



O desenvolvimento do conhecimento profissional do professor de matemática nas Escolas Normais Superiores portuguesas (1911-1930)¹

*The development of the professional knowledge of the
teacher of mathematics in the Portuguese Normal Higher Schools
(1911-1930)*

*El desarrollo del conocimiento profesional del profesor de
matemáticas en las Escuelas Normales Superiores
portuguesas (1911-1930)*

JOSÉ MANUEL MATOS²

Resumo

As Escolas Normais Superiores criadas em 1911 vão desempenhar um papel central na formação de professores de matemática destinados às escolas secundárias portuguesas. Pela primeira vez a neste nível, a sua organização curricular vai dar espaço a reflexões sobre a matemática escolar e os métodos para o ensino da disciplina. A formação inclui também uma prática acompanhada. Centrado em dissertações produzidas pelos formandos no final do curso, este trabalho procura analisar a contribuição da formação nessas escolas para o desenvolvimento do conhecimento profissional dos professores de matemática do ensino secundário.

Palavras-chave: Formação profissional de professores; história da educação matemática; Escola Nova

¹ Este trabalho é apoiado por fundos portugueses através da Fundação para a Ciência e a Tecnologia, Projeto UID/CED/02861/2016.

² Professor da Universidade Nova de Lisboa, com vínculo à Unidade de Investigação Educação e Desenvolvimento (UIED), Portugal. E-mail: jmm@fct.unl.pt

Abstract

Escolas Normais Superiores (Higher Normal Schools) created in 1911 play a central role in the formation of mathematics teachers for Portuguese secondary schools. For the first time at this level, their curricular organization will foster reflections on school mathematics and methods for teaching the discipline. The course also includes an accompanying practice. Centered on dissertations produced by the trainees at the end of the programme, this paper seeks to analyze the contribution of these schools' curricula to the development of professional knowledge of teachers of mathematics in secondary education.

Keywords: *Professional training of teachers; History of mathematical education; Progressive school*

Resumen

Las Escolas Normais Superiores creadas en 1911 jugarán un papel central en la formación de profesores de matemáticas de las escuelas secundarias portuguesas. Por primera vez en este nivel, su organización curricular permitirá el desarrollo de pensamientos acerca de las matemáticas y los métodos para la enseñanza de la disciplina. La formación también incluye una práctica. Centrado en la tesis producidas por los alumnos al final del curso, en este trabajo se analiza la contribución de la enseñanza en estas escuelas para el desarrollo del conocimiento profesional de los profesores de matemáticas de secundaria.

Palavras chave: *Formación profesional de profesores; Historia de la educación matemática; Escuela Nueva*

Recebido em: março de 2017

Aprovado para publicação em: maio de 2017

Introdução

Em Portugal, no início do século XX os lugares do quadro de professor das escolas do ensino secundário³ passam a requer uma formação específica. Assim, em 1901 é criado o Curso de Habilitação para o Magistério Secundário com uma duração de quatro anos (Pintassilgo, Mogarro e Henriques, 2010). Opta-se por um modelo de formação em que os futuros professores efetuariam a formação científica na Universidade de Coimbra ou nas duas escolas politécnicas de Lisboa e Porto durante os três primeiros anos e no quarto era realizada a formação pedagógica no Curso Superior de Letras, em Lisboa. Até então o acesso à profissão de professor fazia-se através de exames para os quais não era necessária uma formação universitária.

O modelo é aprofundado após a implantação da República em 1910 com a criação em 1911 de duas Escolas Normais Superiores (ENS) anexas às Faculdades de Letras de Coimbra e Lisboa, que atingem o pleno funcionamento em 1915 (Gomes, 1989). Nascidas da vontade republicana de valorizar a educação, estas Escolas pretendem dar a dignidade de curso superior à formação profissional docente e desempenham um papel central na formação de profissionais para o ensino da matemática destinados às escolas secundárias (Matos, 2014). O regime ditatorial de Oliveira Salazar vai tomar um conjunto de medidas que conduzem à sua extinção a partir de 1930.

Segundo o decreto fundador das ENS⁴, após um bacharelato nas áreas de especialidade, os alunos frequentavam um curso de dois anos que incluía uma iniciação à prática pedagógica em Liceus. Dada a carência de professores em algumas áreas, é provável que alguns dos candidatos já tivessem uma experiência docente.

O plano curricular do 1º ano era composto pelas seguintes disciplinas:

- Pedagogia (com exercícios de pedagogia experimental) (anual),
- História da Pedagogia (anual),
- Psicologia Infantil (semestral),
- Teoria da Ciência (semestral),
- Metodologia Geral das Ciências Matemáticas e das Ciências da Natureza (anuais),
- Organização e Legislação Comparada do Ensino Secundário (trimestral),
- Higiene Geral e especialmente a Higiene Escolar (semestral),
- Moral; Instrução Cívica Superior (semestral)⁵.

Este plano curricular valoriza a formação pedagógica geral e específica num contexto de afirmação da educação e da psicologia como ciências experimentais. Temas caros ao espírito republicano da época são também incluídos: a higiene e a formação moral, sendo esta última uma formação para uma cidadania republicana e laica (Pintassilgo, Mogarro e

³ Estas escolas eram essencialmente os liceus a que acediam alunos com os 4 anos da instrução primária.

⁴ Decreto com força de lei, *Diário do Governo*, 129, 1911, pp. 2081-3.

⁵ O plano curricular sofre pequenas alterações três anos após as escolas terem entrado em funcionamento, desaparecendo a Teoria da Ciência, dividindo a disciplina de Legislação em duas cadeiras semestrais e contemplando uma disciplina de Metodologia Geral das Ciências do Espírito (Decreto nº 4.649, *Diário do Governo*, 157, 1918, pp. 1311-4).

Henriques, 2010). A maior parte destas disciplinas são semelhantes às já existentes nas escolas normais de formação de professores primários (Candeias e Matos, 2016), mas as disciplinas de Metodologias Gerais, constituem uma novidade por se centrarem no conhecimento profissional específico de cada disciplina escolar.

O segundo ano era preenchido por uma iniciação à prática pedagógica desenvolvida nos liceus acompanhada por um professor liceal. A formação destes professores terminava com um Exame de Estado que, para além de diversas provas escritas e orais, incluía a apreciação de uma dissertação sobre um ponto de didática do ensino secundário, à escolha do candidato. Este artigo centra-se no estudo destas dissertações.

As ENS foram inicialmente estudadas por Joaquim Ferreira Gomes (1989) que desenvolveu um levantamento exaustivo de documentação referente às duas escolas, em particular a de Coimbra. Uma abordagem mais analítica foi desenvolvida por Joaquim Pintassilgo, Maria João Mogarro e Raquel Henriques (2010) que relacionaram as intenções legislativas e outra documentação com as correntes de pensamento pedagógico da época e por António Ferreira e Luís Mota (2013a; 2013b) que analisaram as disciplinas do curso, incluindo trabalhos dos alunos. Maria João Mogarro (2012) estudou ainda as relações entre a formação nas ENS e a corrente da Escola Nova.

As ENS representam um ponto marcante no desenvolvimento da autonomia dos saberes escolares (Julia, 2001) no ensino secundário português. Pela primeira vez a neste nível, as Escolas vão dar espaço a reflexões e a práticas incidindo quer sobre a matemática escolar quer sobre os métodos para o ensino da disciplina (Matos, 2015). O presente artigo pretende aprofundar a formação do conhecimento profissional de professores de matemática do ensino secundário estudando os conteúdos de dissertações para Exame de Estado e vem na sequência de outros trabalhos que pretenderam levantar elementos construtivos da autonomia docente (Matos, 2015) e da identidade profissional dos professores de matemática (Matos, 2011; Matos e Fischer, 2010). Tomar-se-á em conta o enquadramento teórico já usado em Matos e Monteiro (2011) que destaca a especificidade do conhecimento profissional docente que inclui, para além do conhecimento pedagógico geral e do conhecimento científico, o conhecimento didático do conteúdo que Lee Shulman caracteriza como

[uma] fusão de conteúdos e pedagogia numa compreensão de como tópicos, problemas e assuntos específicos são organizados, representados e adaptados aos distintos interesses e capacidades dos alunos e apresentados para ensino. (Shulman, 1987, p. 8)

A maior parte dos estudos que se têm debruçado sobre o conhecimento profissional do professor têm procurado, numa dimensão pessoal, dissecar as suas componentes, procurar exemplos de como o professor o vai gerando ao longo da sua vida profissional, ou ainda refletir sobre o seu estatuto epistemológico. À semelhança do trabalho desenvolvido em Matos e Monteiro (2011), este artigo procura contribuir para a compreensão dos modos como o conhecimento profissional pode ser gerado, não ao nível individual, mas no seio de uma comunidade profissional que, com a criação das ENS, experimenta uma mudança significativa nos modos de constituição do seu saber especializado. Analisarei em primeiro lugar os títulos das dissertações e em segundo estudarei o conteúdo de algumas delas.

Antes de prosseguir, convém chamar a atenção para o facto de que a profissão de professor de matemática do ensino secundário ainda se está a consolidar nesta época (Matos, 2015). A carência de professores, a exiguidade dos vencimentos e a ausência de uma formação profissional específica ditam a proliferação nas escolas de professores de matemática provisórios sem formação científica e pedagógica. Esta a carência de profissionais vai-se manter até quase ao final do século XX. No entanto, o conhecimento profissional dos professores de matemática do ensino secundário vai gradualmente expandir-se (Matos, 2015), para o que contribuiu a criação das ENS.

Os títulos das dissertações para Exame de Estado

Joaquim Ferreira Gomes encontrou os títulos de muitas dissertações, essencialmente produzidas por alunos da ENS de Coimbra (1989). Para este artigo essa listagem foi enriquecida com outros títulos recolhidos através da consulta de atos legislativos ou na documentação existente na Biblioteca Nacional portuguesa. Atualmente conhecemos os títulos de 42 dissertações relacionadas com o ensino da matemática da ENS de Coimbra⁶ — e que correspondem à quase totalidade das que foram apresentadas em Exames de Estado —, e duas da ENS de Lisboa. Algumas delas foram encontradas e digitalizadas e o seu estudo será feito na secção seguinte. O anexo 1 apresenta a lista dos títulos destas dissertações.

A legislação pouco especifica os termos em que a dissertação para Exame de Estado deveria ser elaborada. Por exemplo, o Decreto n.º 4.649⁷ apenas indica que o Exame de Estado inclui, entre outras provas escritas e orais, “a defesa de uma dissertação, impressa, sobre um ponto de didática do ensino secundário, à escolha do candidato” (art.º 34.º, 3.º), formulação que é repetida na legislação anterior e posterior. A partir de 1927 a dissertação é substituída por um “relatório sobre a respetiva prática pedagógica” (art.º 21.º do Decreto n.º 13.296, *Diário do Governo*, 55, 1927, pp.381-4).

Sabemos que os candidatos davam especial importância a este trabalho e alguns deles protelavam a realização dos Exames de Estado até à conclusão das dissertações cuja elaboração lhes tomava bastante tempo. Era comum os candidatos requerer os Exames de Estado vários meses após a conclusão da prática pedagógica (Gomes, 1989), presumivelmente devido ao tempo que levavam a preparar-se para as provas, em particular a terminar as suas dissertações.

Uma primeira etapa deste trabalho pretendeu obter uma visão abrangente das temáticas focadas, para o que classificámos os títulos segundo os temas que se propunham abordar (quadro 1). Como seria de esperar, dois terços dos trabalhos têm títulos que indiciam o desenvolvimento de tópicos da matemática escolar (*O ensino das derivadas nos liceus* ou *Sobre a extensão da ideia de número*, por exemplo) e foram agregados segundo temas matemáticos da época. Alguns títulos não se puderam agregar e foram colocados no tema “Outros tópicos”. Estão neste caso assuntos como trigonometria, logaritmos, números imaginários, análise indeterminada ou aproximações. Boa parte dos restantes são títulos de âmbito geral (*A matemática no ensino secundário*, etc.). O quadro 1 destaca ainda os títulos que denotam uma preocupação com métodos de ensino (por exemplo, *O método heurístico no estudo das fracções* ou *A régua de cálculo*).

⁶ Gomes (1989) lista mais de 200 títulos abrangendo todas as disciplinas do ensino liceal.

⁷ *Diário do Governo*, 157, 1918, pp. 1311-4.

Quadro 1. Frequência dos temas abordados nos títulos das dissertações.

Temas	Número (Digitalizadas)
Tópicos da matemática escolar	
Aritmética	5 (2)
Álgebra	2 (0)
Geometria	5 (2)
Análise	8 (4)
Geometria Analítica	4 (1)
Cosmografia	3 (0)
Outros tópicos	6 (1)
Títulos de âmbito geral	10 (5)
Métodos de ensino ¹	5 (2)
Total	44 (15)

Nota¹. Deste tema apenas uma dissertação não foi já contabilizada atrás.

Os títulos das dissertações constituem uma confirmação de que se está a processar uma primeira elaboração do conhecimento profissional específico dos professores de matemática do ensino secundário português através de uma produção escrita refletindo sobre temas relacionados com a profissão. Note-se que esta elaboração é realizada, não apenas pelos candidato, mas também pelos elementos do júri do Exame de Estado que têm a responsabilidade de comentar e avaliar o trabalho.

No entanto, devemos interpretar com alguma cautela os números do quadro 1. Embora os títulos conhecidos permitam uma categorização clara, devemos ter em atenção que o conteúdo efetivo das dissertações pode oferecer variações consideráveis. É provável que algumas delas cujo título remete para um âmbito geral contenham aprofundamentos de tópicos específicos, e outras, aparentemente mais focadas em tópicos matemáticos, incluam reflexões abrangentes sobre metodologias de ensino, ou desenvolvam métodos de ensino particulares. O estudo daquelas de que conhecemos o seu conteúdo permite aprofundar mais o assunto. Note-se ainda que, embora a maioria esteja associada a aprovações em Exame de Estado, noutros casos os candidatos são reprovados e devem repetir o 2º ano de formação e o Exame, normalmente apresentando uma segunda dissertação (detectámos 3 casos).

Analisando o conteúdo das dissertações para Exame de Estado

Pesquisas posteriores no arquivo da Universidade de Coimbra, na Biblioteca Nacional, ou em arquivos pessoais de descendentes dos formandos, permitiram conhecer, digitalizar e preservar 15 destas dissertações e que constituem o *corpus* deste trabalho. Fisicamente tratam-se de opúsculos entre as 20 a 110 páginas de dimensão variável, alguns impressos em tipografia, outros dactilografados.

Uma segunda etapa consistiu pois na análise das dissertações acessíveis. Uma primeira impressão é a de que se trata de trabalhos individuais, como está consagrado na legislação, isto é, os professores em formação assumem como sua a escolha do tema, manifestando por

vezes uma convicção forte sobre a importância do tópico e em nenhuma delas se encontra qualquer referência a um trabalho de acompanhamento, quer por parte dos docentes das ENS, quer pelos professores dos liceus que orientaram a prática pedagógica. Aparentemente o tema era escolhido pelo formando com um razoável grau de liberdade e após ter terminado a prática pedagógica do 2º ano do curso, a dissertação era redigida e apresentada a Exame de Estado. Finalmente o júri apreciava o mérito global do trabalho do candidato, sendo a dissertação um dos elementos significativos.

Após a leitura das dissertações disponíveis foi possível desenvolver um conjunto de constructos analíticos (Krippendorff, 2004) que vão organizar a análise do conteúdo das dissertações, buscando em particular os elementos do conhecimento profissional docente avançados por Shulman (1987). Destaquei os seguintes construtos: em primeiro lugar a exploração de temas matemáticos que permeia a maioria das dissertações; em segundo, a reflexão sobre a matemática e os seus métodos característicos; em terceiro, os métodos de ensino; em quarto, considerações sobre o ensino, as suas finalidades e os programas; e por último, os aspetos relacionados com as aulas de Matemática.

A exploração de temas matemáticos

Como seria de esperar, boa parte das dissertações (2/3) inclui a exploração exaustiva de um tema matemático (Beirão, 1921; Esparteiro, 1920; Fernandes, 1923; Henriques Júnior, 1921; Lobo, 1917; Monteiro, 1919; Rego, 1919; Serrão, 1922; Silva, 1920; Tavares, 1927). Na maior parte dos casos, o estilo adotado é idêntico ao que poderia ser encontrado num manual escolar de nível secundário complementar ou universitário.

Muitas vezes, os autores incluem algum tipo de justificação para a exploração do tema. Beirão (1921), por exemplo, está convicto da necessidade de incluir o estudo dos números imaginários no ensino liceal e Serrão (1922) entende que o estudo da geometria analítica pode ser melhorado através de uma maior integração das suas dimensões funcionais, algébricas e geométricas. É também o caso de Lobo (1917) que justifica assim a importância da exploração de métodos gráficos:

Certas noções fundamentais (...) só se tornam claras por meio da intuição geométrica: por exemplo, a noção de função, a que a representação gráfica dá uma grande nitidez; o estudo das equações feita pelo mesmo modo, adquire também grande simplicidade, tendo aplicações interessantes. (Lobo, 1917, p. 6)

Noutros casos, essa justificação filia-se em posições quanto às correntes de inovação curricular da época. Tal é o caso de Esparteiro (1920), Lobo (1917) e Rego (1919) que, conhecendo a centralidade da problemática do estudo da análise nas tendências internacionais, desenvolvem textos matemáticos sobre funções e seu estudo gráfico ou sobre cálculo diferencial e integral. Rego (1919) escolhe este tema porque tem uma “atualidade e interesse flagrantes (...) domina o movimento do nosso século tendente a transformar o ensino secundário das matemáticas” (p. i). De facto, trata-se de um tema proposto em recentes indicações da *Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique* (CIEM)

(Zuccheri e Zudini, 2014) e que integrava parcialmente os programas liceais portugueses desde 1905 (Aires e Santiago, 2014). Estas dissertações apoiam-se nos trabalhos de Félix Klein, Presidente da CIEM e o defensor mais conhecido da introdução do tópico no currículo secundário, e Jules Tannery, um dos proponentes da introdução da análise nos currículos franceses. Henri Poincaré também é referido, para justificar a necessidade de uma abordagem que, embora incluindo um tratamento lógico, não esqueça a intuição. Rego, em particular, desenvolve o tema apoiado em inúmeras citações do relatório apresentado por Emanuel Beke à *Conference internationale de l'enseignement mathématique* organizada pela CIEM em Paris quatro anos antes⁸ que debateu precisamente o andamento das reformas do ensino da análise em curso em diversos países.

A geometria das transformações é outro tópico inovador e pode ser encontrado nas dissertações de Henriques Júnior (1921), Tavares (1927) e parcialmente em Silva (1919). Os dois primeiros propõem-se explorar sistemas axiomáticos alternativos de suporte à geometria baseados em transformações geométricas e, tal como no caso anterior, este tema tem vindo a ser debatido internacionalmente (Barbin e Menghini, 2014). Muito influenciado pelas propostas de Bertrand Russell e de Federico Henriques, Tavares (1927) está consciente das suas implicações filosóficas e assume que se trata de um estudo de metageometria. Já Henriques Júnior (1921), num texto mais próximo da aula de matemática, mas contendo as definições, axiomas e teoremas relevantes para uma visão da geometria baseada em transformações, apresenta o gónio, um instrumento matemático (que designa também por *compasso de paralaxes*) que desenvolveu no Laboratório de Física da Universidade de Coimbra durante a sua formação na ENS e a sua dissertação é parte de um livro dedicado ao tema. Também o trabalho de Silva (1919) discute brevemente, entre outros assuntos, a polémica sobre os fundamentos da geometria e explora algumas transformações elementares.

A maior parte das dissertações que exploram temas matemáticos relevantes para o ensino secundário desenvolvem pois temas curriculares que, na época, eram inovadores nacional e internacionalmente.

A matemática e seus métodos

Uma reflexão sobre a matemática e os seus métodos está presente num terço dos trabalhos. A centralidade da matemática entre as ciências ou a sua importância social na época é destacada (Gersão, 1917; Neves, 1919), mas o tema dominante de diversas dissertações é a apresentação de argumentos para contrariar a ideia do primado da dedução lógica na produção do conhecimento matemático, ideia que associam ao método de ensino usual. Como refere Gersão (1917) recomendar que o método dedutivo seja seguido pelos matemáticos seria como sugerir-lhes que procurassem uma agulha num palheiro. Mais natural seria (é) seguir um caminho indutivo. Neves aprofunda esta ideia:

⁸ Segundo Zuccheri e Zudini (2014), este relatório teria sido publicado na revista *L'Enseignement Mathématique*, 16, 285-89.

As ciências matemáticas são vulgarmente caracterizadas pelo seu método exclusivamente dedutivo. Sendo assim, e como a dedução é um raciocínio que parte do geral para o particular, resultaria que as matemáticas pouco ensinariam (...). Mas por outro lado, constantemente ouvimos dizer que a tendência das matemáticas é a generalização. Com efeito assim é: por exemplo, da noção fundamental de número inteiro, passamos à de número fracionário; depois à de número irracional. (...) É assim que a ciência primitivamente simples, *a aritmética*, sofre uma generalização; *a álgebra*; esta sofre nova extensão: *a análise*; e quem sabe qual será a última palavra na matemática? (Neves, 1919, pp. 31-2, itálicos no original)

Neves (1919) continua e, apoiando-se em Poincaré, defende que a par da dedução, a indução matemática e o raciocínio (ou demonstração) de recorrência são igualmente métodos matemáticos fundamentais. Quanto à natureza dos axiomas, distingue as posições de Kant (os axiomas são verdades evidentes ou a priori), de Stuart Mill (são atos experimentais), e de Poincaré (convenções). Silva (1920) produz uma argumentação semelhante. Concordando com as limitações da lógica mas seguindo uma argumentação distinta, Santos (1929) propõe que os métodos de investigação matemática são: o analítico, o sintético, o de redução ao absurdo, o dedutivo, indutivo, o dos coeficientes indeterminados, o dos limites e o dos infinitamente pequenos, não limitando pois a matemática a um subproduto da lógica.

Abreu (1922) vai mais longe. Iniciando o debate com uma discussão sobre a ciência e os seus métodos, num capítulo que intitula “A matemática e a sua origem experimental”, embora reconhecendo a importância da dedução e da indução, defende que a matemática “define os seus objetos, deixando-se guiar pelas sugestões que lhe fornece a natureza e lançando mão da *observação* e da *experimentação*” (p. 31, itálico no original). Para ele, “a Matemática pode considerar-se como uma ciência derivada da observação” (p. 29) e a observação e a experimentação têm grande importância no estabelecimento dos princípios matemáticos. Conclui indicando que existem quatro métodos “*construtivos*” (p. 35, itálico no original) das ciências matemáticas: observação, experimentação, dedução e indução.

Muitos destes trabalhos recorrem pontualmente à história da matemática para justificar as suas posições. No entanto, dois deles dão-lhe um destaque especial. É o caso de Santos (1929) que inclui uma breve história da trigonometria e uma secção sobre matemáticos portugueses e de Tavares (1927) que tem o cuidado de acrescentar um resumo histórico no final de cada capítulo do seu trabalho sobre transformações de figuras.

Métodos de ensino da matemática

Muitas dissertações não se limitaram a desenvolver temas curriculares e fazem-nos preceder de considerações sobre temáticas que consideram relevantes. Os métodos de ensino, em particular de ensino da matemática, são assim abordados em nove dissertações do *corpus*, todas elas procurando um sustento teórico para o trabalho posterior e, embora com um aprofundamento distinto, é perceptível uma visão similar em quase todas. A exceção ocorre

em Fernandes que entende que a finalidade da instrução é “acumular noções na mente do educando, ou pode pretender-se (sic) desenvolver a inteligência deste por meio de induções ou deduções gradualmente mais complexas e subtis” (1923, p. 5).

Nenhum dos outros formandos defende que a aprendizagem desejável seja constituída por um acumular de noções, e, pelo contrário, mostram-se em geral preocupados com a tendência dos alunos em memorizar conceitos que esquecem na primeira ocasião. Tal é o caso de Silva (1920) que entende que basear o ensino em definições seria contraproducente. Seria “mais pedagógico” (p. 10) se a parte justificativa antecedesse e preparasse as noções gerais que só seriam apresentadas, após a consideração de vários casos particulares. Opinião similar tem Beirão (1921) para quem

as noções abstratas da matemática devem apoiar-se sobre noções sensíveis, que auxiliem a sua compreensão; e assim, por processos geométricos interpretaremos as diferentes noções (...) e, deste modo concreto poderemos conseguir despertar o interesse dos alunos, que sentem natural repugnância pelas noções abstratas, para eles sempre vagas e indefinidas. (Beirão, 1921, p. 8)

Cinco dissertações com uma razoável uniformidade de perspectivas vão mais ao fundo na discussão sobre métodos de ensino (Abreu, 1922; Gersão, 1917; Neves, 1919; Santos, 1929). Com pequenas variações, distinguem três métodos de ensino. Em primeiro lugar o que designam de *método didático*: “o professor expõe as questões, encaminha-as para mostrar claramente o que tem em vista. Os alunos ouvem, vão seguindo os raciocínios do professor e chegam ao mesmo tempo que este às conclusões” (Gersão, 1917, p. 6). Aqui o aluno é um espectador e é-lhe dada a ciência já feita (Neves, 1922). Todos apontam que este é o método mais comum nos liceus.

A este opõe-se o *método heurístico*. Gersão (1917), que o vai aplicar ao estudo das frações, indica que este método consiste em “expor as verdades indutivamente e levá-las por uma série de perguntas bem dirigidas a descobrir a verdade” (p. 7). Idêntico ao que alguns designam de *método socrático*, o método foi, segundo os formandos, aprofundado por Emmanuel Kant, Jean-Jacques Rousseau e Johann Heinrich Pestalozzi. Neves explica como funciona:

O aluno caminha por si, apalpando o terreno, firmando-se aqui e além, mas amparado pelo professor, que o vai guiando, derrubando-lhe os obstáculos principais, quando ele por si só é incapaz de o fazer. Por meio de insinuações, sugestões, recordações de princípios esquecidos pelo professor, o aluno seguirá na pista da verdade à frente do professor, e, uma vez alcançado o fim a que se destinava o trabalho sujeito, o aluno fica com a impressão salutar e estimulante de que foi ele que descobriu; (...) o principal é o método ou o saber fazer, de que o aluno se apoderou. (Neves, 1919, p. 40)

Temos finalmente o *método de laboratório*, “aquele que mais se harmoniza com o ensino da matemática ministrada a alunos nas primeiras idades. (...) Nele se faz constantemente uso das *lições das coisas*” (Abreu, 1922, p. 44, *itálico no original*). Abreu faz aqui referência a um dos termos chave dos educadores republicanos (o outro é o do ensino intuitivo) adeptos da Escola Nova (Mogarro, 2012). Abreu aponta a origem do método de laboratório nos trabalhos de Eliakim Hastings Moore, John Perry e Jacob William Albert Young.

[O método] procura estabelecer uma aproximação íntima entre a Matemática e as outras ciências, servindo-se dos fenómenos naturais, que deram origem ao aparecimento de certas teorias, hoje puramente abstratas, para as concretizar. Ajudando o entendimento na sua compreensão. (Abreu, 1922, pp. 45-6)

No que se refere ao ensino da matemática, o processo gráfico é apresentado como um exemplo de utilização do método de laboratório. O papel milimétrico, “que os alunos devem ter sempre à mão” (Abreu, 1922, p. 47) permite aos alunos conhecer “pela vista, relações de grandeza existentes entre certos objecto, relações que não teriam representação no seu espírito, se lhes fossem dadas por meio de números” (Abreu, 1922, p. 47). Os gráficos são apontados como um elemento essencial para essa compreensão, o que permite que noções abstratas, como função, possam ter uma concretização (Neves, 1919). Como vimos, Lobo (1917), embora não refira explicitamente o método de laboratório, desenvolve a sua dissertação precisamente sobre as vantagens destes métodos gráficos com uma argumentação muito semelhante à de Abreu e Neves.

Neves (1919), Abreu (1922) e Santos (1929) concordam que nas três primeiras classes dos liceus deve privilegiar-se o método de laboratório, na quarta e na quinta o heurístico e na sexta e na sétima o didático, também usado no ensino universitário. Abreu justifica esta sequência com o que poderíamos designar de uma “teoria do desenvolvimento mental da criança”:

Os métodos de ensino devem estar em conformidade com as fases que a criança atravessa, durante o seu desenvolvimento, desde a puerícia até à nubilidadade. Durante o tempo que decorre da puerícia à puberdade, eles devem dar ao ensino uma feição puramente concreta; durante a puberdade, deve o concreto operar auxiliado pelo abstrato, predominando, no entanto aquele; a partir da nubilidadade o ensino deve tomar uma feição caracterizada pelo domínio do abstrato. (Abreu, 1922, p. 43)

Neves expande uma “teoria” semelhante, mas avisa que não se deve fazer uso exclusivo de um só método. Termina afirmando

O desenvolvimento da iniciativa, o fortalecimento da vontade, o amor ao trabalho, a consciência do valor das ciências matemáticas, só se adquirem pelo método de laboratório. Eis porque entendemos que ele deve ser empregado o mais largamente possível, para que a educação atinja o seu verdadeiro fim. (Neves, 1919, p. 58)

Algumas dissertações (Abreu, 1922; Neves, 1919) apresentam recomendações sobre as características físicas que deverão ter os laboratórios discriminando o material que deverá estar disponível. Para além de instrumentos de medida e de desenho, balanças, régua de cálculo, modelos geométricos, etc. deverá haver um espaço para os alunos executarem trabalhos manuais, além de acesso a uma boa biblioteca.

Considerações sobre o ensino

Nas dissertações estudadas são omissas considerações sobre o sistema escolar português. Encontram-se, no entanto, opiniões esparsas favoráveis a reformas empreendidas na Alemanha, vistas como influenciadas por Pestalozzi e contrariando o método “didático” de que falámos na secção anterior, então prevalecente.

Apenas em três dissertações encontramos alguma reflexão sobre as finalidades do ensino. As três (Guardiola, 1921; Neves, 1919; Rego, 1919) exprimem de forma muito semelhante uma preocupação com a eficiência social do ensino, teoria muito em voga nos Estados Unidos da época (Kilpatrick, 2009) mas, conforme Rego assinala (1919), também adoptada por Jules Tannery. Neves explica desta forma logo no início do trabalho a sua posição:

Ao escrever este trabalho, uma ideia me orientou constantemente: essa ideia é a de que o homem deve ser educado de forma a ser **socialmente eficiente**. (...) O homem é um elemento da sociedade, a quem está distribuída uma função que ele há de desempenhar sem atritos e com um máximo de rendimento a distribuir por si mesmo e pela sociedade. (Neves, 1919, p. v, negrito no original)

Daqui decorre que, no que diz respeito às matemáticas,

Compete, portanto, ao educador fazer com que a quota parte da educação feita à custa daquelas ciências, seja máxima, para que juntamente com os resultados obtidos por outros meios, habilitem o indivíduo a produzir um máximo de rendimento no seu trabalho, compatível, é claro, com as condições gerais da existência. (Neves, 1919, p. vii)

Rego (1919) completa esta ideia, defendendo que a escola secundária deve fornecer elementos de uma cultura geral, sem perder de vista a utilidade dos conhecimentos ministrados.

Também são poucas as dissertações que debatem os programas de Matemática dos liceus. Rego (1919), embora propondo alterações ao lugar do cálculo diferencial e integral nos programas, tema que vai depois concretizar no seu trabalho, discute também aspectos relacionados com o lugar da geometria no plano curricular. Propõe um ensino experimental para os dois primeiros anos dos liceus, iniciando-se o estudo dedutivo nos três anos seguintes,

terminando os dois últimos anos dos liceus por incluir uma revisão da geometria que a leve até à lógica formal. Lobo concorda e critica a forma usual de ensinar geometria “com o rigor dos ‘Elementos de Euclides’”(1917, p. 3).

Rego (1919) sugere ainda uma gestão diferente dos conteúdos de geometria analítica, álgebra, aritmética racional e trigonometria. Defende que as aplicações da matemática assumam um maior papel, sugerindo aulas práticas de matemática pelo menos nos dois últimos anos dos liceus. Algumas semelhanças tem a proposta de Lobo (1917) que acha que se deve procurar uma correlação entre os vários ramos da matemática e entre esta e as outras ciências. Sugere, em particular, um reforço das ligações entre a álgebra e o estudo da noção de função, que permitiria que um assunto abstrato e portanto difícil, fosse abordado com um suporte da intuição geométrica, ao mesmo tempo que permitiria aplicações interessantes. Como vimos atrás, Lobo sugere mesmo que o reforço da interpretação geométrica permitiria explorar de um modo mais acessível as complexas noções do cálculo diferencial.

Aulas de Matemática

Nenhum dos trabalhos analisados refere experiências de inovação pedagógica. As propostas inovadoras apresentadas apenas desenvolvem os novos elementos curriculares sob a forma de organização textual dos conteúdos matemáticos.

No entanto, algumas dissertações, adotam uma exposição dos temas de um modo que simula a sequência de uma aula. Gersão (1917), por exemplo, opta por apresentar toda a sua proposta para um ensino heurístico de frações precisamente através de um diálogo imaginário entre um professor e a sua turma, modo característico do método heurístico. Transcrevo um excerto:

Está aqui uma unidade de medida que todos conheci. O que é?
“É um metro”.

Tenho aqui na gaveta um outro metro que vou pôr em cima da mesa. Como a gaveta é pequena tive que o quebrar e quebrei-o em dez partes iguais. Com vêm também é um metro mas entre os dois há esta diferença um está inteiro e o outro está...

“Quebrado”. (Gersão, 1917, p.13)

Também Monteiro (1918), apesar de apresentar um tema dos últimos anos dos liceus, adota um estilo que expande o tema dos limites de funções de um modo sempre em confronto com a sua aplicação em aula. Por um lado, adota um discurso de proximidade e cumplicidade com o aluno. Por outro, interliga temas complexos (infinitamente pequeno, por exemplo) com episódios informais que usam a intuição para esclarecer conceitos matemáticos. O seu texto inclui ainda comentários sobre a reação expectável dos alunos às situações colocadas. Como referi, estas dissertações são uma exceção.

Como referi, a legislação de 1927⁹ substituiu a dissertação final por um relatório sobre a prática pedagógica do formando, e de facto, os títulos das dissertações refletem esta mudança.

⁹ Decreto nº 13.296, *Diário do Governo*, 55, 1927, pp.381-4.

Apenas encontramos um destes relatórios (Santos, 1929) que se distingue claramente das dissertações anteriores. Sem grandes considerações teóricas, o trabalho apresenta uma descrição de várias lições da 5ª classe efetivamente realizadas. Inclui uma reflexão sobre possíveis planificações alternativas, acrescenta considerações sobre a turma em que leccionou no 2º ano do curso. Relata, em suma, os diversos eventos das suas aulas e reflete sobre as várias opções que foi tomando ao longo do tempo.

Em conclusão

Procurou-se caracterizar o conhecimento profissional de professores de matemática do ensino secundário através de dissertações apresentadas para Exame de Estado nas ENS. Destacam-se as seguintes conclusões:

1) Boa parte das dissertações estudadas recompõem o conhecimento matemático usualmente encontrado a nível universitário, quer a nível dos conteúdos (definições, propriedades, teoremas, algoritmos, etc.), quer a nível dos métodos (sequência, recursos, representações, metáforas, etc.) adaptando-o ao ensino secundário.

2) Um número importante de textos reflete sobre a matemática e os seus métodos de trabalho e a quase totalidade deles rejeita o primado da dedução quer na construção, quer na apresentação do conhecimento matemático, valorizando antes a intuição e a indução.

3) Permeia muitas dissertações o ideário da Escola Nova, procurando muitas delas concretizá-lo no ensino secundário (as lições das coisas, o centrar o ensino no sensível, o método de laboratório, o método gráfico, etc.).

Como referi, este trabalho prolonga um outro (Matos e Monteiro, 2011) que caracterizou o conhecimento didático do conteúdo de professores de matemática do ensino secundário através de dissertações para Exame de Estado produzidas no Liceu Pedro Nunes em Lisboa durante os anos 1950 e 60. Caberá pois incluir aqui uma comparação entre os resultados dos dois trabalhos.

Destacam-se, em primeiro lugar, as diferenças. Por um lado, as dissertações das ENS são produzidas quando praticamente não existe produção escrita em Portugal sobre o ensino da matemática no ensino secundário, ou quando a há, ela provém de professores universitários de matemática (Matos, 2015). Naturalmente o conhecimento acumulado é muito diferente 40 anos depois. Por outro, os temas das dissertações posteriores denotam uma sequência clara: nos dez anos então analisados, as mais antigas centraram-se em temas matemáticos, as seguintes imaginavam experiências pedagógicas com conteúdos inovadores e, no final do período estudado, relata-se e reflete-se sobre as experiências de ensino em curso. Estava-se em plena introdução da Matemática Moderna e as dissertações do Liceu Pedro Nunes refletem quer o inicial aprofundamento de uma nova matemática, quer a construção de alternativas pedagógicas, quer, finalmente a sua experimentação. Não vislumbramos nas dissertações das ENS uma evolução temporal das temáticas. Essa ausência pode ser explicada porque aqui, como foi referido atrás, parece ser o formando a escolher o tema, enquanto que no Pedro Nunes o tema era igual para todos e escolhido anualmente pelos professores formadores, que, por sua vez não eram professores universitários, mas professores liceais profundamente envolvidos na reforma em curso. A sequência temática temporal do Pedro

Nunes reflete pois as sucessivas preocupações dos professores formadores, mais do que as dos formandos, como parece ser, pelo contrário, o caso dos temas das dissertações das ENS. Finalmente as dissertações posteriores suportam-se em teorias psicológicas, fundamentalmente os trabalhos de Jean Piaget, o que contrasta com a total ausência de referências à psicologia nos trabalhos mais antigos.

Finalmente, e em segundo lugar, destacam-se as semelhanças. Por um lado, nos dois períodos, é possível detetar o conhecimento atempado das principais correntes de inovação curricular no ensino da matemática e a circulação das principais obras de referência. Por outro, em ambos os momentos, quer o ideário da Escola Nova se mantém presente, usando praticamente a mesma justificação e terminologia, quer a defesa de uma visão da matemática não limitada à dedução se mantém necessária.

Fontes

Abreu, A. A. (1922). *A matemática, considerações gerais sobre a filosofia, o método e o ensino desta ciência*. (Dissertação para Exame de Estado), Imprensa da Universidade, Coimbra.

Beirão, A. S. F. (1921). *O ensino dos números imaginários nos liceus*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Esparteiro, M. M. (1919). *O ensino das derivadas nos liceus*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Fernandes, M. D. (1922). *De função*. (Dissertação para o Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Gersão, A. F. (1917). *O método heurístico no estudo das frações (Dissertação para o Exame de Estado da Escola Normal Superior)*. Escola Normal Superior de Coimbra.

Guardiola, M. B. S. ([1921]). *O ensino da aritmética nos liceus*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Henriques Júnior, J. S. (1921). *Primeiros elementos de geometria : os ângulos e o gónio*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Lobo, J. M. X. (1917). *Resolução gráfica de equações*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Monteiro, M. J. L. (1918). *Ensaio dos meus primeiros passos no ensino da matemática dos liceus*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra, Coimbra.

Neves, F. F. (1918). *A matemática no ensino secundário. Considerações didácticas*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Rego, J. C. D. (1918). *O cálculo diferencial e integral nos liceus*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Lisboa.

Serrão, J. L. C. (1922). *O ensino da geometria analítica nos liceus*. (Dissertação para o Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Santos, A. L. L. (1929). *Relatório do estágio no Liceu de José Falcão (8º)*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Silva, Â. A. (1919). *As noções gerais no ensino da matemática*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Tavares, P. C. (1927). *Métodos de transformações de figuras (alguns métodos da geometria moderna no ensino liceal da geometria)*. (Dissertação para Exame de Estado), Escola Normal Superior de Coimbra.

Referências

Aires, A. P., & Santiago, A. E. (2014). Os programas de Matemática do Ensino Liceal em Portugal. Em A. J. Almeida e J. M. Matos (Eds.), *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)* (pp. 71-91). Caparica: UIED e APM.

Barbin, E. e Menghini, M. (2014). History of Teaching Geometry. Em A. Karp e G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education* (pp. 473-492). Londres: Springer.

Candeias, R. e Matos, J. M. (2016). A matemática na formação dos professores do ensino primário em Portugal, da reforma pombalina de 1772 até 1910. *Perspectiva*, 34(1), 41-66.

Ferreira, A. G. e Mota, L. (2013a). A formação de professores do ensino liceal. A Escola Normal Superior da Universidade de Coimbra (1911-1930). *Revista Portuguesa de Educação*, 26(2), 85-109.

Ferreira, A. G. e Mota, L. (2013b). Educação e formação de professores do ensino secundário na Primeira República. *Exedra*, 4, 33-48.

Gomes, J. (1989). *A Escola Normal Superior da Universidade de Coimbra (1911-1930)*. Lisboa: IIE.

Julia, D. (2001). A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*, 1, 9-44.

Kilpatrick, J. (2009). The social efficiency movement in the United States and its effects on school mathematics. Em K. Bjarnadóttir, F. Furingueti e G. Schubring (Eds.), *"Dig where you stand" Proceedings of a Conference on On-going Research in the History of Mathematics Education, Gardabær, Iceland, June 20-24 2009* (pp. 113-122). Reikjavik: University of Iceland.

Krippendorff, K. H. (2004). *Content Analysis: An Introduction to Its Methodology*. Londres: Sage Publications.

Matos, J. M. (2014). Mathematics education in Spain and Portugal. Portugal. Em A. Karp e G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education* (pp. 291-302). Londres: Springer.

Matos, J. M. (2015). Construção e modificação da autonomia dos saberes matemáticos escolares em Portugal. *HISTEMAT – Revista de História da Educação Matemática*, 1(1), 128-147.

Matos, J. M. (2011). Identity of mathematics educators. The Portuguese case (1981 - 1990). In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1740-1749). Rzeszów, Poland: University of Rzeszów

Matos, J. M. e Fischer, M. C. B. (2010). Identidade profissional de professores de Matemática no Portugal do final dos anos 50. Em J. Pintassilgo, A. Teixeira, C. Beato e I. C. Dias (Eds.), *A História das Disciplinas Escolares de Matemática e de Ciências: contributos para um campo de pesquisa* (pp. 83-95). Lisboa: CIE.

Matos, J. M., e Monteiro, T. M. (2011). Reconstituindo o conhecimento didático do conteúdo durante o início da matemática moderna em Portugal (1956-69). *REMATEC, Revista de Matemática, ensino e Cultura*, 6(9), 7-25.

Mogarro, M. J. (2012). República e Ensino Normal: Sob o Signo da Pedagogia da Escola Nova. Em A. Adão, C. Silva e J. Pintassilgo (Eds.), *O Homem vale, sobretudo, pela educação que possui: Revisitando a primeira reforma republicana do ensino infantil, primário e normal* (pp. 45-59). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Pintassilgo, J. (2012). Reformismo Republicano e Inovação Pedagógica: A Difusão do “Ensino Intuitivo”. Em A. Adão, C. M. Silva e J. Pintassilgo (Eds.), *O Homem vale, sobretudo, pela educação que possui: Revisitando a primeira reforma republicana do ensino infantil, primário e normal* (pp. 81-95). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Pintassilgo, J., Mogarro, M. e Henriques, R. (2010). *A formação de professores em Portugal*. Lisboa: Edições Colibri.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1-22).

Zuccheri, L. e Zudini, V. (2014). History of Teaching Calculus. Em A. Karp e G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education* (pp. 493-513). Londres: Springer.

Anexo 1. Títulos de dissertações para Exame de Estado das Escolas Normais Superiores

Ano	ENS	Professor em formação	Título da dissertação
1917	C	Augusta Faria Gersão	O método heurístico no estudo das fracções*
1917	C	João Matilde Xavier Lobo	Resolução gráfica de equações*
1917	C	Joaquim Simões Pereira	Sobre a extensão da ideia de número
1919	C	Mercedes Jesus L. Monteiro	Ensaio dos meus primeiros passos no ensino da matemática dos liceus*
1919	C	Francisco Ferreira Neves	A matemática no ensino secundário. Considerações didáticas*
1919	C	Alberto Sá de Oliveira	Gráficos das funções. Resolução gráfica das equações
1919	Lx	João Conceição Dâmaso Rego	O cálculo diferencial e integral nos liceus*
1920	C	Manuel Marques Esparteiro	O ensino das derivadas nos liceus*
1920	C	Ângelo Augusto da Silva	As noções gerais no ensino da matemática*
1920	C	Luís Tavares de Lima	Noções de geometria analítica plana
1920	C	Amélia Prazeres L. Monteiro	Breves considerações sobre o ensino da matemática
1921	C	Amélia Prazeres L. Monteiro	Geometria analítica plana
1921	C	João Sousa Henriques Júnior	Primeiros elementos de geometria — os ângulos e os gónios*
1921	C	Alberto S. Fernandes Beirão	O ensino dos números imaginários nos liceus*
1921	C	Armando Cassiano	O ensino das equações do 1º grau nos liceus
1921	C	Manuel Pedrosa de O. Afonso	O ensino da matemática elementar
1921	C	Manuel Dias Fernandes	De função: estudo sobre as funções matemáticas*
1921	C	Maria Baptista S. Guardiola	O ensino da aritmética nos liceus*
1922	C	Maria Rodrigues dos Santos	Sobre a “Teoria dos logaritmos dos números”
1922	C	António Aires de Abreu	A matemática: considerações gerais sobre a filosofia, o método e o ensino desta ciência*
1922	Lx	Albino Honório de Freitas	O ensino da cosmografia nos liceus
1922	C	Maria Sara de F. Figueiral	Análise indeterminada
1922	C	José de Lemos Castro Serrão	O ensino da geometria analítica nos liceus*
1923	C	João Joaquim Pires	O ensino da geometria analítica nos liceus
1923	C	Jacinto Augusto Guedes	Os princípios fundamentais da teoria das funções
1923	C	Manuel António Braga Cruz	A régua de cálculo
1923	C	Manuel Dias Fernandes	Estudo da aproximação nos cálculos numéricos
1925	C	Eduardo de Almeida Esteves	As primeiras lições de trigonometria plana
1925	C	Augusto Cardoso	Primeiras lições de cosmografia
1925	C	Antero M. F. S. V. Magalhães	A geometria nas primeiras classes
1925	C	José de Meneses Torres	Noções de cálculo integral e suas aplicações
1925	C	António Meliço Silvestre	Cálculos numéricos aproximados
1926	C	José de B. Forjaz de Lacerda	Teoria dos números limites
1926	C	António Barbosa	Elementos de cosmografia
1927	C	Pedro de Campos Tavares	Métodos de transformações de figuras (alguns métodos da geometria moderna no ensino liceal da geometria)*
1927	C	José Alves Batista Mendonça	Números fraccionários
1928	C	Helena Simões dos Reis	Considerações sobre o ensino das matemáticas.
1928	C	José de B. Forjaz de Lacerda	O método analítico no ensino da geometria elementar
1928	C	Antónia A. Afonso Condado	O ensino dos triedros por meio de modelos na 4ª classe do liceu
1928	C	Mário dos Santos Guerra	A matemática no ensino secundário
1929	C	Luís de Castro Marques	Equações e problemas do 1º grau a uma incógnita (8º)
1929	C	António L. Lopes dos Santos	Relatório do estágio no Liceu de José Falcão (8º)*
1929	C	Manuel Augusto Rabaça	Teoria da numeração (8º grupo)
1929	C	Mário Rego Costa	Relatório de estágio de (8º grupo)

Nota*. Digitalizada.