

## Resumo

WAKIYAMA, Y. N. *Formação de habilidades em Modelagem Matemática fundamentada no sistema didático Galperin, Talízina, Majmutov para licenciandos em Matemática*. 2022. 243 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá. 2022<sup>1</sup>.

*Yachiko Nascimento Wakiyama*<sup>2</sup>

O presente texto apresenta, nos limites do resumo, os resultados do trabalho de doutoramento que trata da formação das habilidades requeridas no processo de modelagem matemática para licenciandos de Matemática da Universidade Federal do Amazonas (UFAM). Visto que, nos cursos de Bacharelado/Licenciatura em Matemática, devem estar previstas ações que visem desenvolver, nos estudantes, as competências e habilidades, dentre outras, de

[...] compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas [...]; identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação [...]; estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2002, p. 3-4).

Nas palavras de D'Ambrosio (2009, p. 21), justifica-se o fato de que formar habilidade em modelagem é também formar habilidade em matemática, pois, em uma relação direta, “[...] a modelagem matemática é matemática por excelência. As origens das ideias centrais da matemática são o resultado de um processo que procura entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade”.

---

<sup>1</sup> Tese desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática –REAMEC, Coordenação Geral da Universidade Federal do Mato Grosso. Orientação do Prof. Dr. Héctor José García Mendoza, no período de 2019 a 2022.

<sup>2</sup> Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Rede Amazônica em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC); professora associada da Universidade Federal do Amazonas, Brasil. Grupo de Pesquisa “Didática da Resolução de Problemas em Ciências e Matemática”. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0227-0285>. E-mail: [wakiyamavashi@ufam.edu.br](mailto:wakiyamavashi@ufam.edu.br).

Aliado a isso, buscou-se a compreensão de como ocorre a aquisição de conhecimentos e como o indivíduo pode desenvolver habilidades matemáticas. Da análise da revisão de literatura, formula-se a hipótese de que a Atividade de Situações Problema Discente (ASPD), de Mendoza e Delgado (2020), pode ser um caminho para a organização da atividade de ensino, levando à internalização do conhecimento e ao desenvolvimento de habilidades de licenciandos, no que concerne ao ato de modelar situações problema.

Neste trabalho, o sistema didático que compõe a ASPD é adotado, por um lado, por considerar a teoria de direção da atividade de estudo de Talízina (1988) como um guia da atividade de ensino e aprendizagem. Por outro lado, tem-se a teoria de Galperin (2011), sob a perspectiva de que a formação de habilidades ocorre por etapas mentais. Quanto à natureza das tarefas didáticas e das operações das ações destinadas à resolução de problemas, há o problema discente de Majmutov (1983). O alinhamento do processo de modelagem matemática com sistema didático Galperin-Talízina-Majmutov a ser desenvolvido em sala de aula completa a novidade de pesquisa.

Para se alcançar o objetivo de analisar as possíveis contribuições da Atividade de Situações Problema Discente de Modelagem Matemática (ASPD de MM) como metodologia de aprendizagem na formação de habilidades envolvidas na construção de modelos matemáticos, três objetivos específicos são estabelecidos: i) Diagnosticar o nível de partida dos estudantes com relação às habilidades na prática de modelagem matemática; ii) Verificar a contribuição do Esquema da Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA) na formação de habilidades dos estudantes por meio da ASPD de MM; iii) Analisar o desenvolvimento das etapas mentais dos estudantes após implementação do sistema didático.

Pode-se afirmar que os primeiros resultados desse trabalho advêm da pesquisa bibliográfica, que forneceu os subsídios teóricos para a elaboração das tarefas de modelação e determinação do EBOCA de Modelagem Matemática (EBOCA de MM), preponderantes para a execução da ASPD de MM. No tocante às tarefas, Majmutov (1983) atrela um carácter didático-pedagógico aos

problemas ascendentes das contradições que emergem das situações mediante a consciência do aluno. Uma vez consciente dessa contradição, isto é, do que lhe é conhecido e desconhecido durante a busca da solução, o problema (em sua forma objetiva na tarefa) se transforma em problema discente (forma subjetiva) no pensamento do estudante.

A análise dos tipos de contradições, procedimentos, solução do problema discente e o nível de independência apontados por Majmutov (1983) permitiu a classificação de três tipos de tarefas de modelação: 1) na tarefa, é apresentada a situação problema com os dados conhecidos, bastando, ao aluno, a busca do desconhecido, o modelo para a solução; 2) a tarefa é apresentada, porém cabe, ao aluno, a investigação de mais dados e procedimentos para a construção do modelo matemático; 3) a tarefa é apresentada, mas compete, ao aluno, a condução de grande parte do processo (WAKIYAMA; MENDOZA, 2021).

No que se refere ao EBOCA de MM, as habilidades (ações) foram determinadas, inicialmente, a partir do estudo das fases de modelagem propostas por diferentes autores. Posterior a isso, verificou-se a convergência das fases de modelagem entre si, estabelecendo-se uma mesma classe de operações e ações invariantes, conforme descritas no Quadro 1.

Quadro 1: EBOCA de MM

1ªção - Habilidade de formular o problema discente		
Fases de MM	Operação da Ação	Operação de Controle
BI - Percepção e Apreensão	O1. Identificar os elementos conhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos relacionados ao problema.	C1. Identificou os elementos conhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos do problema?
	O2. Definir ou identificar os elementos desconhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos do problema.	C2. Definiu os elementos desconhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos do problema?
BH - Interação: Situação e Familiarização	O3. Reconhecer a contradição gerada da situação problema.	C3. Reconheceu a situação problema?

CA - Problematizar; Elaborar suas próprias perguntas; AF - Formulação do Problema	O4. Determinar ou identificar o conhecimento a ser buscado.	C4. Determinou ou identificou o conhecimento a ser buscado?
<b>2ª ação - Habilidade de construir o núcleo conceitual e procedimental</b>		
BU-Levantamento dos problemas; AF-Processo investigativo; CA- Desenvolver por meio da pesquisa	O5. Selecionar os conceitos e procedimentos conhecidos necessários para a solução do problema discente.	C5. Selecionou os conceitos e procedimentos conhecidos necessários para a solução do problema discente?
BA-Experimentação; BU- Pesquisa exploratória	O6. Atualizar outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com os desconhecidos.	C6. Atualizou outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com os desconhecidos?
BA-Abstração; BH- Matematização;	O7. Encontrar estratégia(s) de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e desconhecidos.	C7. Encontrou uma estratégia de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e desconhecidos?
<b>3ª ação - Habilidade de solucionar o problema discente</b>		
BI-Explicitação; AF- Representação matemática; BH-Modelo Matemático BU-Resolução dos problemas	O8. Construir o modelo matemático a partir das relações formuladas em termos teóricos e/ou matemáticos.	C8. Construiu o modelo matemático?
	O9. Aplicar a(s) estratégia(s) para relacionar o modelo aos procedimentos conhecidos e desconhecidos.	C9. Aplicou corretamente a(s) estratégia(s) de solução para relacionar os procedimentos conhecidos e desconhecidos?
BA-Resolução; BH- Resolução	O10. Determinar o buscado.	C10. Determinou o buscado e/ou objetivo?
<b>4ª ação - Habilidade de Analisar a solução</b>		
BA-Validação; BH-Interpretação, Validação; AF-Análise da resposta	O11. Verificar se a solução corresponde ao objetivo, dados e condições do problema discente. Se ok, avançar para a operação O14.	C11. Verificou a solução corresponde com objetivo, dados e condições do problema discente? Caso sim, pular para o controle C14.
	O12. Rever hipóteses, simplificações e dados caso o modelo encontrado não atenda à operação O11.	C12. Identificou e corrigiu hipóteses e/ou simplificações e/ou dados incorretos?
BA-Modificação	O13. Confirmar ou corrigir o objeto buscado.	C13. Confirmou ou corrigiu o modelo?
BI - Significação e Expressão; BA-Aplicação; CA-Refletir e tirar suas próprias conclusões; AF- Comunicação de resultados; BU-Análise crítica das soluções.	O14. Refletir acerca dos resultados obtidos e prever as melhores decisões diante do desconhecido.	C14. Houve análise crítica dos resultados diante do problema discente?
<p>Legenda*: BA: Bassanezi; BI: Biembengut; CA: Caldeira; AF: Almeida e Ferruzzi; BU: Burak; BH: Biembengut E Hein.</p> <p>*Autores citados por Cararo e Klüber (2017) e as fases de modelagem por eles descritas.</p>		

Fonte: Wakiyama; Mendoza, 2021.

As quatro habilidades, formular o problema discente, construir o núcleo conceitual e procedimental, solucionar o problema discente e analisar a solução, retratam as ações requeridas no processo de modelagem matemática que se deseja desenvolver nos estudantes, sob a perspectiva da resolução do problema discente de Majmutov (1983). Tem-se, na formação das ações mentais em etapas propostas por Galperin (2011), a estratégia de internalização das quatro ações supracitas, inicialmente, materializada no EBOCA de modelagem. A teoria é concebida em etapas que se caracterizam pelas mudanças operadas em cada uma das características da ação.

Nina Talízina (1988), destacada colaboradora de Galperin, organizou as qualidades características da ação em primárias, as quais dizem respeito ao *caráter generalizado*, *caráter explanado*, *caráter assimilado* e *à forma*; secundárias, que são dependentes das primárias e referem-se ao *caráter razoável*, *caráter consciente*, *caráter abstrato* e *à solidez* da ação.

Segundo Galperin (2011), o sistema de condições que garantem esses parâmetros apresenta cinco etapas fundamentais: *elaboração da Base Orientadora da Ação* (E1); *formação da ação em forma material ou materializada* (E2); *formação da ação em linguagem verbal externa* (E3); *formação da ação em linguagem externa para si* (E4); *formação da ação em linguagem interna* (E5). Talízina (1988) acrescenta, a esta estrutura, a *etapa motivacional*, considerada a etapa zero (E0).

Ao atentar-se à transformação das ações externas do objeto em internas, a direção efetiva do processo docente-educativo é possível ao ser desenvolvido um sistema de exigências, centrado na interação entre o objeto e o estudante. A primeira direção é definir o *objetivo de ensino* da atividade cognoscitiva (D1), a segunda é o conhecimento do *nível de partida* (D2), o diagnóstico dos estudantes, e a terceira exigência consiste em *transitar pelos diferentes estados do processo de assimilação* (D3). A quarta se refere à *retroalimentação do processo* (D4), também intitulada de retorno sistemático, e a quinta é a *correção do processo* de assimilação (D5) (TALÍZINA, 1988).

A estratégia metodológica da pesquisa segue o modelo incorporado (quali-quant), com ênfase qualitativa, referente à análise a partir dos resultados preliminares produzidos via análise quantitativa. O Quadro 2 mostra os quatro momentos da pesquisa, seus objetivos bem como os métodos e instrumentos utilizados pela pesquisadora para alcançar tais objetivos.

Quadro 2: Momentos, objetivos, aplicação de instrumentos e métodos

Momentos	Objetivo	Aplicação de instrumentos e métodos
1º-Diagnóstico inicial da turma	Determinar o nível de partida ou desenvolvimento real dos estudantes.	Aplicação da prova pedagógica diagnóstica e organização dos resultados em planilha. Análise das respostas do questionário.
2º-Planejamento da ASPD	Elaborar a sequência didática de acordo com o diagnóstico inicial da turma e modo de ensino.	Planificação da ASPD de MM em sequência didática. Preparação dos tipos de tarefas.
3º-Intervenção	Executar as etapas das ações mentais para formação de habilidades em modelagem sob direção de estudo da atividade.	Aplicação das tarefas de modelação. Verificação das ações do EBOCA executadas pelos estudantes. Registro das ações primárias e secundárias dos estudantes nos guias de observação.
4º- Análise dos resultados	Estimar o nível de ação mental alcançado pelos estudantes após intervenção.	Averiguação das respostas do questionário final. Triangulação e análise dos resultados.

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

A pesquisa foi realizada nos períodos de 2021/1, 2021/2 e 2022/1 nas disciplinas de Instrumentação de Ensino de Matemática (IEM) I, II e III, respectivamente. Pelo momento pandêmico emergencial, as aulas em IEM I e II foram remotas e, em IEM III, presenciais, no Campus Manaus. Dessas turmas, 14 estudantes de IEM I aceitaram participar da pesquisa, dos quais, dez prosseguiram para IEM II. Apenas três continuaram em IEM III e, além desses, matriculam-se sete novos discentes participantes nesta última disciplina.

Na verificação das habilidades no diagnóstico inicial, os acadêmicos não externalizaram a ação de analisar (para validar) o modelo encontrado, incluindo falhas na compreensão das relações entre o conhecido e desconhecido, bem como na construção de modelos. E, ainda, o desempenho insatisfatório diante de tarefas de modelagem e o desempenho satisfatório na resolução da tarefa proposta com características de exercício endossam a necessidade de intervenção (WAKIYAMA; MENDOZA, 2021).

Com a triangulação dos dados advindos das tarefas, guias de observação e questionários, foi possível se tecer a análise e estimar o estágio ou etapa mental alcançados pelos estudantes e suas percepções, resultante da intervenção da ASPD de MM. Dos participantes, 23% alcançaram a forma materializada das ações, isto é, a parte da ação permanece relacionada a suas representações. O ponto de partida para prosseguirem na formação das habilidades está consolidado, posto que experienciaram, por completo, a etapa do *fazer e realizar* as tarefas com situações problema de algumas contradições esperadas para a prática de modelagem, mesmo com o apoio dos colegas e da professora pesquisadora, continuando na zona de desenvolvimento próximo.

A maioria dos participantes da pesquisa (54%) desenvolveu a linguagem verbal externa. Já não há um movimento especial de uma parte material a outra, há o *saber explicar* as ações realizadas. No tocante ao nível de desenvolvimento atual, os estudantes em questão demonstram condições de iniciar uma nova etapa materializada com tarefas do tipo 3 de modelagem. De acordo com os níveis de independência cognitiva de Majmutov (1983), os acadêmicos conseguem formular o problema discente a partir de novos dados e novas condições bem definidos na tarefa, o que pressupõe menos traços investigativos e exploratórios, porém já apresentando gradativa autonomia e efetividade da assimilação.

Ademais, 23% dos estudantes, cujas ações adquiriram a generalização mais profunda, abreviaram e chegaram ao estágio de formação da ação em linguagem externa para si. A atividade cognoscitiva desses acadêmicos abarca todas as etapas do processo de solução de um problema, já formulado por eles, mediante análises independentes das situações problema. Essas são características do pensamento criativo em um nível elevado de independência e efetividade da aprendizagem problémica (MAJMUTOV, 1983).

As habilidades de dez estudantes estão ainda se consolidando. A quarta ação se mostrou a mais desafiadora, como mencionado na fala transcrita de um(a) estudante: “*essa foi a que mais tive dificuldade, um pouco mais complicada*”. Uma das possíveis razões é o acréscimo de uma ação ao esquema

de resolução sem vínculos com as experiências vivenciadas anteriormente, diferentemente das outras ações que parecem mais familiares ao estudante. Outra razão é a concerne às questões que se situam na dimensão do conhecimento reflexivo e crítico dos alunos, o que refletiu, de fato, nos resultados referentes à ação em evidência.

Já os licenciandos que internalizaram as ações podem aprimorar suas bases orientadoras a cada nova situação problema enfrentada. Os demais podem prosseguir na resolução das tarefas de modelação, sob a orientação da BOA materializada, até que alcancem as habilidades desejadas na prática de modelagem.

O EBOCA de MM, perpassando pelas etapas de Galperin, sob a direção de atividade de estudo de Talízina, permitiu uma compreensão mais profunda dos licenciandos nas operações necessárias para determinação do modelo matemático de situações problema em um sistema progressivo de contradições dispostas, segundo Majmutov. Ao final da ASPD de MM, todos os estudantes adquiriram consciência funcional das quatro ações do EBOCA como um guia operacional para resolução do problema discente.

## Referências

BRASIL. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Distrito Federal: MEC, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 3 nov. 2023.

CARARO, E. F. F.; KLUBER, T. E. Concepções de Modelagem Matemática na Formação de Professores em Modelagem Matemática. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 14., 2017, Cascavel: UNIOESTE-PR, 2017, p. 1–16.

D'AMBROSIO, U. *Educação matemática da teoria à prática*. Coleção perspectivas em educação matemática. 17. ed. Campinas: Papirus, 2009.

GALPERIN, P. Y. La formación de los conceptos y las acciones mentales. In: QUINTANAR, R. L; SOLOVIEVA, Y. (Org.). *Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño*. México: Trillas, 2011. p. 80-90.

MAJMUTOV, M. *La Enseñanza Problemática*. Habana: Pueblo y Revolución, 1983.

MENDOZA, H. J. G.; DELGADO, O. T. Proposta de um esquema da base orientadora completa da ação da atividade de situações problema discente. *Obutchénie*. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, [S. l.], v. 4, n. 1, p. 180–200, 2020. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/56482> . Acesso em: 3 nov. 2023. DOI: <https://doi.org/10.14393/OBv4n1.a2020-56482>.

WAKIYAMA, Y. N.; MENDOZA, H. J. G. Diagnóstico da aprendizagem por meio da atividade de situações problema discente em modelagem Matemática dos estudantes de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Amazonas. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, [S. l.], v. 12, n. 6, p. 1–25, 2021. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/3175> . Acesso em: 3 nov. 2023. DOI: <https://doi.org/10.26843/rencima.v12n6a05>.

TALÍZINA, N. *Psicologia de La Enseñanza*. Moscu: Editorial Progreso, 1988.

Recebido em novembro de 2023.  
Aprovado em fevereiro de 2024.