

Movimento lógico-histórico dos conceitos de Área e Perímetro

Logical-historical movement of the concepts of Area and Perimeter

*Bruno Tizzo Borba*¹
*Fabiana Fiorezi de Marco*²

RESUMO

Neste artigo, recorte de uma tese, temos como objetivo apresentar um estudo do movimento lógico-histórico dos conceitos de área e perímetro, destacando-se os nexos conceituais evidenciados em historiografias estudadas. Para tanto, buscou-se na literatura autores que se fundamentam nos pressupostos do Materialismo Histórico-Dialético, bem como necessidades de grupos distintos e suas diversas práticas culturais. Os resultados indicam que os conceitos de área e perímetro são mais amplos do que os nexos externos tratados nas escolas da Educação Básica, como o cálculo de perímetro e de área por meio de fórmulas e representações das formas geométricas.

Palavras-chave: Movimento lógico-histórico; Área e Perímetro; Educação Matemática.

ABSTRACT

In this article, an excerpt from a thesis, we aim to present a study of the logical-historical movement of the concepts of area and perimeter, highlighting the conceptual links evidenced in the historiographies studied. To this end, we searched the literature for authors who are based on the assumptions of Historical-Dialectic Materialism, as well as the needs of different groups and their diverse cultural practices. The results indicate that the concepts of area and perimeter are broader than the external connections treated in Basic Education schools, such as the calculation of perimeter and area through formulas and representations of geometric shapes.

Keywords: Logical-historical movement; Area and Perimeter; Mathematics Education.

1 Introdução

Esse texto apresenta um recorte da tese de Borba (2023) e tem como objetivo apresentar um estudo do movimento lógico-histórico dos conceitos de área e perímetro, destacando-se os nexos conceituais evidenciados em historiografias estudadas.

Para tanto, partiu-se do pressuposto de que práticas culturais se enredam com a história da matemática não só pelo fato de estratégias e conceitos terem sido formulados pelos seres humanos, mas por emergirem de situações do mundo real, buscando atender, em determinada época, as necessidades de grupos distintos.

¹ Doutor em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5718-6366>. E-mail: brunotborba@ufu.br.

² Pós-doutora em Educação pela Universidade de São Paulo. Docente Associada da Universidade Federal de Uberlândia. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7126-5626>. E-mail: fabiana.marco@ufu.br.

Com o intuito de compreender o desenvolvimento do conhecimento matemático de área e perímetro, apresenta-se uma breve contextualização do movimento lógico-histórico desses conceitos, dentro do processo de organização do ensino de Geometria e assume-se que a “[...] educação é o processo de transmissão e assimilação da cultura produzida historicamente, sendo por meio dela que os indivíduos humanizam-se, herdam a cultura da humanidade” (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2016, p. 31).

Na busca por compreender a origem desses conceitos, buscou-se “[...] explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou síntese no seu movimento lógico-histórico” (MOURA *et al.*, 2010, p. 104).

De tal modo, foi realizado um estudo do movimento lógico-histórico para entender que várias civilizações contribuíram na formação dos conceitos matemáticos área e perímetro, como também compreender seus nexos conceituais.

Para Panossian, Moretti e Souza (2017, p. 139),

Tomando o movimento histórico e lógico dos conceitos como ponto de análise, compreendemos que este nos permite identificar elementos essenciais inerentes a determinada forma de conhecimento, constituindo assim um “objeto de ensino”. Este “objeto de ensino”, por sua vez, pode e deve estar presente em vários “conteúdos de ensino” ou “tópicos de ensino” na organização curricular escolar.

O lógico e o histórico de um objeto de ensino “[...] ajudam a compreender o movimento dos objetos e fenômenos da realidade objetiva em vários momentos históricos das diversas civilizações” (PANOSSIAN; TOCHA, 2020, p. 73), reconhecendo as necessidades que desencadearam aquela forma de conhecimento no movimento histórico da experiência humana.

Recorrendo a Kopnin (1978), encontra-se que

Por histórico subtemem-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade. O lógico é o meio através do qual o

pensamento realiza esta tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações. O histórico é primário em relação ao lógico, a lógica reflete os principais períodos da história (KOPNIN, 1978, p. 183-184).

Portanto, entende-se o histórico como o processo que analisa um objeto de ensino e suas transformações ao longo da história de diversos grupos sociais e, o lógico é entendido como as relações entre os conhecimentos produzidos (PANOSSIAN; TOCHA, 2020). Para melhor compreensão do movimento que inter-relaciona o lógico e o histórico, Kopnin (1978) alega que

O problema da interrelação do lógico e do histórico tem muitos aspectos, não se limita à interrelação da teoria do objeto e sua história. O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento. Daí a unidade entre o lógico e o histórico ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica (KOPNIN, 1978, p. 186).

Sendo assim, em Borba (2023) pensou-se na unidade lógico e histórico para elaborar uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem, tendo com objeto de ensino os conceitos de área e perímetro. Foi por meio desse movimento lógico-histórico que se compreendeu a formação histórica desses conceitos e quais os nexos conceituais necessários para se pensar em Situações Desencadeadoras de Aprendizagem e, conseqüentemente, em um problema desencadeador abordando tais elementos.

Sobre nexos conceitual do conceito, Sousa (2018, p. 51) o define como “[...] o elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens que representam o conceito matemático”. Esses elos, ou seja, os nexos conceituais “[...] que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento” (p. 50).

Segundo Moura *et al.* (2010), a gênese do conceito, ou seja, a essência de um conceito, está nos nexos conceituais necessários para o desenvolvimento de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem. O conhecimento do movimento lógico-histórico é importante “[...] para ter acesso às histórias dos conhecimentos dos conceitos

matemáticos, elaborados pelas diversas civilizações e narradas em diversas versões, sob diferentes pontos de vista, nas historiografias de Matemática” (SOUSA; MOURA, 2019, p. 1083), de forma que identifica-se a necessidade de algumas pessoas em determinada atividade que levou à construção do conceito, bem como compreender a elaboração das soluções ou sínteses dos problemas que apareceram em determinados contextos sociais.

Borba (2023), fundamentando-se em Sousa (2018) que buscou diferenciar os nexos conceituais internos e os externos segundo Davydov (1982) e Kopnin (1978), organizou a caracterização apresentada no Quadro 1.

Quadro 1 – Caracterização dos Nexos Conceituais Internos e Externos

Nexos Internos	Nexos Externos
– “[...] se apresentam no pensamento teórico” (SOUSA, 2018, p. 50). – “[...] compõem o movimento lógico-histórico do conceito” (SOUSA, 2018, p. 50). – “[...] mobilizam mais o movimento do aluno do que os nexos externos” (SOUSA, 2018, p. 51).	– “[...] se limitam aos elementos perceptíveis do conceito” (SOUSA, 2018, p. 50). – “[...] ficam por conta da linguagem. São formais” (SOUSA, 2018, p. 50). – “[...] não deixam de ser uma linguagem de comunicação do conceito apresentada em seu estado formal, mas que não necessariamente denotam sua história. Dão pouca mobilidade ao sujeito para elaborar o conceito” (SOUSA, 2018, p. 51).

Fonte: Borba (2023, p. 93)

Diante o exposto, entende-se a necessidade de ir além dos nexos externos dos conceitos matemáticos que estão

[...] relacionados à linguagem formal porque estão limpos, despidos de contradições, de práticas culturais e sociais presentes na história dos conceitos. Os nexos externos são explicitados na sala de aula completamente desconectados das diversas áreas do conhecimento a partir do aspecto simbólico. É como se os símbolos tivessem vida própria; falassem por si só. Prioriza-se a forma dos conceitos. Forma e conteúdo estão desconectados (SOUSA, 2018, p. 41-42).

Logo, na busca de superar a superficialidade dos conceitos de área e perímetro, apresenta-se seu movimento lógico-histórico.

2 Movimento Lógico-Histórico dos conceitos de Área e Perímetro

Ao se pensar a respeito dos seres humanos nos primórdios da civilização, fizeram matemáticos acreditar que eles possuíam noções de número, grandeza e forma, pois havia suposições de que os homens da Idade da Pedra contavam, mediam e desenhavam (BOYER, 1974).

Contudo, Boyer (1974) afirma que nem Heródoto e nem Aristóteles quiseram arriscar a origem da Matemática, por não possuírem provas suficientes sobre origens anteriores à civilização egípcia que comprovem tais argumentos, uma vez que muitos registros históricos se perderam. “Para informação sobre a pré-história dependemos de interpretações baseadas nos poucos artefatos que restaram, de evidência fornecida pela moderna antropologia, e de extrapolação retroativa, conjectural, a partir dos documentos que sobrevieram” (BOYER, 1974, p. 4).

Dessa forma, pesquisadores como Eves (2011) e Boyer (1974) tomaram a necessidade de mensuração dos egípcios e babilônios como um momento histórico mais confiável para relatar a constituição do conceito de área. Segundo os autores, no período do Egito Antigo, há registros da determinação da medida de área, pois, durante o período de cheia do rio Nilo, tinham necessidade de recalcular as porções de terra administradas quando parte do terreno era inundado e o imposto cobrado pelo Faraó precisava ser atualizado conforme o cálculo da nova área (CARAÇA, 1951).

Para Heródoto (séc. V a.C.), historiador grego,

[...] a necessidade da medida originou-se da ocorrência de várias inundações ao longo do rio Nilo. As terras cultivadas pelos agricultores (proprietários) sofriam inundações ao término de cada cheia. Estes as demarcavam com cordas, daí a expressão estiradores de cordas (cordas eram usadas tanto para traçar bases dos templos, como para demarcar terras). Os agricultores pagavam impostos ao rei, portanto, ao término de cada cheia era necessário pedir a redução de impostos, proporcional à quantidade de terra perdida pela ocupação das águas (CHIUMMO, 1998, p. 13).

Segundo Ríbnikov (1987), como resultado do longo desenvolvimento histórico da atividade prática diária dos homens foram formados o conceito matemático de área e outros conceitos que possuem propriedades espaciais abstratas dos objetos.

Silva (2010) descreve que divergentes fontes são unânimes em aceitar que a unidade de comprimento era baseada no tamanho do antebraço humano e a distância entre os nós na corda era do tamanho do côvado ou cúbito³. Como a medida do côvado é diferente de pessoa para a pessoa, utilizavam como padrão o côvado ou cúbito real, sendo que dos antigos egípcios media cerca de 50cm e em outros povos, como os romanos, media cerca de 45cm.

É importante registrar a tentativa de padronização da unidade de medida com a utilização das medidas de um único homem, o governante, no caso do Egito o Faraó. Porém, com a chegada de um novo governante essas unidades deveriam ser atualizadas e as áreas redimensionadas.

Segundo Chiummo (1998), várias informações documentais que existem hoje da Geometria vêm dos Papiros Egípcios, sendo um bem famoso o Papyrus Rhind, que “[...] dedica vinte (20) exercícios a áreas dos campos e volume de celeiros, os outros referem-se a operações com frações, regra-de-três ou falsa-posição. Pelo que se sabe trata-se de um caderno escolar ou um “almanaque” para agricultores” (CHIUMMO, 1998, p. 15).

Dessa maneira, tem-se indicativos de que naquele contexto histórico, os egípcios tinham necessidade de calcular as áreas de plantio no vale do rio Nilo, pois com suas cheias e vazantes, era propício à agricultura. Da mesma forma ocorria às margens dos rios Tigre e Eufrates no Oriente Médio, do rio Amarelo, na China, e no rio Indo, na Índia, pois eram os lugares estrategicamente escolhidos para a fixação das comunidades (CARAÇA, 1951).

As unidades de parte do corpo humano, ditas antropométricas, foram bastante utilizadas e permanecem como herança cultural. Sarmiento (2019) relata que em 1850, onde atualmente fica o Iraque, encontraram um tablete de argila datado de,

³ O côvado ou cúbito sendo adotado em alguns casos, como comprimento da ponta do dedo médio estendido até o cotovelo e, em outros, da ponta do punho fechado até o cotovelo (SILVA, 2010).

aproximadamente, 2500 a.C., com uma tabela de medidas cujas unidades básicas eram o palmo, o côvado, o polegar e a linha como múltiplo do palmo. Nelas “[...] não indicava a dimensão da unidade palmo. Somente, alguns anos mais tarde, na mesma região, datadas como sendo de 2175 a.C., é que se estabeleceu que a unidade palmo equivaleria, aproximadamente, a 9,30 cm” (SILVA, 2010, p. 41).

Os Babilônicos foram outro povo possuidor de determinado conhecimento matemático para seu contexto e período histórico, pois esclareciam com precisão o conceito de área, que pode ser verificado

[...] através de pesquisas datadas da metade do século passado, a partir da descoberta de tábuas cuneiformes da Velha Era Babilônica da Dinastia de Hamurábi, após serem desenterradas e decifradas (1800 a 1600 a.C.). Mas tanto nos documentos babilônicos quanto nos documentos egípcios não encontramos nenhum indício de demonstração Matemática (CHIUMMO, 1998, p. 15).

De acordo com Eves (2011), os gregos procuraram se apropriar do conhecimento científico dos babilônicos e dos egípcios, manifestando o seu respeito a esse conhecimento disponível a todos que pudessem viajar à Babilônia e ao Egito.

Contudo, nem mesmo Euclides (323 e 283 a.C.), conseguiu definir o conceito de área presente na famosa obra Elementos, pois “[...] para ele duas figuras são chamadas iguais quanto têm o mesmo comprimento, se forem segmentos, e a mesma área, se são figuras planas e o mesmo volume, se são sólidos. Como se desconheciam os números irracionais, não se media segmento de reta. Comparavam-se dois segmentos de reta através da razão entre eles, mas estas razões entre grandeza não eram consideradas números.” (CHIUMMO, 1998, p. 22).

Em 1991, Elon Lages de Lima descreve em “Medidas e Forma em Geometria”, que

[...] para Euclides, a coincidência de duas figuras planas por superposição era um passo intermediário para concluir a igualdade de suas áreas” (com efeito, o Axioma 4 dos Elementos diz: “Duas figuras que coincidem por superposição são iguais”). Assim, era importante para ele dispor de critérios que assegurassem a superponibilidade, por exemplo, de dois triângulos. (Os 3 casos familiares de igualdade de triângulos)” (CHIUMMO, 1998, p. 22).

Vale destacar que esta é uma concepção restrita de área, pois há figuras com a mesma medida de área e que não são sobrepostas devido a seus diferentes formatos.

Silva (2010) relata que o sistema de unificação imposto pelo imperador romano Carlos Magno, no ano 809, obteve maior sucesso e ficou conhecido pelos historiadores, pois durou até a divisão do Império Carolíngio. Isso ocorreu porque imperadores buscavam impor suas unidades de medida a todo o império.

Um exemplo interessante foi o padrão de unidade de comprimento proposto por Carlos Magno. Ele desejava naquela época, estabelecer um padrão universal e propôs, para isso, adotar o “Pé do Cristo”, ou, mais precisamente, as marcas do pé de Cristo gravadas sobre o Santo Sudário, como padrão de unidade de comprimento. O valor corresponde a 31,23 cm. Não se sabe exatamente por que, mas acabou-se adotando outro padrão. Fixou-se, na época, que o padrão de unidade de comprimento a ser adotado em todo o seu reino seria o “Pé do Rei”, que correspondia a 32,84 cm (SILVA, 2010, p. 65).

Também no sentido de estabelecer a unidade padrão, em 1189, em sua coroação, o Rei Ricardo Coração de Leão (reinado de 1189 a 1199) ordenou a unificação das unidades em todo seu reino e, com isso, manifestou “[...] seu poder de três maneiras diferentes: era o detentor dos padrões de medidas; detinha o poder de controlar as cópias existentes; e tinha o poder de punir as falsificações” (SILVA, 2010, p. 31).

Percebe-se que no contexto político, era fator determinante de poder controlar o sistema de medidas, o que ocorreu com diversas civilizações como os senhores feudais que mantinham o controle para manter a soberania, os gregos que impunham suas unidades de medidas às cidades conquistadas, os atenienses que dedicavam os padrões aos deuses e os romanos que mantinham as unidades locais para evitar revolta. Contudo, sempre atendendo os interesses sócio-políticos, como também contribuindo com a economia local e, em alguns casos, visando o cenário mundial (SILVA, 2010).

Ainda no intuito de acompanhar o movimento histórico de algumas civilizações, vale ressaltar que, com o crescimento do comércio, gerou-se complicações devido às diversidades de unidades de medida, pois cada comerciante queria utilizar as unidades de medida da sua região ou país (MACHADO, 1998).

Houve tentativas de governos de unificação das medidas por meio de reformas estatais, que ocorreram a partir do século XIII, visando a cobrança de tributos e uma forma de controle, mas se revelaram “[...] ineficientes, seja por conta da resistência popular, seja pelas questões políticas ou pela falta de condições objetivas” (SARMENTO, 2019, p. 91). Assim, “[...] todos os governos soberanos tentaram, de alguma forma, estabelecer uma unificação das unidades de medidas disseminadas nas regiões sob seu governo, mas o marco definitivo para os pesos e medidas foi a criação do Sistema Métrico” (SILVA, 2010, p. 15-16).

Por toda a Idade Média, de acordo com Sarmiento (2019), até a introdução do sistema métrico, eram realizadas medidas de grandes ou pequenas distâncias de área de regiões cultivadas e do volume de grãos por área cultivada.

As unidades de medidas, as definições gerais e as técnicas de medir variavam muito de uma região para outra. Na Polônia, por exemplo, início do século XVII, assim como em quase toda a Europa cristã, eram usados o arpenre (França), Journou (Borgônia), Journal à charrú, Journal à foucher (Bretânia), todos equivalentes à superfície de terra que dois bois bons de trabalho poderiam arar em um dia. Na Alemanha chamava-se Morgeland a área arada por um dia de trabalho do homem (SARMENTO, 2019, p. 83).

Com isso, a Espanha fez ao menos cinco tentativas unificadoras, sendo a primeira em 1261. Segundo Sarmiento (2019), os movimentos com intuito de unificação das medidas se desdobraram em três fases: carolíngia, renascentista e iluminista. No entanto, o maior movimento pela unificação ocorreu no princípio do capitalismo, no contexto da Revolução Francesa em 1791 e estabelecida em 1799, com a implantação do sistema métrico decimal (SARMENTO, 2019; SILVA, 2010).

A criação do Sistema Métrico, que para muitos autores dividiu a metrologia em pré-métrica e pós-métrica (Silva, 2010), ocorreu com o intuito de fixar as unidades-padrão e os interesses sócio-políticos da época. Assim, em 1790, a Academia de Ciências Francesa no período da Revolução Francesa, foi encarregada de propor um sistema totalmente novo e unificado para todo o território francês, que definiu o metro como unidade padrão de medida de comprimento.

A Academia pronunciou-se, então, pela adoção da fração de um arco de meridiano. Fixou-se que décima milionésima parte da quarta parte de um arco de meridiano terrestre, medido entre o Equador e o Polo Norte, seria adotada como unidade de medida linear, denominada metro. Estabeleceu-se então, que um arco de meridiano de aproximadamente 9,5 graus seria medido entre Dunkerque, na França, e Barcelona, na Espanha, e o resultado dessa medição seria usado como unidade-padrão para a nova unidade de medida linear (SILVA, 2010, p. 83).

A palavra metro vem do grego *métron*, que significa “medida”, e essa proposta adotou o sistema de numeração decimal para o sistema de medidas (SILVA, 2010). Com o passar dos anos e o aumento da exigência da precisão da metrologia da unidade de comprimento, devido aos propósitos de grupos sociais em determinados contextos históricos, o ser humano precisou pensar em como melhorar essa exatidão.

Voltou à tona a necessidade de estabelecer uma unidade de medida de comprimento que fosse invariável e retirada da natureza, ou seja, que fosse uma constante natural e que pudesse ser reproduzida sempre que desejado, e principalmente, que fosse independente da influência humana [...] [Criou-se], em 1960, uma nova unidade de medida de comprimento, definindo-a como um múltiplo do comprimento de onda do raio laranja do criptônio-86, medido no vácuo (SILVA, 2010, p. 107).

A primeira transição da unidade para um fenômeno físico foi utilização do comprimento de onda, porém com o descobrimento do relógio atômico e a descoberta do laser, foi possível melhorar a exatidão da medição da velocidade da luz que, de acordo com Silva (2010, p. 108), “[...] é uma função da unidade de comprimento (comprimento de onda de uma radiação eletromagnética). Com base nessas novas descobertas, estabeleceu-se que a velocidade da luz é de 299792458 m/s”.

Assim, em 1983, o elemento químico criptônio foi substituído por qualquer radiação eletromagnética, de frequência estável e bem conhecida, servindo por base para estabelecer a unidade de comprimento, definida como: “A unidade de base 1 metro é o comprimento do trajeto percorrido pela luz, no vácuo, durante 1/299792458 segundo” (SILVA, 2010, p. 107).

Em resumo, o “[...] Sistema Métrico Decimal foi devidamente instituído na França em 1840, e, em 1875, foi adotado como um sistema de medidas internacional. A partir desta data, em 1927, 1937, 1960, 1971 e 1983, várias definições foram incorporadas e outras, modificadas” (SILVA, 2010, p. 27).

Sarmiento (2019) também relata alguns motivos para a unificação e estabilização das medidas de alguns segmentos sociais que eram atendidos, cada um com suas razões:

[...] a) a rejeição da população em geral e dos comerciantes aos privilégios da nobreza no tocante ao controle das medidas; b) os interesses da burguesia emergente ligados a expansão comercial; e c) os interesses das comunidades científicas pelo desenvolvimento das Ciências e da Matemática. Esses pontos foram decisivos para a concretização da unificação e universalização das medidas do Sistema Métrico Decimal (SARMENTO, 2019, p. 91).

Mesmo assim, não foi fácil e rápida a implementação desse sistema, pois a exigência legal não foi suficiente para conseguir a adesão das pessoas (SARMENTO, 2019). Com isso, algumas dificuldades se destacaram:

[...] a) a criação de uma medida única dependia das condições social, política e científica; b) as diversas tentativas de unificação das medidas, mesmo para uma área geográfica pequena, por exemplo, uma aldeia, fracassaram, causando descrédito popular em novas tentativas; c) a rejeição popular, motivada pela desconfiança que se nutria contra a nobreza e pelo baixo grau de instrução (quase todos analfabetos), o que dificultava a compreensão das propostas; d) a população estava acostumada com os padrões vigentes, de forma que romper com esse costume requeria uma mudança drástica na forma de pensar sobre as medidas e tal mudança não poderia acontecer de uma hora para outra. Foi preciso muito tempo até que se completasse esse processo; e) a represália popular que utilizavam as propostas de mudanças no sistema de medidas para obter moeda de troca em função de outros interesses geradores de muitos conflitos populares, por exemplo, o fim da escravidão; f) o uso mesclado das medidas tradicionais com o sistema métrico decimal francês: a população utilizava as novas medidas em negócios oficiais, mas continuou utilizando as medidas tradicionais, principalmente nas situações agrárias; g) a questão dos pequenos comerciantes (SARMENTO, 2019, p. 99).

É importante lembrar que, apesar de muitos países o considerarem como um Sistema Internacional, os países anglo-saxões e suas colônias não o aceitam como padrão as unidades do Sistema Métrico. Por um longo período, a França e Inglaterra⁴ foram rivais nos interesses comerciais, logo era inconcebível adotar um sistema criado pelos Franceses. Esse controle político fez com que outros países, como os Estados Unidos, embora tenha adotado o Sistema Internacional, também mantenham um sistema de medidas paralelo (SILVA, 2010). Logo,

[...] alguns países demoram adotar esse sistema, como a antiga URSS, cuja adesão se deu em 1918. Antes disso, a Rússia havia tentado unificar suas medidas com reformas realizadas pelo Czar Ivan, o terrível. E foram várias, por todo século XVIII, mas as medidas tradicionais continuaram bastante fortes, de sorte que essas reformas não atingiram seus objetivos. O Japão, em 1958, aderiu à metrologia francesa (SARMENTO, 2019, p. 91).

Ainda há várias localidades brasileiras que utilizam unidades diferentes do sistema métrico, como polegadas para dimensionar uma televisão, palmos para comprar corda, pés para medir altura e légua para distâncias (equivale a 5,5km no Brasil). Já em relação às medidas de áreas rurais, se utiliza as seguintes unidades: hectare (10000m²), are (100m²) e o alqueire (sendo o alqueire paulista = 24200m², o mineiro e o goiano = 48400m², e o alqueire da região Norte = 27225m²) (Silva, 2010). Na Inglaterra e no Estados Unidos é comum utilizar o Acre (4047m²) como medida agrária.

Sarmento (2019) endossa que ainda hoje há vários camponeses da África, Ásia e América do Sul que possuem esse estilo de vida no qual cultivar significa abrir uma área em uma região de mata, escavá-la e depois colher.

Da mesma forma ocorre em outros lugares do mundo, no Brasil colonial os padrões de medidas não eram uniformes. Contudo, a burguesia brasileira do século XIX sentiu a necessidade da uniformização dos padrões de medidas, com o crescimento do comércio internacional (SARMENTO, 2019).

⁴ No Reino Unido, ainda hoje, há uma mistura do sistema métrico e do chamado sistema imperial: utiliza-se milhas para distâncias entre cidades e, o sistema métrico, para comprimento e altura.

Sobre influência da proposta dos Estados Unidos, em 1834, relacionou-se as unidades com o sistema métrico e aparece a primeira proposta brasileira de criação de um sistema de medida, tomando como

[...] unidade fundamental para comprimento a vara, equivalente a onze décimos do metro francês, ou seja, $1/36363636$ do meridiano terrestre, seguido da braça (2 varas), do palmo ($1/5$ da vara) e da polegada ($1/8$ do palmo), completando com a milha e a légua (6 km), utilizada na medida de grandes distâncias. [...] e o alqueire ($0,1[\text{vara}]^3 * 27,25 = 1774$ [pol.]³, isto é, pouco mais de 38 litros). Como submúltiplo do alqueire, era utilizada a quarta (0,25 alqueire) (DIAS, 1988 *apud* SARMENTO, 2019, p. 103).

Em meados da independência, já se iniciava um debate sobre o sistema francês ser adotado. Deste modo, a “[...] necessidade de exercer o controle estatal sobre as medidas e a pressão de setores da economia nacional e da internacional levaram o governo de D. Pedro II a implantar o sistema métrico gradualmente” (SARMENTO, 2019, p. 104) no Brasil Imperial. Contudo, essa transição nunca se fez por completo, pois ainda hoje é comum o uso das unidades pré-métricas, principalmente em pequenas cidades brasileiras.

No ano de 1921, o Brasil aderiu à Convenção do Metro e a reestruturação do sistema de medidas na década de 30, no governo de Getúlio Vargas, a partir da criação do Instituto Nacional de Tecnologia, passou-se a utilizar as medidas padronizadas do sistema métrico decimal (SARMENTO, 2019).

Assim, Caraça (1951) evidencia algumas necessidades sociais e econômicas, antigas e atuais, de se obter um número como resultado de uma medição, citando como exemplo as circunstâncias em que um ser humano possui terras e necessita da determinação cuidadosa das áreas delas:

- a) Em todas as relações, de base econômica, existentes entre o possuidor e a terra – para calcular a quantidade de semente a semear, o tempo que a terra leva a lavrar, etc., é necessário saber sua área.
- b) Em relações de indivíduo para indivíduo, com base na terra possuída – todo o contrato de venda de que a terra seja objeto exige, entre outras coisas, uma determinação tão aproximada quanto possível da sua área.
- c) Em relações do indivíduo para com o Estado, com base na terra possuída – o imposto depende, como se sabe, da área da propriedade, além de outros elementos. (CARAÇA, 1951, p. 31).

Ainda neste sentido, Silva (2010, p. 21) dialoga sobre essas relações sociais e culturais que determinam o uso das medidas, pois desde as primeiras civilizações elas sempre foram uma linguagem básica do comércio e “[...] um dos principais fatores que sustentaram as sociedades por meio do estabelecimento das relações de troca no comércio, da padronização para medir a produção e do suporte dimensional para a ciências e a tecnologia”, mesmo ocorrendo um caos devido à variedade de padrões.

O autor também ressalta que o cunho de justiça social das medidas “[...] é evidenciado quando se constata que, em todas as épocas, a distribuição da produção embasou-se nas medidas” (SILVA, 2010, p. 21), pois

[...] os sistemas de medidas foram sempre considerados fatores determinantes de justiça social e constituíram-se, de certa forma, até mesmo como um critério de civilização. Os invasores da América Latina, por exemplo, descreveram com admiração a cultura dos Maias e Astecas, dizendo: “É um tipo de gente que vive com justiça, pesos e medidas”. O mesmo ocorreu com os invasores da África, que se assombravam, muitas vezes, com a perfeição dos sistemas de pesos e medidas encontrados em civilizações que eram consideradas absolutamente primitivas (SILVA, 2010, p. 21).

Sempre foi importante essa percepção de justiça social, tanto no sentido da lei como no sentido de fé, pois ainda é crime falsificar uma medida e a falsificação dos pesos e medidas foi sempre punida com rigor; na própria bíblia há citações sobre a justiça ao medir (SILVA, 2010).

Desse modo, os métodos de medição também possuem um profundo significado social, sendo que o próprio trabalho humano foi uma forma de comparação para definir uma determinada área agrícola (SARMENTO, 2019).

As pequenas diferenças entre as unidades não importavam muito, pois havia maneiras sociais de compensação. Por exemplo, à medida calculada de grãos era colocado um excedente compensatório. É importante ressaltar que essa forma de medir estava associada à vida cotidiana de cada pessoa e, por isso, tinha um sentido pessoal para cada uma delas. Assim estavam relacionadas não só à quantidade de terra, mas à quantidade de terra que se podia trabalhar, à quantidade de frutos na colheita, à quantidade de trabalho de uma pessoa (SARMENTO, 2019, p. 83).

Vale destacar que a produção como etapa intermediária entre o trabalho e o comércio também se mostrou uma atividade diretamente influenciada pela metrologia, de forma que com a Revolução Industrial “[...] é que a produção passou a ter suas necessidades metrológicas próprias e a exigir padrões e unidades de medida diferentes dos exigidos pelo comércio. Sem muito rigor, pode-se dizer, até mesmo, que foi a produção que estabeleceu a segunda etapa da evolução da Metrologia” (SILVA, 2010, p. 24).

Também a ciência é como outro ramo da atividade humana diretamente relacionado à Metrologia, pois as medidas são “[...] o suporte dimensional, o fio condutor da ciência experimental e a base normativa para as aplicações técnicas. Muito conhecimento científico se perdeu no tempo pela simples impossibilidade de poder interpretá-los com exatidão” (SILVA, 2010, p. 24); com o tempo, atuando com um divisor de águas, o sistema de medidas passou a fazer parte de definições mais gerais do que a ação de medir, permitindo resultados mais consistentes.

Logo, com o avanço da ciência, o conceito de medida transformou-se totalmente, e seu significado

[...] adquiriu conotação científica, passando progressivamente da qualidade de conceito empírico, baseado nas experiências do cotidiano, orientado para transformar-se em conceito científico, desenvolvido racionalmente como resultado do pensamento abstrato e representado pelo conjunto de signos e símbolos próprios da linguagem matemática, presentes na geometria, na aritmética e na álgebra. Contudo, a evolução dos sistemas de medidas ocorreu em conformidade com as condições sociais, políticas e econômicas de cada região e resultou das contradições e lutas de classes com diferentes interesses (SARMENTO, 2019, p. 67).

No mesmo movimento da ciência, a tecnologia também é responsável pelo aprimoramento da Metrologia. Segundo Silva (2010, p. 27), “[...] para avançar elas exigiram sistemas de medidas coerentes e resultados cada vez mais precisos, mas, ao mesmo tempo, criaram as bases para que essas condições fossem alcançadas”, estabelecendo padrões, fazendo alterações e criando novos sistemas de medidas, comprovando que houve mudanças na Metrologia até os padrões atuais.

Atualmente, ainda pode-se constatar várias necessidades de “[...] utilização da área em atividades como: projetar um prédio, revestir os cômodos de uma residência, informar o tamanho de uma propriedade agrícola, planejar o uso de determinada superfície como terrenos, tecidos, papéis, entre outros usos” (MUNHOZ *et al.*, 2021, p. 686).

Sendo assim, o surgimento das medidas revela o valor social a elas atribuído e suas representações (SARMENTO, 2019), pois as medidas têm

[...] significados e representações sociais bem definidos. Eles fazem parte de um sistema simbólico, regulador das práticas sociais, e definem, além de comportamentos e valores, o tamanho das unidades, os instrumentos, os signos, as técnicas de medição, os sentidos pessoais e as diferenças territoriais, estas últimas evidenciadas nas múltiplas formas de transformação ao longo do tempo e na relação com a história geral da humanidade (SARMENTO, 2019, p. 61).

Nesse sentido, Borba (2023) retoma alguns aspectos vivenciados em algumas práticas sociais como um suporte para a formação de sentidos e a constituição de significados de conhecimentos de área, podendo responder a alguns porquês, de modo a instigar um olhar mais crítico sobre objetos de conhecimento.

A apresentação desse panorama da chegada do sistema métrico internacional de medida, advindo da Europa, não nega que o movimento de formação dos conceitos de área e perímetro também perpassa os povos da África e da América, pelas populações do campo e por profissionais em diferentes funções, em diversas classes sociais, com lutas de interesses e rivalidades de poderes.

Essa percepção coaduna com Ríbnikov (1987) quando descreve que o desenvolvimento da matemática não ocorre em um processo harmonioso de desenvolvimento contínuo e gradual de suas verdades, uma vez que

[...] a história do conhecimento dos conceitos matemáticos só tem sentido quando compreendemos os diversos movimentos das abstrações do pensamento que compuseram as formalizações que estudamos, as quais, por sua vez, comporão os nexos conceituais (internos e externos) dos conceitos que são estudados em sala de aula (SOUSA; MOURA, 2019, p. 1082).

Pelo exposto, detecta-se que há diferentes modos de ver e conceber a matemática, o conceito de medida e, conseqüentemente, o ensino de conceitos matemáticos. Nesse sentido, Borba (2023) ancorado em Sousa e Moura (2019), destaca que, apesar dessas diferenças, os autores historiográficos utilizados nesta pesquisa têm pelo menos um aspecto em comum: concebem e veem a história a partir do paradigma iluminista.

Ríbnikov (1987), que se descreve como materialista dialético, tem em sua historiografia explicitada a concepção marxista da História da Matemática e se fundamenta nos pressupostos do Materialismo Histórico-Dialético, cuja compreensão do objeto matemático e o conhecimento de sua história é condição necessária para a compreensão do lugar desta ciência na atividade produtiva e social (SOUSA; MOURA, 2019).

Eves (2011), “[...] procura dar ênfase ao desenvolvimento das ideias matemáticas elaboradas ao longo dos séculos. Nesse sentido, defende que se faz necessário conhecer o panorama cultural de cada grupo que contribuiu para que os conceitos matemáticos fossem desenvolvidos” (SOUSA; MOURA, 2019, p. 1092). Em seus textos, Boyer (1974) se preocupa com a cronologia histórica e com o rigor matemático nas definições e demonstrações matemáticas, voltando-se mais para o ensino superior, mas sem aprofundar em todos os assuntos.

Caraça (1951), outro autor do Materialismo Histórico-Dialético, “[...] defende que, o conhecimento científico, enquanto organismo vivo, dentre eles, o conhecimento matemático, pode libertar os homens das algemas da opressão” (SOUSA; MOURA, 2019, p. 1095). O autor Silva (2010) considera essencial, em sua obra, dar enfoque mais à evolução das unidades e dos padrões ao longo dos séculos do que dos valores unitários das medidas; com isso, relaciona seus efeitos em determinados contextos históricos de diferentes povos.

Com essas reflexões, pode-se acreditar que é inegável que os conceitos matemáticos

[...] são constantemente reelaborados, nas diversas civilizações, em momentos e contextos distintos, na medida em que novas necessidades surgem e nos obrigam a lançar diferentes olhares para a realidade fluente e interdependente que nos cerca. Aqui, a realidade é ampla e considera os movimentos da vida e os científicos que também fazem parte de nossas vidas (SOUSA; MOURA, 2019, p. 1097).

Sendo assim, não se objetivou esgotar o processo vivido por todas as civilizações e seus diversos contextos históricos que fizeram uso dos conceitos de área e perímetro, neste estudo.

Como cada autor citado percebe esses nexos de distintos modos, foi necessário, para este estudo, realizar um tratamento didático que permitisse estabelecer nexos conceituais dos conceitos estudados, pois cada historiografia indicou parte dos nexos conceituais evidenciados no movimento lógico-histórico dos conceitos de área e perímetro.

Assim, perante as contextualizações da formação dos conceitos de área e perímetro, Borba (2023) criou uma situação de ensino segundo a perspectiva da Situação Desencadeadora de Aprendizagem para sua pesquisa empírica com estudantes da EJA, apoiando-se nos nexos conceituais descritos e evidenciados no movimento lógico-histórico.

Sobre as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, elas podem “[...] criar situações em que o estudante sinta necessidade de se apropriar de tal conhecimento elaborado historicamente pela humanidade. (SILVA et al., 2022, p. 56). Para tanto, é preciso que seja proposto “[...] um problema capaz de mobilizar o indivíduo ou o coletivo para solucioná-lo. Essa consciência do problema é que permite a entrada do sujeito em atividade de estudo, que exige dele ações coordenadas rumo ao objetivo conscientizado” (MOURA; ARAÚJO; SERRÃO, 2019, p. 422).

No Quadro 2 são apresentados os momentos organizados da situação de ensino elaborada e os nexos conceituais definidos a partir do movimento lógico-histórico dos conceitos de área e perímetro.

Quadro 2 – Momentos da situação de ensino de Área e Perímetro e os nexos conceituais internos e externos estabelecidos a partir do movimento lógico-histórico

MOMENTOS/ AÇÕES	NEXOS INTERNOS E EXTERNOS
<p>MOMENTO 1: Manifestação na Prefeitura de Uberlândia</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Unidade de medida não padronizada (perceber que precisa de algo para medir a superfície e o seu contorno, para depois criá-las). ● Comparação de uma unidade com a superfície e de uma unidade com o contorno.
<p>MOMENTO 2: Padronização das unidades de medida</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Grandezas contínuas e discretas (pois sobra espaço na superfície, que não foi medido); ● Unidade padrão (facilitar a comunicação, características locais e culturais); ● Variedade de unidades de medidas (criadas a partir de objetos da natureza, objetos criados (corda) e unidades antropométricas).
<p>MOMENTO 3: Medir a superfície delimitada e o seu contorno utilizando as unidades padronizadas, sem definir os conceitos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Forma e Tamanho preferencial da Unidade; ● Unidades padronizadas não convencionais (madeiras e quadradinhos – para todos estudantes utilizarem); ● Regularidade (fórmula da área do retângulo).
<p>MOMENTO 4: Correlacionar as unidades padronizadas com metro quadrado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Unidades convencionais (metro e metro quadrado); ● Relações numéricas (entre o metro e unidades padronizadas na proposta); ● Relações numéricas (entre a metragem e número de pessoas).
<p>MOMENTO 5: Conceituar área e perímetro.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Área e Perímetro.

Fonte: Adaptado de Borba (2023, p.108-109).

Por meio dos estudos realizados e da situação de ensino organizada, pode-se evidenciar o quão essencial é esse movimento para compreender a essência desses conceitos e desenvolver/propor situações na perspectiva da Situação Desencadeadora de Aprendizagem. Esse fato pode impactar na apropriação de conceitos (de área e perímetro, neste estudo) que não se restringe a elementos perceptíveis do cotidiano.

3 Considerações finais

Em síntese dos argumentos retomados no movimento lógico-histórico pode-se inferir, à luz dos autores estudados, que os conceitos de área e perímetro são mais amplos do que os nexos externos tratados nas escolas da Educação Básica, como o cálculo de perímetro e de área por meio de fórmulas e representações das formas geométricas já com a medida dos seus lados.

Ainda nesse sentido, pode-se afirmar que embora os nexos externos também sejam construídos historicamente, se limitam aos elementos perceptíveis do conceito, desconectados das diversas áreas do conhecimento, observando-se apenas seu aspecto simbólico (SOUSA, 2018).

Vale destacar que não se acredita que exista somente esses nexos conceituais dos conceitos de área e perímetro. Mas as historiografias estudadas e utilizadas no contexto aqui apresentado, permitiu perceber e estabelecer os elementos estruturantes desses conceitos, conforme descrito no Quadro 2.

Como relatado, não se objetivou esgotar o estudo de todas as civilizações e os diversos contextos históricos que fizeram uso dos conceitos de área e perímetro, mesmo porque, na busca pelas referências, identificou-se que há muito que ser feito no sentido historiográfico.

Movimiento lógico-histórico de los conceptos de Área y Perímetro

RESUMEN

En este artículo, extracto de una tesis, pretendemos presentar un estudio del movimiento lógico-histórico de los conceptos de área y perímetro, destacando los vínculos conceptuales evidenciados en las historiografías estudiadas. Con este fin, buscamos en la literatura autores que se basen en los supuestos del Materialismo Histórico-Dialéctico, así como en las necesidades de diferentes grupos y sus diversas prácticas culturales. Los resultados indican que los conceptos de área y perímetro son más amplios que las conexiones externas tratadas en las escuelas de Educación Básica, como es el cálculo de perímetro y área a través de fórmulas y representaciones de formas geométricas.

Palabras clave: Movimiento lógico-histórico; Área y Perímetro; Educación Matemática.

4 Referências

BORBA, B. T. *Situações desencadeadoras de aprendizagem de área na EJA na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural com o uso de tecnologias digitais*. 2023. 193 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2023. DOI: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2023.7053>.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CHIUMMO, A. *O conceito de Áreas de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental*. 1998. 181f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontífice Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

DAVYDOV, V. V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación, 1982.

EVES, H. *Introdução à história da Matemática*. Tradução de Hygino Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

KOPNIN, P. V. *A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

MACHADO, N. J. *Vivendo a Matemática: Medindo Comprimentos*. São Paulo: Scipione, 1998.

MOURA, M. O. *et al.* A atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, M. O. (org.). *A atividade pedagógica na Teoria Histórico-Cultural*. Brasília: Líber livro, 2010. p. 81-110.

MOURA, M. O.; ARAÚJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. *Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos*. Linhas Críticas, Brasília, DF, v. 24, s/n, e19817, 2019. DOI: <https://doi.org/10.26512/lc.v24i0.19817>.

MUNHOZ, A. P. G. *et al.* Aportes da Teoria Histórico-Cultural em atividade de ensino de medidas de tempo e área. In: NAVARRO, E. R.; SOUSA, M. C. (org.). *Educação Matemática em Pesquisa: Perspectivas e Tendências*. Guarujá: Científica Digital, 2021. v. 1. p. 678-700. DOI: <http://doi.org/10.37885/201102307>.

PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D.; SOUZA, F. D. Relações entre Movimento Histórico e Lógico de um Conceito, Desenvolvimento do Pensamento Teórico e Conteúdo Escolar. In: MOURA, M. O. (org.) *Educação Escolar e Pesquisa na Teoria Histórico-Cultural*. São Paulo: Loyola, 2017. p. 125-152.

PANOSSIAN, M. L.; TOCHA, N. N. (org.). *Estabelecendo Parâmetros de Análise de Situações de Ensino de Conteúdo Matemático: aproximações a partir da Atividade Orientadora de Ensino*. Curitiba: Oficina Pedagógica de Matemática UTFPR, 2020.

RÍBNIKOV, K. *Historia de las matemáticas*. Traducido del Ruso por Concepción Valdés Castro. Musco: Mir, 1987.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. S. F.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M. O. (org.). *A atividade pedagógica na Teoria Histórico Cultural*. 2. ed. Araraquara: Autores Associados, 2016. p. 22-53.

SARMENTO, A. K. C. *O desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e o processo de significação na atividade pedagógica*. 2019. 301f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2019. DOI: <https://doi.org/10.11606/T.48.2020.tde-10122019-094300>.

SILVA, I. *História dos Pesos e Medidas*. 2. ed. São Carlos: Editora da Universidade Federal de São Carlos, 2010.

SILVA, A. T. A. da. *et al.* Situação Desencadeadora de Aprendizagem. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (org.). *Verbetes da atividade orientadora de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem*. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022.

SOUSA, M. C. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. *Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, Uberlândia, v. 2, n. 1, p. 40-68, 2018. DOI: <https://doi.org/10.14393/OBv2n1a2018-3>.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081-1099, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/1516-731320190040015>.

Recebido em fevereiro de 2024.

Aprovado em abril de 2024.