from 1.0 m to 3.5 m and the flow from 0.5 m<sup>3</sup>/h to 2.0 m<sup>3</sup>/h. The studied configurations provided a potential equation where the overall mass transfer coefficient is a function of the aeration flow, with interval from 0.008 s<sup>-1</sup> to 0.042 s<sup>-1</sup>. Regarding the influence of the turbidity through the use of formazine and industrial powder, independent of the adopted percentage of the transversal section of the solid particle that is adhered to the interfacial area of the bubble, the comparison carried through with and without chemical composition addition showed that, mainly when the comparison is carried through with the formazine, the influence of the turbidity does not exist, due to enormous mobility of the bubbles that do not make possible the adhesion of solid particles. The no-monotonic behavior evidenced for the studies with industrial powder is that it reduced considerably the efficiency of mass transfer. The methodology of quantification of the reduction superficial contact area proposed has acceptance in column of aeration with reduced superficial application rate associated with not occurrence of coalescence.

**Keywords:** mass transfer air-water, column of aeration, contact interfacial area, formazine, industrial powder.

### 1 INTRODUÇÃO

Na natureza, caso não houvesse a interferência humana, apenas a área superficial do curso de água que fica em contato com o ar e os obstáculos naturais, que aumentam

essa área, imporiam as limitações para o desenvolvimento da vida nos diferentes ambientes. Nos tempos atuais, com lançamento desgovernado de efluentes domésticos e industriais nos corpos de água, apenas a autodepuração não tem a capacidade de devolver as características iniciais do

rio. Portanto, é necessário o devido tratamento dos efluentes para evitar a poluição ou até mesmo a “morte” dos cursos de água naturais. O tratamento dos efluentes nada mais é do que uma autodepuração acelerada, com as características hidrodinâmicas e de qualidades dos efluentes controladas (VON SPERLING, 2007).

Nos processos ou etapas de tratamento de esgoto sanitário, a aeração está inserida na etapa do tratamento biológico, uma vez que o oxigênio transferido ao efluente por meio da aeração de bolhas ascensionais é primordial para a sobrevivência de todos os organismos aeróbios que decompõem aerobicamente a matéria orgânica. Em geral, as concentrações de oxigênio e de outros gases em meio líquido depende da pressão parcial do gás no meio externo, da temperatura da água e da quantidade de substâncias dissolvidas (BRAGA *et al.*, 2007).

Há muitas décadas já existia a preocupação de determinar quais os reais aspectos efetivamente presentes na transferência de massa gás-líquido. Em nível mundial destacam-se algumas referências clássicas, que fornecem a base conceitual aos trabalhos atualmente realizados, tais como: Adeney e Becker (1919), Phelps (1944), Krenkel e Orlob (1962), Otake *et al.* (1976), Motarjemi e Jameson (1978), Levec e Pavko (1979), Treybal (1980), Perry e Green (1984), Becker *et al.* (1994), Delnoij *et al.* (1997), Ojeda e Rondón (2000), Dai *et al.* (2004), Liu *et al.* (2004), Kantarci *et al.* (2005), Van Sint *et al.* (2005), Gerlach *et al.* (2007), Colin *et al.* (2008), Dijkhuizen *et al.* (2010), Hassan *et al.* (2010), Dou *et al.* (2012), entre outros. Em nível nacional destacam-se Schulz e Giorgetti (1990), Cunha (1993), Innocentini (1996), Momesso (1995), Salla (2002) e Soares (2007).

Sendo assim, é de extrema importância o conhecimento dos processos de transferência de oxigênio por meio da aeração de bolhas ascensionais de ar, variando o nível líquido na coluna de aeração, a vazão de ar, a temperatura e a turbidez da massa líquida, considerando fluxo descontínuo (em batelada). Neste artigo a utilização de água de abastecimento em substituição ao efluente doméstico é pertinente, visto que o objetivo foi analisar a influência da temperatura, da turbidez e nível líquido no processo de transferência de massa e não analisar a influência de parâmetros químicos e biológicos.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

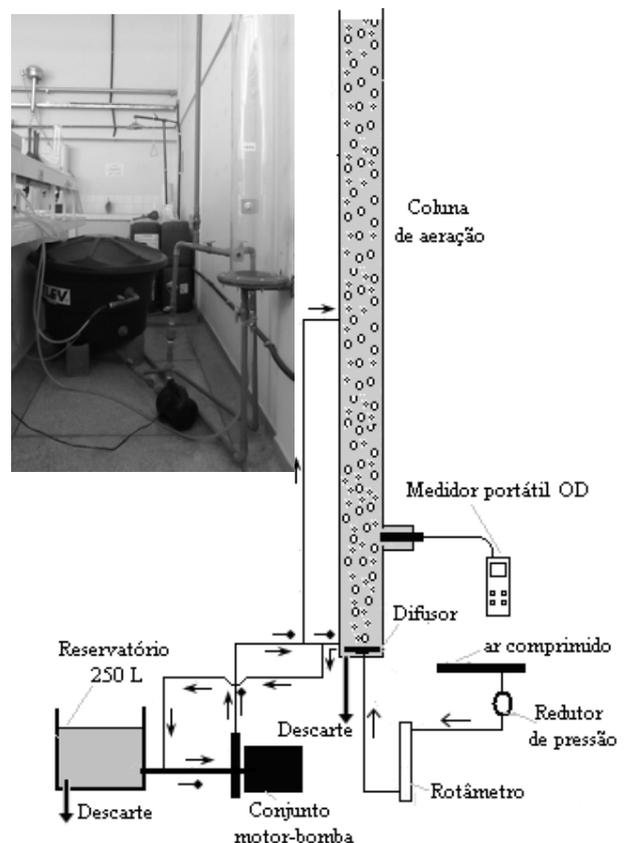
### 2.1 Descrições das instalações

Todos os equipamentos e materiais de consumo utilizados na montagem do aparato experimental são de fabricação nacional, cujas descrições encontram-se a seguir.

#### 2.1.1 Coluna de aeração

Constituiu-se de tubulação de acrílico de 172 mm de diâmetro interno, com 5 mm de espessura de parede e 4,0 m de altura. A base da coluna é formada por uma placa circular de acrílico, diâmetro 190 mm e espessura 10 mm, fixada a um anel de acrílico com o mesmo diâmetro externo e espessura e vedada por meio de parafusos

igualmente distanciados ao longo do perímetro do anel. Visto que cada tubulação de acrílico possui 2,0 m de comprimento, foi necessário unir duas tubulações utilizando também anéis de acrílico. O difusor de ar é de material microporoso em EPDM (Borracha de Etileno-Propileno-Dieno) de formato em disco com diâmetro de 150 mm para vazão até 100 litros de ar por minuto, de fabricação nacional. Já a parte superior da coluna permaneceu aberta a fim de permitir o escape das bolhas de ar não transferidas para o meio líquido. A fixação do medidor de oxigênio dissolvido (OD) portátil dentro da coluna foi feita por meio de uma estrutura também de acrílico instalada na parede lateral da coluna. O esquema do aparato experimental completo está ilustrado na Figura 1.



- Fluxo de ar comprimido
- Fluxo de água deaerada até a coluna de aeração
- Recirculação (em batelada) na coluna de aeração

Figura 1 – Esquema do aparato experimental.

As instalações hidráulicas ilustradas na Figura 1 possibilitaram o enchimento da coluna de aeração, a recirculação do líquido contido na coluna e seu esvaziamento.

#### 2.1.2 Demais equipamentos

O aparato experimental ilustrado na Figura 1 possui alguns equipamentos fundamentais, a saber: conjunto motor-bomba de 1/3 cv utilizado para zerar a concentração de OD no meio líquido por meio da recirculação do sulfito de

sódio na proporção 0,42 g.L<sup>-1</sup>; rotâmetro para medir a vazão de ar comprimido afluyente à coluna, graduado de 200 L/h até 2000 L/h; redutor de pressão para o controle adequado da pressão de oxigênio na entrada do difusor, para não danificar, assim, o difusor de ar utilizado; medidor portátil de OD, que consiste de um eletrodo ligado a um sistema de amplificação de sinal, onde a sonda (eletrodo) é separada do meio líquido por uma membrana permeável ao oxigênio. Quando a sonda está em contato com o líquido, o OD presente no lado líquido difunde-se através da membrana, sendo reduzido eletroquimicamente após passar por um cátodo de potencial elétrico constante, gerando uma corrente elétrica (MOMESSO, 1996).

## 2.2 Metodologia

Os estudos de transferência de massa ar-água foram realizados em escoamento descontínuo (batelada), cujas metodologias são descritas a seguir.

### 2.2.1 Deaeração

A operação de deaeração consiste na retirada do máximo possível da concentração de OD da água, atividade esta prévia ao início da aeração. Neste artigo utilizou-se o método químico, o qual utiliza sulfito de sódio anidro Na<sub>2</sub>SO<sub>3</sub>, sugerido pela *ASCE Standard* (1984), que pode gerar interferência na determinação do OD devido à presença em excesso do produto químico. Apesar desse inconveniente, a deaeração total ( $C_o = 0,0$  mg/L) é atingida em apenas alguns minutos, de acordo com a *ASCE Standard* (1984), Schulz (1989), Salla (2006) e Soares (2007).

O produto químico foi pré-diluído em 1 litro de água de abastecimento. Na sequência, esta pré-diluição foi lançada no reservatório de 250 litros (Figura 1) e, posteriormente, iniciado a mistura por meio da recirculação na coluna de aeração pelo conjunto motor-bomba. Para cada configuração estudada utilizou-se a proporção de 0,42 gNa<sub>2</sub>SO<sub>3</sub>/L. Em todos os experimentos realizados a recirculação para deaeração do meio líquido durou aproximadamente 4 minutos, como recomendado pela *ASCE Standard* (1984).

### 2.2.2 Aeração

Utilizou-se ar comprimido como gás da aeração, pois tem a transferência mais lenta, permitindo melhor avaliação da transferência de massa gás-líquido quando comparado ao oxigênio puro. Na saída da tubulação de ar comprimido, este passou, na sequência, por um redutor de pressão, um rotâmetro e, finalmente, pelo difusor. A transferência de massa gás-líquido ocorre pela área interfacial total formada pelas bolhas ascensionais, onde a evolução da concentração de OD foi determinada próxima à base da coluna até que fosse alcançada a saturação da concentração de OD. Conforme se observa na Figura 1, houve a necessidade de fixação da sonda do medidor de OD na posição horizontal para impedir que bolhas ficassem

aderidas na superfície da sonda e camuflassem os resultados.

Com o término de cada ensaio a coluna e o reservatório eram esvaziados totalmente e, posteriormente, totalmente limpos com a recirculação de água limpa (sem o produto químico). Visto que o material do rotor da bomba centrífuga utilizada não é de aço inoxidável, antes do 1º experimento de cada dia, água de abastecimento era colocada na coluna, ligando-se posteriormente a bomba para retirada do óxido de ferro formado dentro do rotor durante o período em desuso.

### 2.2.3 Coeficiente de transferência de massa global $K_La$

Segundo Adeney e Becker (1919) o modelo matemático para o processo de absorção diz que o fluxo de massa por unidade de área é proporcional ao déficit da saturação do gás no líquido, como sugere a Equação (1).

$$J = I/A \cdot (dm/dt) = k_L \cdot (C_s - C_b) \quad (1)$$

Na qual:  $J$  é o fluxo de massa por unidade de área, em Kg/m<sup>2</sup>s;  $A$  é a área da interface líquido-gás, em m<sup>2</sup>;  $m$  é a massa do gás dissolvido, em Kg;  $t$  é o tempo, em s;  $K_L$  é o coeficiente de transferência de massa, em m/s;  $C_s$  é a concentração de saturação do líquido, em mg/L;  $C_b$  é a concentração do gás dissolvido no líquido em um determinado tempo, em mg/L.

Mediante sucessivos passos de integração, a Equação (1) resultou na Equação (2).

$$C = C_s - (C_s - C_o) \cdot \exp(-k_L a \cdot t) \quad (2)$$

Na qual:  $C$  é a concentração de OD no tempo  $t$ , em mg/L;  $C_o$  é a concentração de OD no tempo zero, igual a zero para este artigo;  $k_L a$  é o coeficiente de transferência de massa global, em s<sup>-1</sup>;  $t$  é o tempo de aeração até atingir a saturação, em segundos.

Os ensaios realizados permitiram encontrar curvas não-lineares de concentração  $C$  (mg/L) de OD em função do tempo  $t$  (s). Para encontrar o valor do coeficiente de transferência de massa global  $K_L a$  basta linearizar a curva não-linear de  $C = f(t)$ . A linearização levou à Equação (3).

$$-\ln(C_s - C)/(C_s - C_o) = K_L a \cdot t \quad (3)$$

Com o lançamento dos dados de  $-\ln(C_s - C)/(C_s - C_o)$  na ordenada e do tempo  $t$  na abscissa, a tangente da reta formada corresponde ao coeficiente de transferência de massa global  $K_L a$ .

Os resultados necessitam de correção à temperatura ambiente a fim de padronizar a comparação dos resultados, cuja equação utilizada é sugerida pela ASCE e citada em Krenkel e Orlob (1962) e Perry e Green (1984) e  $k_L a = k_L a_{20} \cdot \Phi^{T-20}$ , onde  $k_L a$  é o coeficiente de transferência de massa global não corrigido, em s<sup>-1</sup>;  $k_L a_{20}$  é o coeficiente de transferência de massa global corrigido a 20°C, em s<sup>-1</sup>;  $\Phi$  é o fator de correção, adimensional; e  $T$  é a temperatura obtida no ensaio que precisa ser ajustada, em Celsius.

### 2.2.4 Eficiência de transferência de oxigênio na água

Neste artigo também foi estimada a eficiência da transferência de oxigênio na água, cujos resultados foram comparados com os valores obtidos por Innocentini (1996) e Salla (2002), os quais trabalharam com os mesmos

intervalos de vazão, mas com seções transversais quadradas e menores níveis líquidos.

A eficiência de transferência de massa de oxigênio na água  $\eta$  é definida pela relação entre a massa de  $O_2$  transferida pela massa de  $O_2$  fornecida à coluna. De acordo com Innocentini (1996), a Equação (4) fornece a eficiência de transferência de massa com aeração realizada por bolhas por meio de difusor poroso.

$$\eta = (C_s - C_o) \cdot V_L / (Q \cdot X_{O_2} \cdot \rho_{ar} \cdot t_{aeração}) \quad (4)$$

Na qual:  $C_s$  é a concentração de saturação de OD na água, em mg/L;  $C_o$  é a concentração de OD no início da aeração, ou seja, concentração igual a zero ou próximo a zero em todos os ensaios aqui realizados;  $V_L$  é o volume de água contida na coluna, em litros;  $Q$  é a vazão de aeração, em L/min;  $X_{O_2}$  é a fração mássica de oxigênio no ar atmosférico, igual a 0,209;  $\rho_{ar}$  é a massa específica do ar atmosférico, em kg/m<sup>3</sup>;  $t_{aeração}$  é o tempo de aeração em cada ensaio, em minutos.

Considerou-se  $\rho_{ar} = 1,0 \text{ kg/m}^3$  em todos os ensaios e, também, o tempo de aeração como sendo o tempo em que a concentração de OD leva para sair de  $C_o$  até alcançar a saturação  $C_s$ .

### 2.2.5 Estimativa da área interfacial de contato das bolhas

Para estimar a área interfacial de contato das bolhas é preciso que se tenha em mãos os diâmetros equivalentes das bolhas ascensionais. Jun e Jain (1993) assumiram a área interfacial total das bolhas por meio da Equação (5).

$$A_b = (Q_b / v_b) \cdot (A_m / Vol_m) \cdot L \quad (5)$$

Na qual:  $A_b$  é a área interfacial total das bolhas, em m<sup>2</sup>;  $Q_b$  é a vazão de ar, em m<sup>3</sup>/s;  $v_b$  é a velocidade média das bolhas de ar, em m/s;  $A_m$  é a área superficial média de bolhas de ar individuais, em m<sup>2</sup>;  $Vol_m$  é o volume médio de bolhas de ar individuais, em m<sup>3</sup>;  $L$  é a distância entre a saída do ar no difusor e o nível líquido na coluna, em metros.

A metodologia para obtenção das variáveis na Equação (5) engloba:

–  $L$  foi determinada por meio da geometria do sistema, mediante marcações na coluna;

–  $Q_b$  foi medida no rotâmetro;

–  $A_m$  e  $Vol_m$  dependem do diâmetro médio das bolhas. O diâmetro médio da bolha foi estimado por meio da Equação (6), equação esta empírica e proposta por Treybal (1980). A Equação (6) pode ser aplicada quando é respeitado o intervalo  $0,15 \text{ m/s} < v_L / (1 - \phi_g) < 15,0 \text{ m/s}$ .

$$d_b = 0,002344 / [v_L / (1 - \phi_g)]^{0,67} \quad (6)$$

Na qual:  $d_b$  é o diâmetro médio da bolha, em metros;  $v_L$  é a velocidade do meio líquido, em m/s;  $\phi_g$  é igual a  $Vol_{expandido} / Vol_{líquido}$ , onde  $Vol_{expandido}$  é a área transversal da coluna multiplicada pela altura de expansão na coluna após o início da aeração e  $Vol_{líquido}$  é a área transversal da coluna multiplicada pelo nível líquido antes do início da aeração.

Na determinação da velocidade do meio líquido  $v_L$  utilizou-se o corante rodamina B como traçador. Estudou-se os níveis líquidos de 1,0 m, 1,5 m, 2,0 m, 2,5 m, 3,0 m e 3,5 m para as vazões de 500 L/h, 1000 L/h, 1500 L/h e 2000 L/h. O corante foi injetado na coluna no mesmo ponto de fixação do medidor de OD portátil. Em cada

teste, através de um orifício de aproximadamente 2 mm de diâmetro vedado por septo de silicone, injetou-se 10 mL de corante rodamina B com concentração não controlada e filmou-se toda a trajetória do corante dentro da coluna com a utilização de câmera digital fixa em um tripé. Terminadas as filmagens, para cada teste, foram capturados “frames” de deslocamento do corante em intervalos fixos, desde a injeção do corante até a distribuição ao longo de toda a coluna. Fizeram-se marcações intervaladas de 0,10 m na coluna de acrílico para facilitar a medição do deslocamento do corante em tempos diferentes. Nos testes utilizou-se água de abastecimento como meio líquido.

–  $v_b$  foi estimada por meio da equação da continuidade e igual à relação entre a vazão de aeração  $Q_b$  e a área transversal das bolhas. Na obtenção da área transversal das bolhas utilizou-se a Equação (7) proposta por Schulz (1989).

$$A_{transv.bolhas} = A_{transv.total} \cdot (V_{expandido} / V_{líquido}) \quad (7)$$

Na qual:  $A_{transv.bolhas}$  é a área transversal das bolhas, em m<sup>2</sup>;  $A_{transv.total}$  é a área transversal da coluna, constante em toda sua altura e igual a  $(\pi \cdot (0,172 \text{ m})^2) / 4$ , em m<sup>2</sup>;  $V_{expandido}$  é o volume total das bolhas, igual a  $(\pi \cdot (0,172 \text{ m})^2) / 4 \times h(\text{m})$ , onde  $h(\text{m})$  é a diferença do nível de água na coluna entre o difusor ligado e desligado, em m<sup>3</sup>;  $V_{líquido}$  é o volume líquido total na coluna com o difusor desligado, em m<sup>3</sup>.

### 2.2.6 Configurações analisadas

Foram analisadas as influências da variação do nível líquido na transferência de massa ar-água para os níveis líquidos 1,0 m, 1,5 m, 2,0 m, 2,5 m, 3,0 m e 3,5 m e variando a vazão de 500 L/h até 2000 L/h em intervalos de 500 L/h. Também foram analisadas as influências da turbidez apenas para o nível líquido de 2,0 m, para as mesmas vazões, variando a turbidez em 50 UNT, 250 UNT e 500 UNT. Todavia a análise da influência da temperatura foi realizada para os níveis líquidos de 1,0 m, 2,0 m e 3,0 m, para as mesmas vazões, fixando a temperatura do meio líquido próxima a 20°C a fim de obter o fator de correção de temperatura  $\Phi$  para esta coluna de aeração.

### 2.2.7 Metodologia aplicada na estimativa da redução da área interfacial das bolhas

Na verificação da interferência das partículas suspensas com diferentes diâmetros médios na eficiência de transferência de massa ar-água, por meio da variação da área interfacial de contato das bolhas, foram testados dois compostos precursores de turbidez: formazina (diâmetro médio de 3  $\mu\text{m}$ ) e talco industrial (diâmetro médio de 70  $\mu\text{m}$ ). Estas substâncias foram escolhidas pelos diferentes diâmetros das esferas, pela não reatividade com o OD e por apresentarem densidade absoluta não distante da densidade absoluta da água. O termo “não distante” está relacionado a não sedimentação rápida (para o talco industrial) das partículas com a ascensão das bolhas de ar.

É conhecido que a formazina (partícula esférica com tamanho uniforme) é utilizada para medida de turbidez, em substituição às suspensões de sílica, que devido ao formato

e dimensão diferentes, não apresentam resultados satisfatórios nos nefelômetros.

A metodologia aplicada diz respeito à porcentagem de redução da área interfacial de contato das bolhas devido à presença dos compostos precursores de turbidez aqui estudados (formazina e talco industrial) em comparação a uma água limpa (turbidez menor que 1,0 UNT). Em água limpa adotou-se a inexistência de partículas suspensas aderidas na área interfacial de contato. A seguir apresenta-se a sequência desta metodologia.

a) Determinação do número de bolhas

– para o nível líquido fixo em 2,0 m, estimou-se o diâmetro médio das bolhas para as vazões de 500, 1000, 1500 e 2000 L/h, mediante equação empírica (6) proposta por Treybal (1980);

– estimou-se a área transversal das bolhas por meio da Equação (7), proposta por Schulz (1989);

– estimou-se a área interfacial total de contato das bolhas  $A_b$  por meio da Equação (5);

– o número total de bolhas  $N_{bolhas}$  foi obtido pela divisão da área interfacial total de contato das bolhas pela área interfacial de uma bolha individual, igual a  $\pi \cdot d_b^2$ .

b) Determinação do número de esferas do composto precursor de turbidez

Na determinação do número de esferas  $n_{esferas}$  dos compostos, para cada turbidez estudada, é preciso ter conhecimento do diâmetro das esferas individuais  $d_{esfera}$ , da densidade absoluta do composto  $\rho_c$  e da massa de composto  $m_c$  necessária para cada turbidez. A Tabela 1 ilustra o diâmetro das esferas individuais  $d_{esfera}$ , a densidade absoluta do composto  $\rho_c$  e a massa de composto  $m_c$  para cada turbidez.

Com isso, para cada turbidez e independente do composto precursor, o volume de composto  $V_c$  aplicado é obtido pela Equação (8).

$$V_c = m_c / \rho_c \quad (8)$$

Visto que o volume de uma esfera individual  $V_{esfera}$  é igual a  $\pi \cdot d_{esfera}^3 / 6$ , o número de esferas  $N_{esferas}$  do composto precursor de turbidez é obtido pela Equação (9).

$$N_{esferas} = V_c / V_{esfera} \quad (9)$$

Tabela 1 – Diâmetro das esferas individuais  $d_{esfera}$ , densidade absoluta do composto  $\rho_c$  e massa de composto  $m_c$ .

Parâmetro	Formazina <sup>a</sup>	Talco industrial
$d_{esfera}$ (µm)	3,0	70,0
$\rho_c$ (g/cm <sup>3</sup> )	1,04	2,97
$m_c$ - 50 UNT	2,9 g - sulfato de hidrazina 29,0 g - hexametileno tetramina	2,90 g
$m_c$ - 250 UNT	14,5 g - sulfato de hidrazina 145,0 g - hexametileno tetramina	14,51 g
$m_c$ - 500 UNT	29,0 g - sulfato de hidrazina 290,0 g - hexametileno tetramina	29,03 g

<sup>a</sup> suspensão de formazina é formada pela solução de sulfato de hidrazina e hexametileno tetramina.

c) Estimativa da porcentagem de redução da área interfacial das bolhas

Para estimar a variação da área interfacial das bolhas desconsiderou-se que as bolhas tenham formato de elipse, desconsiderou-se a existência da coalescência, além de assumir que as mesmas ascendem ordenadamente, ocupando unicamente uma faixa imaginária de altura igual ao próprio diâmetro da bolha  $d_b$ . O esquema ilustrado na Figura 2 possibilita o melhor entendimento desta simplificação.

Para o nível líquido de 2,0 m pesquisado obteve-se o número de faixas imaginárias  $n_{Faixas\ imaginárias}$  conforme a Equação (10).

$$n_{Faixas\ imaginárias} = 2,0 / d_b \quad (10)$$

O número de bolhas existentes em cada faixa imaginária  $N_{Bolhas/Faixa}$  é estimado pela Equação (11). É importante salientar que se trata de uma metodologia simplificadora, que considera distribuição homogênea de bolha ao longo da altura da coluna, não confirmado por Becker *et al.* (1994).

$$N_{Bolhas/Faixa} = N_{bolhas} / n_{Faixas\ imaginárias} \quad (11)$$

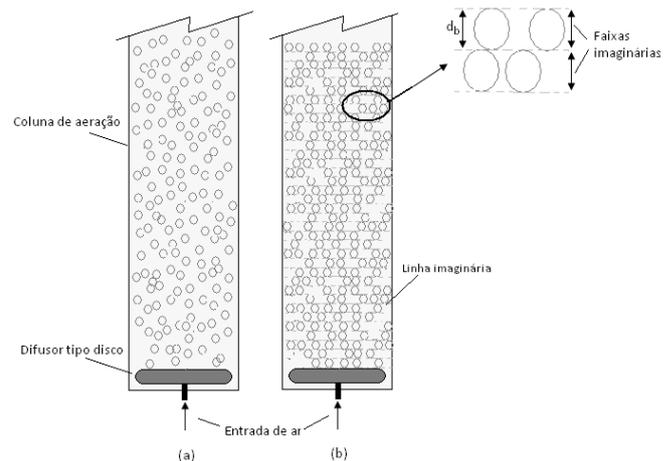


Figura 2 – (a) posição real das bolhas ascensionais juntamente com as coalescências; (b) posição ordenada das bolhas dentro das faixas imaginárias sem considerar as coalescências.

O número de esferas de compostos precursores de turbidez em cada faixa imaginária  $N_{Esferas/Faixa}$  é estimado pela Equação (12).

$$N_{Esferas/Faixa} = N_{esferas} / n_{Faixas\ imaginárias} \quad (12)$$

Sabe-se que o volume de cada faixa imaginária é igual a  $V_{Faixa} = (\pi \cdot 0,172^2) / 4 \cdot d_b$ , lembrando que o valor de 0,172 m corresponde ao diâmetro interno da seção transversal da coluna de aeração.

A quantidade de esferas  $E$  aderidas na área interfacial total das bolhas é estimada pela Equação (13), considerando que a porção de esferas que ocuparia o volume de uma bolha individual fique aderida sobre a área interfacial desta bolha.

$$E = [(V_{bolhas/faixa} \cdot N_{Esferas/Faixa}) / V_{Faixa}] \cdot n_{Faixas\ imaginárias} \quad (13)$$

Na qual:  $V_{bolhas/faixa}$  é igual ao número de bolhas por faixa imaginária  $N_{Bolhas/Faixa}$  multiplicado pelo volume de uma bolha individual e igual a  $\pi \cdot d_b^3 / 6$ .

Considerando que cada esfera do composto (seja formazina ou talco industrial) quando aderida à área interfacial da bolha ocupa uma área igual a  $B\%$  (em decimal) de sua seção transversal e igual a  $B \cdot \pi \cdot d_c^2 / 4$ , a porcentagem de redução da área interfacial total de contato é estimada pela Equação (14).

$$\% \text{ redução} = [(E \cdot B \cdot \pi \cdot d_c^2 / 4) \cdot 100] / A_{\text{interfacial total}} \quad (14)$$

Como já mencionado anteriormente, esta metodologia não leva em consideração a ocorrência da coalescência e a constante renovação de material sólido aderido junto à área interfacial de contato. Sabe-se que a coalescência propicia um aumento na velocidade das bolhas ascensionais em função do aumento do diâmetro das mesmas. Para o mesmo número de esferas a ocorrência da coalescência aumenta a porcentagem de redução da área interfacial total de contato.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na sequência são apresentados os resultados de transferência de massa em meio líquido com e sem adição de composto químico precursor de turbidez.

#### 3.1 Sem adição de precursor de turbidez

##### 3.1.1 Coeficiente de transferência de massa

Sabe-se que a eficiência de transferência de massa ar-água em coluna de aeração depende do nível líquido, da vazão de aeração, da temperatura da água, da concentração de sais dissolvidos e da turbidez. A Figura 3 ilustra o coeficiente de transferência de massa  $K_L a_{(20)}$  em função da vazão para os níveis líquidos estudados, para turbidez natural da água de abastecimento (abaixo de 1 UNT), observando-se que existe uma única tendência de acréscimo para todos os níveis líquidos estudados, variando entre  $0,008 \text{ s}^{-1}$  até  $0,042 \text{ s}^{-1}$ .

O ajuste de  $K_L a$  para a temperatura ambiente de  $20^\circ\text{C}$  foi necessário para padronizar a comparação na temperatura ambiente. Com isso, preocupou-se também em realizar estudos de transferência de massa para temperatura da água próxima a  $20^\circ\text{C}$  (variou-se de  $18,3^\circ\text{C}$  a  $20,7^\circ\text{C}$ ) nas configurações definidas na seção 2.2.6, a fim de obter o fator de correção de temperatura  $\Phi = 1,049$  com desvio padrão de  $0,038$ . A literatura da área fornece valores fixos deste fator para um determinado intervalo de temperatura, de acordo com Phelps (1944), Krenkel e Orlob (1962), Perry e Green (1984), Schulz (1985), Cunha (1993), Metcalf e Eddy (1991), entre outros. Os resultados aqui encontrados diferem em média  $5,5\%$  do valor proposto por Phelps (1944), que é de  $1,024$ .

Ainda na Figura 3, a tendência única de acréscimo do  $K_L a_{(20)}$  para todos os níveis líquidos permitiu que fosse ajustada uma equação potencial que relacionou  $K_L a_{(20)}$  com a vazão. Para isso, para cada vazão de aeração, determinou-se um coeficiente  $K_L a_{(20)}$  médio para todos os níveis líquidos, de acordo com a linha contínua mais espessa em destaque na Figura 3. Na sequência, utilizando a ferramenta Solver do Excel, ajustou-se os parâmetros  $a$  e  $b$  da equação potencial  $K_L a = a \cdot Q^b$ , utilizando a

minimização dos mínimos quadrados entre os dados médios medidos e os estimados, que finalizou em  $7,74 \cdot 10^{-7}$ . A equação final resultou em  $K_L a_{(20)} (\text{s}^{-1}) = 5,8 \cdot 10^{-5} \cdot Q^{0,847}$ , sendo a vazão  $Q$  em L/h. Esta equação pode ser utilizada em trabalhos que aeração em reatores em escala real, respeitando às taxas de aplicações superficiais aqui adotadas.

De acordo com Salla (2002), para níveis líquidos entre  $1,4 \text{ m}$  e  $1,8 \text{ m}$ ,  $K_L a_{(20)}$  variou entre  $0,004 \text{ s}^{-1}$ – $0,01 \text{ s}^{-1}$ . No presente artigo, para o mesmo intervalo de nível líquido, obteve-se  $K_L a_{(20)}$  entre  $0,0087 \text{ s}^{-1}$  –  $0,042 \text{ s}^{-1}$ . Visto que o difusor difere do utilizado na pesquisa de Salla (2002), a afirmação de que os maiores valores obtidos para esta etapa esteja fundamentado apenas na menor área transversal da coluna não se aplica, lembrando esta seção transversal é aproximadamente  $1,55$  vezes menor que a utilizada em Salla (2002).

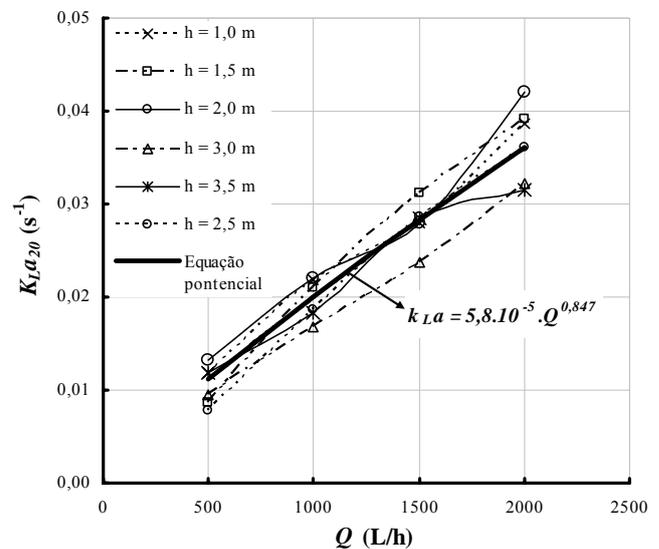


Figura 3 –  $K_L a_{(20)}$  em função da vazão.

##### 3.1.2 Eficiência de transferência de massa de oxigênio

Utilizou-se a Equação (4) para o cálculo da eficiência de transferência de massa de oxigênio. Constatou-se que, para qualquer nível líquido, não se verificou uma relação direta de aumento de eficiência de transferência de massa com o aumento da vazão de aeração. Agora fixando a vazão de aeração, o aumento da eficiência de transferência de massa é diretamente proporcional ao aumento do nível líquido.

Uma análise comparativa com os resultados obtidos por Salla (2002), Innocentini (1996) fica prejudicada em função do difusor utilizado ser diferente dos demais, tanto na geometria quanto no diâmetro médio das bolhas de ar ascensionais. Ademais, apenas em nível de conhecimento, para os níveis líquidos de  $1,0 \text{ m}$  e  $1,5 \text{ m}$ , a eficiência de transferência de massa foi de  $0,40\%$  -  $2,20\%$  e  $0,2\%$  -  $0,7\%$ , respectivamente, para o trabalho realizado por Salla (2002) e Innocentini (1996), enquanto que neste artigo alcançou-se o intervalo de  $20 - 27\%$  de eficiência, muito superior aos outros trabalhos. Acredita-se que estas diferenças estejam vinculadas aos diferentes volumes

líquidos estudados, além da geração de bolhas menores pelo difusor tipo disco aqui utilizado.

### 3.2 Com adição de precursor de turbidez

Nas seções 3.2.1 e 3.2.2 são apenas apresentados, respectivamente, os resultados dos coeficientes/eficiências de transferência de massa ar-água e da estimativa de redução da área interfacial de contato das bolhas. Todavia, uma discussão única é feita na seção 3.2.3 em função da relação existente entre os 2 (dois) primeiros itens.

#### 3.2.1 Coeficiente e eficiência de transferência de massa ar-água

Utilizou-se a formazina e talco industrial como compostos químicos precursores de turbidez, mantendo-se o nível líquido em 2,0 m, variando a vazão de 500 L/h até 2000 L/h em intervalos de 500 L/h, para turbidez de 50 UNT, 250 UNT e 500 UNT. A verificação da interferência ou não da turbidez na transferência de massa ar-água foi realizada por meio de comparações dos resultados dos coeficientes de transferência de massa obtidos sem os compostos químicos precursores de turbidez (Figura 3) com os coeficientes obtidos com os compostos precursores. Por meio da comparação realizada e ilustrada na Figura 4, constatou-se que a influência da turbidez não foi detectada para a formazina devido ao mesmo comportamento monotônico constatado nas configurações sem adição de composto químico. Também, acredita-se que os reduzidos coeficientes  $K_L a_{(20)}$  obtidos para o talco industrial estejam vinculados à metodologia de quantificação da concentração de OD. As discussões serão realizadas na seção 3.2.3.

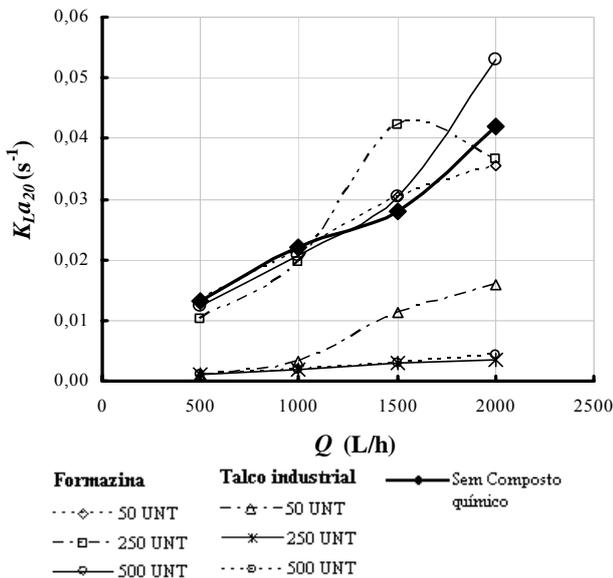


Figura 4 – Comparação dos resultados de transferência de massa ar-líquido com e sem adição de composto químico precursor de turbidez.

Os resultados da interferência da turbidez na eficiência de transferência de massa apresentaram significativas diferenças entre os compostos químicos, alcançando 36,0%

$\leq \text{eficiência} \leq 52,4\%$  para a formazina e  $4,2\% \leq \text{eficiência} \leq 7,1\%$  para o talco industrial.

#### 3.2.2 Estimativa de redução da área interfacial de contato das bolhas

De acordo com a metodologia mencionada na seção 2.2.7, a estimativa de redução da área interfacial de contato das águas depende de vários parâmetros, cujos intervalos dos resultados obtidos fornecem:

- diâmetro estimado das bolhas  $d_b$  (7,14 mm a 9,97 mm), que é função do volume expandido das bolhas  $Vol_{expandido}$  ( $5,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$  a  $8,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ ), do volume líquido  $Vol_{líquido}$  ( $2,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  a  $8,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ ) e da velocidade do meio líquido  $v_{líquido}$  (0,11 m/s a 0,17 m/s). Nos trabalhos experimentais com o corante rodamina B observou-se que a mistura completa ocorreu em poucos segundos, em todos os níveis líquidos e vazões estudadas, variando entre 9 até 25 segundos. Como era de se esperar, para escoamento em batelada ou descontínuo, em qualquer local da coluna a velocidade ascensional das bolhas é maior do que a velocidade ascensional do líquido, pois é a bolha que move o líquido. Esta constatação também foi feita por Becker *et al.* (1994), os quais estudaram o perfil do campo de velocidade ascensional de bolhas e do líquido em um mesmo ensaio utilizando uma coluna com seção transversal de 50 cm x 8 cm e com 2 m de altura e quatro pontos para determinação dos perfis.

Com relação aos resultados obtidos dos diâmetros das bolhas observa-se que, independente do nível líquido estudado, o diâmetro médio da bolha diminuiu com o aumento da vazão de aeração. Esta constatação está vinculada a não consideração das coalescências ao longo da coluna na metodologia aqui adotada. Trabalhos da literatura da área apontam que logo nos primeiros centímetros acima do difusor já ocorre a interferência da coalescência no diâmetro médio das bolhas (Soares, 2007).

- área interfacial de contato das bolhas  $A_b$  ( $0,38 \text{ m}^2$  a  $6,07 \text{ m}^2$ ), que é função da vazão de aeração  $Q_b$  (500 L/h a 2000 L/h), da velocidade da bolha  $v_b$  (0,20 m/s a 0,24 m/s), da área individual da bolha  $A_m$  ( $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  a  $3,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ), do volume da bolha individual  $Vol_m$  ( $1,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$  a  $5,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$ ) e o nível líquido L (1,0 m a 3,5 m);

- número de faixas imaginárias  $n_{faixas \text{ imaginárias}}$ : 210 a 257 para a formazina e talco industrial, uma vez que é função apenas do nível líquido e do diâmetro da bolha;

- volume da faixa imaginária  $V_{faixa}$ :  $2,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$  a  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$  para a formazina e talco industrial, uma vez que é função apenas do diâmetro da bolha;

- número de esferas  $N_{esferas}$ :  $2,2 \cdot 10^{12}$  a  $2,2 \cdot 10^{13}$  para a formazina e  $5,4 \cdot 10^6$  a  $5,4 \cdot 10^7$  para o talco industrial;

- quantidade de esferas aderidas E:  $6,5 \cdot 10^{10}$  a  $2,2 \cdot 10^{12}$  para a formazina e  $1,6 \cdot 10^5$  a  $5,5 \cdot 10^6$  para o talco industrial.

A análise da porcentagem de redução da área interfacial de contato  $\% \text{ redução}$  foi realizada apenas para o nível líquido de 2,0 m. É importante lembrar que a metodologia aqui aplicada considera que as esferas de formazina (diâmetro 3  $\mu\text{m}$ ) e talco industrial (diâmetro 70  $\mu\text{m}$ ) ficam aderidas na área interfacial. Está suposição ocorreu apenas para viabilizar a metodologia, lembrando

que na realidade e de acordo com Motarjemi e Jameson (1978), nas bolhas maiores, existe pouca presença devido à mobilidade dessas bolhas. De acordo com Salla (2002) e Soares (2007), esta mobilidade é aumentada pela ocorrência das coalescências.

Houve redução significativa de área interfacial apenas para a formazina, em função do baixo valor do diâmetro médio de suas esferas (3  $\mu\text{m}$ ), variando de 4,28 % a 52,32 %. Já para o talco industrial a redução de área interfacial foi desprezível, variando de 0,006% até 0,071%. Justificam-se os baixos valores de redução de área interfacial aqui obtidos devido à consideração de aderência de apenas 10% da seção transversal de cada partícula sólida na bolha de ar ascensional. Caso fosse considerada a aderência de toda a seção transversal de cada partícula sólida na bolha de ar, a metodologia aplicada forneceria o intervalo de 42,83% até 100% de aderência para a formazina e 0,058% até 0,715% para o talco industrial.

### 3.2.3 Discussões

Os resultados alcançados neste artigo com relação à existência da redução de área interfacial estão relacionados a vários fatores, a saber: consideração de mesmo diâmetro para todas as partículas sólidas, desconsideração do formato em elipse das bolhas ocasionado pela pressão hidrostática do meio líquido, principalmente para bolhas grandes (diâmetro acima de 5 mm), estimativa do diâmetro das bolhas por meio de equação empírica, desconsideração das coalescências, ascensão ordenada das bolhas individuais ocupando unicamente uma faixa imaginária de altura igual ao próprio diâmetro, não consideração de constante renovação das esferas aderidas em função do movimento oscilatório das bolhas ascensionais, principalmente para bolhas geradas por difusores comerciais, além da consideração de que a porção de esferas que ocuparia o volume de uma bolha individual fica aderida sobre a área interfacial desta mesma bolha.

De acordo com Motarjemi e Jameson (1978), Salla (2006) e Soares (2007), em águas com grandes quantidades de impurezas, a transferência de massa é prejudicada justamente pelas impurezas que ficam aderidas nas superfícies das bolhas, diminuindo a área interfacial de troca de massa. Com relação às impurezas, nas bolhas maiores existe pouca presença devido à mobilidade dessas bolhas, ao passo que para bolhas menores que 50  $\mu\text{m}$  a aderência desses agentes ativos é maior (MOTARJEMI e JAMESON, 1978). Com isso, de acordo com os diâmetros estimados empiricamente, as diferenças significativas de eficiência de transferência não estão associadas às aderências das partículas sólidas de formazina e talco industrial devido à enorme mobilidade das bolhas ascensionais. O comportamento não-monotônico constatado no início da aeração para os estudos com o talco industrial (ver Figura 5) é que diminuiu consideravelmente sua eficiência de transferência de massa. A Figura 5 refere-se à evolução da concentração de OD ao longo do tempo para o nível líquido de 2,0 m, variando a vazão de 500 L/h até 2000 L/h, utilizando talco industrial com turbidez de 250 UNT. O comportamento

para as outras configurações, apenas para talco industrial, foi semelhante.

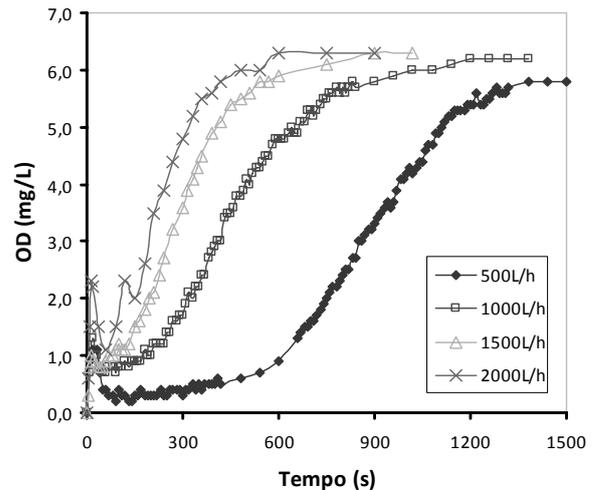


Figura 5 – Evolução da concentração de OD em função do tempo de contato para o nível líquido de 2,0 m, com variação de vazão de 500 L/h até 2000 L/h, utilizando talco industrial com turbidez de 250 UNT.

Na Figura 5, nos primeiros 3 minutos de aeração, houve um comportamento não-monotônico na curva exponencial de evolução da concentração de OD, que pode estar associado à aderência de partículas sólidas de talco industrial na membrana do medidor portátil de OD que camufla os resultados, independente da vazão de aeração. A não dependência do comportamento não-monotônico com a vazão de aeração (ou com a velocidade de ascensão, de acordo com a equação da continuidade) foi detectada, visto que tal comportamento persistiu em todas as configurações. Ainda na Figura 5, após os primeiros 3 minutos houve um crescimento exponencial bem definido para todas as vazões estudadas. Isso ocorreu em virtude da sedimentação do talco industrial (densidade relativa igual a 2,97) nos primeiros minutos, diminuindo a aderência de partículas sólidas junto à membrana do medidor de OD.

## 4 CONCLUSÕES

Foi avaliado o coeficiente de transferência de oxigênio para a água em diferentes condições de operação. Os resultados compõem um conjunto de dados coerentes e geram gráficos elucidativos, com comportamentos e tendências claramente visíveis, que geraram equação do coeficiente de transferência de massa em função da vazão de aeração aplicável em reator de escala real desde os limites de taxas de aplicações superficiais aqui definidos sejam respeitados.

O fator de correção de temperatura encontrado é condizente com valores fornecidos pela literatura da área para reaeração natural e artificial pela turbulência da superfície líquida.

A metodologia para redução da área interfacial de contato não é aplicável considerando constante renovação da área interfacial. Todavia, em uma situação de aeração onde as coalescências inexistem (para baixas taxas de aplicações superficiais) e as aderências das partículas

sólidas na área interfacial das bolhas sejam reais, a metodologia de redução de área interfacial é aplicável.

Também, a utilização de corante rodamina B como traçador para estimativa da velocidade média do meio líquido apresentou resultados satisfatórios.

Pode-se inferir que as situações aqui estudadas crescem muito em complexidade quando reações químicas estão presentes. Assim, efetuar correlações fundamentadas em parâmetros adimensionais relevantes, tanto para processos de transferência puramente físicos como para processos de transferência envolvendo reações químicas, deve ser uma meta sempre perseguida e deve fazer parte dos próximos trabalhos nesta área.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMIG pelo apoio financeiro relacionado ao Projeto FAPEMIG – Processo n.º. TEC-APQ-00160-09.

## REFERÊNCIAS

- ADENEY, W. E.; BECKER, H. G. The determination of the rate of solution of atmospheric nitrogen and oxygen by water. **Philosophical Magazine**, v. 38, n. 225, p. 317-337, Sept, 1919.
- AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **ASCE Standard – Measurement of oxygen transfer in clean water**, p. 39, July, 1984.
- BECKER, S.; SOKOLICHIN, A.; EIGENBERGER, G. Gas-liquid flow in bubble columns and loop reactors: Part II. Comparison of detailed experiments and flow simulations. **Chemical Engineering Science**, v. 49, n. 24B, p. 5747-5762, September, 1994.
- BRAGA, B.; HESPANHOL, I.; CONEJO, J. G. L.; MIERZWA, J. C.; BARROS, M. T. L.; SPENCER, M.; PORTO, M.; NUCCEL, N.; JULIANO, N.; EIGER, S. **Introdução à Engenharia Ambiental**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 320 p.
- COLIN, C.; RION, X.; FABRE, J. Bubble Coalescence in Gas-Liquid Flow at Microgravity Conditions. **Microgravity Science and Technology**, p. 243-246. 2008.
- CUNHA, A. C. **Transferência de gases em sistemas líquidos altamente agitados induzidos por hélices do tipo turbina em tanques cilíndricos**. São Carlos. 170 p. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Saneamento) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.
- DAI, J.; STERLING, J. D.; NADIM, A. Numerical simulation of air bubbles rising in water using an axisymmetric VOF method. **Adv. Fluid Mech.**, v. 37, p. 343-351, 2004.
- DELNOIJ, E.; KUIPERS, J. A. M.; VAN SWAAIJ, W. P. M. Computational fluid dynamics applied to gas-liquid contactors, **Chem. Eng. Sci.**, v. 52, p. 3623-3638, 1997.
- DIJKHUIZEN, W.; ROGHAI, I., VAN SINT, A. M.; KUIPERS, J. A. M. DNS of gas bubbles behaviour using an improved 3D front tracking model—drag force on isolated bubbles and comparison with experiments. **Chem. Eng. Sci.**, v. 65, p. 1415-1426, 2010.
- DOU, M. A.; MINGYAN, L.; YONGGUI ZU; CAN, T. Two-dimensional volume of fluid simulation studies on single bubble formation and dynamics in bubble columns. **School of Chemical Engineering and Technology**, Tianjin University, China, 2012.
- GERLACH, D.; ALLEBORN, N.; BUWA, V. V.; DURST, F. Numerical simulation of periodic bubble formation at a submerged orifice with constant gas flowrate. **Chem. Eng. Sci.**, v. 62, p. 2109-2125, 2007.
- HASSAN, N. M. S.; KHAN, M. M. K.; RASUL, M. G.; SUBASCHANDAR, N. Modelling of air bubble rising in water and polymeric solution. In: **AIP Conference Proceedings**, v. 1225, p. 758-78, 2010.
- INNOCENTINI, C. K. Z. **Estudo da transferência de oxigênio da fase gasosa para a fase líquida, usando difusor cerâmico poroso**. São Carlos. 87 p. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Saneamento) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1996.
- JUN, K. S.; JAIN, S. C. Oxygen transfer in bubbly turbulent-shear flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 119, n. 1, p. 21-36, January, 1993.
- KANTARCI, N.; BORAK, F.; ULGEN, K. Bubble column reactors. **Process Biochem.** v. 40, p. 2263-2283, 2005.
- KRENKEL, P. A.; ORLOB, G. T. Turbulent diffusion and the reaeration coefficient. **Journal of the Sanitary Engineering Division**, v. 88, n. S A 2, p. 53-83, March, 1962.
- LEVEC, J.; PAVKO, S. Mass transfer in square gas-liquid contactors. **Chemical Engineering Science**, v. 34, p. 1159-1160, October, 1979.
- LIU, M. Y.; LI, J. H.; HU, Z. D. Multi-scale characteristics of chaos behavior in gas-liquid bubble columns. **Chem. Eng. Commun.**, v. 191, p. 1003-1016, 2004.
- METCALF E EDDY. **Wastewater Engineering: treatment, disposal and reuse**. McGraw-Hill, 3rd edition, 1334 p. 1991.
- MOMESSO, A. M. **Absorção e dessorção de gases através da interface ar-água em sistemas de agitação mecânica. São Carlos**. 145 p. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Saneamento) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1996.
- MOTARJEMI, M.; JAMESON, G. J. Mass transfer from very small bubbles – The optimum bubble size for aeration. **Chemical Engineering Science**, v. 33, p. 1415-1423, June, 1978.
- OJEDA, A.; RONDÓN, C. **Diseño de un Equipo para el Estudio de la Coalescencia de Burbujas en Diferentes Fluidos**. Thesis, Universidad Simón Bolívar, Chem. Eng. Dept., Caracas, Venezuela, 2000.
- OTAKE, T.; TONE, S.; NAKAO, K.; MITSUHASHI, Y. Coalescence and breakup of bubbles in liquids. **Chemical Engineering Science**, v. 32, p. 377-383, August, 1977.
- PERRY, R. H.; GREEN, D. W. **Perry's Chemical Engineers – Handbook**, Sixth Edition, McGraw Hill, New York, 1984.
- PHELPS, E. B. **Stream sanitation**, Wiley, New York, 1944.
- SALLA, M. R. **Bases hidrodinâmicas para processos de transferência de gases em colunas com difusores**. São Carlos. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Saneamento). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 154 p, 2002.
- SCHULZ, H. E. **Investigação do mecanismo de reoxigenação da água em escoamento e sua correlação com o nível de turbulência junto à superfície – I**. São Carlos. 299 p. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Saneamento) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 1985.
- SCHULZ, H. E. **Investigação do mecanismo de reoxigenação da água em escoamento e sua correlação com o nível de turbulência junto à superfície – II**. São Carlos. 516 p. v. 2. Tese (Doutorado em Hidráulica e Saneamento) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 1989.
- SCHULZ, H. E.; GIORGETTI, M. F. Measurement of reaeration coefficient with the soluble probe. In: Air- water mass transfer. p. 278-293. **2nd International Symposium on Gas Transfer at Water Surfaces**, WILHELM, S. C. and GULLIVER, J. S. ed., ASCE, New York, 1990.
- SOARES, L. V. **Ozonização de esgoto sanitário: estudo da hidrodinâmica, transferência de massa e inativação de microrganismos indicadores**. São Carlos. 249 p. Tese

(Doutorado em Hidráulica e Saneamento) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007.

TREYBAL, R. E. **Mass Transfer Operations**, Third Edition, McGraw-Hill Book Company, London, 1980.

VAN SINT, A. M.; DEEN, N. G.; KUIPERS, J. A. M. Numerical simulation of gas bubbles behaviour using a three-dimensional volume of fluid method. **Chem. Eng. Sci.**, v. 60, p. 2999–3011, 2005.

VON SPERLING, M. **Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos**. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, Universidade Federal de Minas Gerais, 2005, 452 p.