

A organização do ensino de fração na Educação Básica a partir do movimento lógico-histórico

The organization of fraction teaching in Basic Education from the logical-historical movement

Maria do Carmo de Sousa¹

RESUMO

O artigo² tem como objetivo discutir a necessidade de refletir, juntamente com professores de Matemática da Educação Básica, tanto nos cursos de licenciaturas, quanto nas escolas, as possibilidades de organizar o ensino de conceitos matemáticos, dentre eles o de fração a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem que se fundamentem no movimento lógico-histórico do conceito. Nesse contexto, “a fração pode ser entendida pelo menos de duas formas: como técnica operatória ou como linguagem, pensamento, criatividade e leitura do mundo” (LIMA, 1998, s/p), quando se compreendem seus nexos conceituais, grandezas e medidas, os quais são constituídos historicamente pelos diversos grupos sociais e culturais. Tem-se como pressuposto que o movimento lógico-histórico do conceito pode ser entendido como perspectiva didática para o ensino de Matemática. É a partir desse movimento que os professores da Educação Básica, ao tratarem dos conceitos matemáticos em suas salas de aula, podem priorizar o pensamento teórico da fração, de modo que esse seja capaz de proporcionar o desenvolvimento dos educandos, conforme os pressupostos da teoria histórico-cultural.

Palavras-chave: Situações desencadeadoras de aprendizagem. Pensamento teórico. Teoria histórico-cultural.

ABSTRACT

The article aims to discuss the need to reflect, together with teachers of Mathematics of Basic Education, both in undergraduate courses and in schools, the possibilities of organizing the teaching of mathematical concepts, among them fraction from learning triggering situations that are based on the logical-historical movement of the concept. In this context, “the fraction can be understood in at least two ways: as an operative technique or as language, thought, creativity and reading of the world” (LIMA, 1998, s/p) when one understands its conceptual concepts, quantities and measures, which are historically constituted by the various social and cultural groups. It is assumed that the logical-historical movement of the concept can be understood as a didactic perspective for the teaching of Mathematics. It is from this movement that the teachers of Basic Education, when dealing with mathematical concepts in their classrooms, can prioritize the theoretical thinking of the fraction, so that it is able to provide the development of students, according to the assumptions of historical-cultural theory.

Keywords: Learning triggering situations. Theoretical thinking. Historical-cultural theory.

¹ Docente do Departamento de Metodologia de Ensino (DME), da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Programa de Pós-graduação em Educação (PPGE) e Programa de Pós-graduação Profissional em Educação (PPGPE), Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5523-757X>. E-mail: mcdsousa@ufscar.br.

² O artigo é decorrente de pesquisa que conta com financiamento do CNPq.

1 Introdução

Em pleno século 21, mais precisamente, no ano de 2022, apesar da descoberta da vacina contra a Covid-19³, ainda estamos vivendo uma pandemia mundial que foi anunciada em março de 2020. Nesse contexto, as escolas brasileiras, especialmente, as públicas – que se mantiveram fechadas durante dois anos, em relação ao ensino presencial, mas que, desde abril de 2020 –, foram regulamentadas, pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), ações denominadas de atividades pedagógicas não presenciais⁴, estão sendo desafiadas a convencerem crianças e jovens a voltarem a estudar os conceitos das diversas áreas de conhecimento, dentre eles os de Matemática. Segundo Honorato e Nery (2020, p. 2)

Especificamente a Educação Escolar – da educação infantil à superior – teve primeiramente suas atividades suspensas e provavelmente será um dos últimos setores a reabrir suas atividades integralmente. E isso ainda não significará voltar à “normalidade”, até mesmo porque muitos impactos serão sentidos. A Covid-19 já provocou o fechamento de escolas afetando aproximadamente 87% da população estudantil mundial, algo em torno de 1,5 bilhão de alunos em 165 países, conforme registros da United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization [Unesco] (2020). Com efeito, as soluções tomadas para o “novo normal”, principalmente no formato de ensino não presencial, têm sido recebidas pelos sujeitos da escola como ações controversas.

Ou seja, diante de diversos desafios a serem enfrentados pelos professores de Matemática da Educação Básica, há um em especial: pensar em como organizar o ensino de Matemática da Educação Básica, de forma a romper com o que Skovsmose (2000) denominou paradigma do exercício.

Poderíamos nos perguntar: é possível romper com o paradigma do exercício, de forma que, tanto os professores de Matemática, quanto os alunos da Educação Básica possam se humanizar pela Matemática, segundo os pressupostos da teoria

³ A Covid-19 é uma infecção respiratória aguda causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, potencialmente grave, de elevada transmissibilidade e de distribuição global (FEDERAL, 2022, s/p).

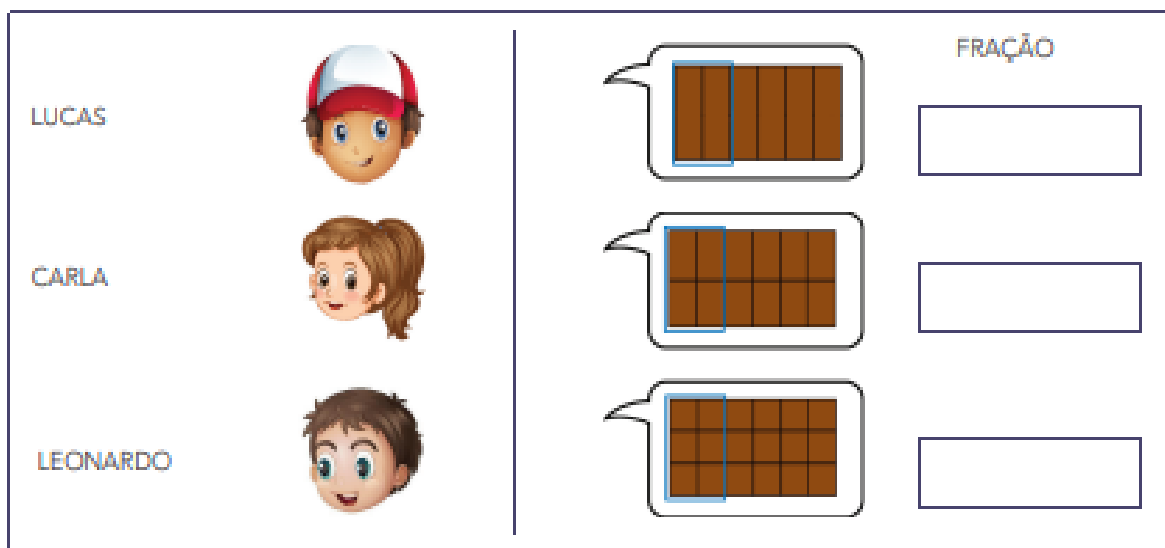
⁴ **Ensino fundamental anos finais e ensino médio** – A supervisão de um adulto para realização de atividades pode ser feita por meio de orientações e acompanhamentos com o apoio de planejamentos, metas, horários de estudo presencial ou *on-line*, já que nesta etapa há mais autonomia por parte dos estudantes. Neste caso, a orientação é que as atividades pedagógicas não presenciais tenham mais espaço. Entre as sugestões de atividades, está a distribuição de vídeos educativos (MEC, 28/04/2020, s/p).

histórico-cultural? De que modo o movimento lógico-histórico (KOPNIN, 1978) dos conceitos poderia contribuir com tal organização, considerando-se que, segundo Stamato (2003), a História da Matemática foi implementada, enquanto disciplina nos cursos de licenciatura de Matemática, há quase vinte anos?

Para começar a responder a essas perguntas, do ponto de vista da teoria histórico-cultural, as quais fazem parte da pesquisa que estamos desenvolvendo, intitulada: “História da Matemática na formação de professores da Educação Básica” (CNPq), é necessário retomar o que vem a ser o paradigma do exercício, uma vez que ele se manifesta quando os professores organizam o ensino, a partir dos pressupostos de Skovsmose (2000), no qual o que é ressaltado em sala de aula são os elementos perceptíveis dos conceitos (DAVYDOV, 1982). Há a predominância do uso de fórmulas, da memorização, do treinamento de exercícios e das avaliações. Exige-se uma única resposta para a solução de problemas. Nessa perspectiva, os professores da Educação Básica não fazem qualquer menção ao movimento lógico-histórico dos conceitos, já que o foco das aulas está na resolução de exercícios. Isso não quer dizer que os professores são os únicos culpados por fazer o ensino.

No caso específico do ensino de fração, ao analisarmos a proposta do Estado de São Paulo, intitulada “Currículo Paulista” (2022), que se fundamenta nos pressupostos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), publicada em 2017, constatamos que os materiais disponíveis aos estudantes e professores, para o 5.º ano da Educação Básica, ao menos inicialmente, priorizam os elementos perceptíveis do conceito e as representações, os quais advêm de figuras cujo ponto de partida são exemplos do cotidiano que envolvem a repartição, em partes iguais, de pizzas, chocolates, etc., conforme mostram as aulas 7 e 8, denominadas pelos autores de “Os números racionais” e cujo objetivo é “resolver problemas com números racionais na representação fracionária e decimal” (SEE/SP, 2022, p. 249)

Depois de resolver o desafio proposto pelo seu pai, Lucas chamou seus irmãos para comerem a barra de chocolate que sua mãe havia comprado para eles. Paula comprou uma barra de chocolate do mesmo tamanho para cada um deles, que não comeram a barra inteira. Guardaram o restante para depois do jantar. Escreva a fração que representa o pedaço que cada um comeu da sua barra de chocolate:



Fonte: Caderno aprender sempre (SEE/SP, 2022)

Em seguida, os autores apresentam a seguinte definição: “um número racional tem duas representações: a fracionária e a decimal” (SEE/SP, 2022, p. 250).

Nesta proposta de organização do ensino da fração, os professores são convidados a se preocuparem com a representação da fração, na forma de a/b , onde a é chamado de numerador e b , o denominador e diferente de zero. O ponto de partida da aula é um exemplo do cotidiano, e o foco, as representações.

Não é à toa que os estudos de Alves (2018, p. 216), feitos no Norte do país sobre o ensino de frações, apontam que “as aulas referentes ao conteúdo de Fração, no sexto ano (...) mostram que 84% dos alunos indicaram que docentes iniciaram suas aulas pela definição seguida de exemplos e exercícios, portanto, da maneira tradicional”. O que muda na proposta aprovada pela Secretaria do Estado de São Paulo?

Apenas a ordem. Os exemplos do cotidiano antecedem a definição, mas o foco ainda está na representação, portanto, no aspecto operacional da fração. No terceiro momento, as orientações dos autores estão diretamente relacionadas à resolução de exercícios, os quais ora são denominados problemas, ora atividades (SEE/SP, 2022). Exigem apenas uma única resposta, conforme apontam os estudos de Skovsmose (2000).

Por último, os autores do Currículo Paulista sugerem que os professores avaliem os estudantes, por meio de autoavaliações. Há de se considerar ainda que o caderno de Matemática do 5.º ano está integrado ao de Língua Portuguesa e procura contextualizar o que os autores denominaram sequências didáticas, as quais são compostas por exercícios que passaram a ser chamados problemas e atividades.

Essa forma de organizar o ensino vem de longa data. É designada tradicional por Alves (2018) e tem se mostrado ineficiente, uma vez que os alunos não têm a compreensão desse conceito, conforme apontam os estudos de Dionizio et al (2019). Por esse motivo, faz-se necessário perguntar: por que ensinar o conceito de fração? Para que serve esse conceito? Haveria outra forma organizar o ensino do conceito de fração na Educação Básica?

Podemos responder essas perguntas sob dois pontos de vista: do paradigma do exercício e do movimento lógico-histórico do conceito.

Se o ponto de partida continuar tendo como foco apenas a representação decorrente de exemplos do cotidiano, como indica a BNCC (2017) e, conseqüentemente, alguns currículos, como é o caso do Currículo Paulista (2020), podemos concordar com aqueles que defendem que o conceito de fração não tem importância porque se torna apenas operacional (LIMA, 1998) e, por esse motivo, juntamente com as operações, pode ser abolido dos currículos. Dessa forma, licenciandos e professores de Matemática não precisam estudá-lo para ensiná-lo.

Se o ponto de partida for o movimento lógico-histórico do conceito, faz-se necessário que licenciandos e professores tenham conhecimento dos nexos conceituais (internos e externos) que se apresentam no conceito de fração.

Desse ponto de vista, o do movimento lógico-histórico do conceito, a organização do ensino de fração tem como principal objetivo a apropriação pelos alunos da Educação Básica, do pensamento teórico em relação ao conceito de fração. Nesse sentido, a fração poderá contribuir com que crianças e jovens possam analisar a realidade que os cercam, a partir de elementos fundamentais, os quais são chamados de nexos conceituais (internos e externos) que envolvem a medida e as grandezas (contínuas e discretas), por exemplo, para além da representação e das operações.

Há, aqui, a possibilidade de se romper com o paradigma do exercício. Ou, ainda, com o ensino de fração que prioriza apenas o aspecto operacional, em detrimento do conceitual. Para tanto, faz-se necessário que os professores de Matemática e licenciandos tomem conhecimento do que Moura (2010), inspirado nos estudos de Leontiev, denomina atividade de ensino (AE) e atividade orientadora de ensino (AOE), uma vez que

A atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante. Ela deve criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade. É com essa intenção que o professor planeja a sua própria atividade e suas ações de orientação, organização e avaliação. (MOURA, 2010, p. 90).

Aqui, a definição feita por Moura (2010) se diferencia do que os autores do Currículo Paulista chamam de atividade. O mesmo autor defende a AOE como possibilidade de mediação para se organizar o ensino de Matemática, considera a humanização daqueles que ensinam e daqueles que aprendem, uma vez que os processos de ensino e aprendizagem não estão dissociados das experiências histórico-culturais dos sujeitos, porque professores e alunos estão em atividade. Além disso, os conceitos tratados nas salas de aula têm história, portanto, estão em movimento, uma vez que não estão prontos e acabados.

Essa forma de organizar o ensino, que tem como pressupostos teóricos e metodológicos a AE e AOE, presume a necessidade de licenciandos e professores de Matemática estudarem como aprender a elaborar e desenvolver situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) que considerem o movimento lógico-histórico do conceito, enquanto perspectiva didática. Tal movimento pressupõe o estudo e a análise de nexos conceituais (internos e externos). Portanto, as SDA os contêm.

É sobre a necessidade de refletir, juntamente com professores de Matemática da Educação Básica, tanto nos cursos de licenciaturas, quanto nas escolas, as possibilidades de organizar o ensino de conceitos matemáticos, dentre eles o de fração, a partir de SDA, que se fundamentem no movimento lógico-histórico do conceito de que trata este artigo.

No próximo item, apresentaremos os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa, em seguida, discutiremos a organização do ensino de fração na Educação Básica, a partir de duas perspectivas: BNCC (2017) e do movimento lógico-histórico do conceito. Por último, faremos as considerações finais.

2 Fundamentos teóricos e metodológicos

Ao defendermos o movimento lógico-histórico dos conceitos nas salas de aula, deve-se considerar que, apesar dos avanços tecnológicos – especialmente, aqueles indicados às atividades não presenciais⁵ e das novas exigências que se apresentam à sociedade atual –, não há como deixar de chamar a atenção e insistir, mais uma vez, no fato de que, quando analisamos o ensino de Matemática que vem sendo ministrado na Educação Básica, constatamos que pouquíssimas mudanças foram feitas, no que diz respeito à sua organização.

Nesse sentido, ainda que Davidov (1988) tenha feito essa observação, há mais de trinta anos, no contexto russo, a partir de estudos relacionados aos “princípios didáticos da escola tradicional e possíveis princípios de ensino no futuro próximo” (p. 143), temos que reconhecer, assim como o autor, que

Realmente, no curso de centenas de anos a finalidade social principal da educação massiva consistiu em inculcar na maior parte dos filhos dos trabalhadores só aqueles conhecimentos e habilidades, sem os quais é impossível obter uma profissão mais ou menos significativa na produção industrial e na vida social (saber escrever, contar, ler; ter ideias elementares sobre o circundante). A escola primária realizava estes objetivos e atuava como etapa primeira e única na educação da maior parte da população; etapa que preparava diretamente as crianças para a atividade de trabalho em qualidade de força de trabalho mais ou menos qualificada ou para a aprendizagem profissional em especialidades relativamente simples. A solução desta tarefa

⁵ A transferência realizada, em poucas semanas, do modelo escolar convencional para o modelo *on-line*, ou para as fórmulas mistas entre o relacionamento telemático e a tutoria personalizada, fez-nos pensar que estávamos diante de uma revolução das estratégias, currículos e métodos da educação formal, com conquistas muito rápidas e positivas, como a universalização das inovações digitais, a efetividade da interação não presencial, a colaboração das famílias, a abertura para novos cenários e outros. Muitas das aspirações que levamos décadas formulando como desiderato foram parcialmente realizadas ou foi visto que podem ser expectativas plausíveis para o futuro.

social correspondia por inteiro o conteúdo utilitário-empírico que dava a escola primária tradicional e aqueles métodos de ensino que se formaram nela ao longo de muitos anos. (DAVYDOV, 1988, p. 144).

Como estamos no ano de 2022, no contexto brasileiro, ao terminarmos de ler a citação, poderíamos questionar o autor sobre sua validade, com o argumento de que, como se passaram mais de três décadas desta análise, aqui no Brasil, a escola obrigatória se expandiu. Atualmente, as crianças ficam pelo menos 12 anos aprendendo mais do que ler, escrever e contar e, a partir da publicação da BNCC (2017), o foco dos processos de ensino e aprendizagem está no desenvolvimento de habilidades⁶.

Se concordarmos com Davidov (1987) e considerarmos seus argumentos de que a escola – em sua prática social, por meio dos princípios didáticos, por eles elencados – tem priorizado o raciocínio empírico para garantir que crianças e jovens consigam desenvolver tarefas, estritamente cotidianas; se analisarmos, como ocorre o ensino de Matemática, dentre eles, o ensino de fração, constataremos que a própria BNCC (2017) e os currículos, que se fundamentam nesse documento, – como é o caso do Currículo Paulista (2022) –, podem induzir os professores a organizarem o ensino do conceito de fração de forma a priorizar o pensamento matemático empírico-discursivo, mediante propostas que consideram quatro momentos distintos, estudados por Lima (1998): 1) mostrar o conceito; 2) demonstrar o funcionamento do conceito; 3) treinar o conceito e 4) avaliar o conceito.

Essa forma de ensinar a fração se dá sob o argumento de que os alunos precisam relacionar os conceitos matemáticos tratados nas escolas com o cotidiano e, ao mesmo tempo, serem aprovados nas avaliações, internas e externas, incluindo-se aí o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e os vestibulares.

⁶ Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2017, p. 8).

Entendemos que essa forma de organizar o ensino, que dia a dia se torna memorístico aos alunos, está fundamentada no que Davydov (1982) denominou didática tradicional, a qual desconsidera os nexos conceituais (internos e externos) presentes nos conceitos que são ensinados na escola. Aqui, prioriza-se o pensamento empírico, o estudo dos elementos perceptíveis dos conceitos.

No caso específico do conceito de fração, o foco do ensino está no aspecto simbólico: a/b , onde a é definido como numerador, b é denominador e, necessariamente, tem que ser diferente de zero, bem como nas operações e regras para resolver os exercícios. É por esse motivo que concordamos com Libâneo (2004), quando afirma que

(...) a didática precisa incorporar as investigações mais recentes sobre modos de aprender e ensinar e sobre o papel mediador do professor na preparação dos alunos para o pensar. Mais precisamente, será fundamental entender que o conhecimento supõe o desenvolvimento do pensamento e que desenvolver o pensamento supõe metodologia e procedimentos sistemáticos do pensar. (LIBÂNEO, 2004, p. 6).

Para que a Didática possa rever e ampliar os princípios que regem as escolas tradicionais, para princípios que estejam mais adequados com o que Davidov (1988) chamou de “ensino no futuro próximo”, o qual, na nossa concepção, já deixou de ser *próximo* porque já chegou, pois entramos no século 21 e temos uma nova realidade mundial, após um longo período de pandemia, da Covid19, faz-se necessário considerar

(...) os novos princípios da escola. Logicamente, em todo ensino deverá conservar-se a vinculação e a “sucessão” dos conhecimentos, porém se deverá tratar de um enlace entre estágios qualitativamente diferentes do ensino, diferentes tanto pelo conteúdo como pelos procedimentos utilizados para poder chegar este conteúdo às crianças. (DAVIDOV, 1988, p. 150).

Nesse sentido, a educação dos conceitos deve considerar os princípios da atividade e do caráter objetal como forma de abolir uma estrutura de ensino que procura, há séculos, preservar apenas “a interpretação tradicional do princípio do caráter consciente” (DAYDOV, 1982, p. 150). Do contrário, o

dogmatismo metodológico pode estar diretamente relacionado ao paradigma do exercício, antítese do movimento lógico-histórico do conceito que é rejeitado por aqueles que elaboram os currículos, dentre eles, o Currículo Paulista.

É como se os conceitos tivessem que ser aprendidos para serem utilizados imediatamente, ou seja, prioriza-se o pensamento empírico-discursivo (DAVYDOV, 1982) em detrimento do pensamento teórico, que necessita do entendimento dos nexos conceituais (internos e externos) dos conceitos.

Nesse sentido, do ponto de vista da teoria histórico-cultural,

Temos de considerar, portanto, duas inter-relações fundamentais na didática: primeiro, o humano, constituído pelo professor, seus estudantes, o grupo em interação constante e fecunda; segundo o cultural, formado pelos objetivos, conteúdos, método-formas de organização, avaliação. Será sempre grave distorção da perspectiva didática o atribuir importância ou ênfase exagerados ao conteúdo ou ao método, como se fossem únicos ou decisivos da situação; serão valiosos só enquanto contribuírem com ao desenrolar e formar a personalidade dos estudantes (...). Ressaltemos que a didática abarca também os princípios gerais, os critérios e as normas práticas que regulam toda a atuação docente, enquadrando-a em um conjunto racional de amplo sentido e direção. (FERNÁNDEZ, 2007, p. 5-6).

Ou seja, o movimento lógico-histórico dos conceitos pode ser considerado didático para a Matemática, porque abrange as duas inter-relações propostas por Fernández (2007, p. 5-6): o humano e o cultural.

Ao assumirmos que, tanto os novos princípios didáticos, quanto o pensamento teórico dialético devem fazer parte da Didática e, conseqüentemente, nortear a organização do ensino de Matemática, quer seja nas escolas da Educação Básica, quer seja, na Educação Superior, mais precisamente, nos cursos de licenciatura de Matemática, estamos defendendo que

O estudante deve aprender a contextualizar histórica e socialmente sua atividade profissional, perguntando-se pelo significado social dos conteúdos que transmite e dos métodos e formas que usa dentro do conjunto das relações sociais vigentes. Isto significa situar os fenômenos do ponto de vista de seu desenvolvimento histórico-classista. (FERNÁNDEZ, 2007, p. 4).

Nesse contexto, os professores que já lecionam matemática e os licenciandos e, conseqüentemente, os alunos da Educação Básica, passam a ter contato com outro tipo de organização de ensino de Matemática, muito diferente daquele que promove o treinamento e a fragmentação dos conceitos matemáticos.

Mas como organizar o ensino de Matemática, em escolas brasileiras, considerando-se as particularidades de cada escola, professores e alunos, bem como os novos princípios didáticos e o pensamento teórico dialético, de forma a romper com a Didática tradicional?

Para levar à formação do pensamento teórico, é preciso que o ensino de conceitos científicos esteja assentado em procedimentos didáticos voltados para a apropriação do conceito como atividade mental, o que em muito se diferencia do modelo de ensino conceitual próprio da tradição escolar e materializado em livros didáticos e apostilas. Organizar o ensino nessa perspectiva é, portanto, um grande desafio já que implica trilhar caminhos ainda pouco conhecidos. (SFORNI, 2015, p. 377).

Isso quer dizer que, ao priorizarmos o pensamento teórico nas salas de aula da Educação Básica, precisamos nos desafiar, juntamente com licenciandos e professores de Matemática, a elaborar e organizar propostas que considerem os aspectos históricos dos conceitos, os quais precisam ser apropriados pelas crianças e jovens.

Dessa forma, nestes novos tempos de implementações curriculares nas escolas, a partir da BNCC (2017), há de se considerar, veementemente, que

Ao defender um ensino voltado para o desenvolvimento do pensamento teórico pelos estudantes, nosso objetivo não é criar uma Didática com base na Teoria Histórico-Cultural e sim identificar alguns princípios que possam orientar os professores nos momentos de planejamento, execução e avaliação do ensino. Os estudos de Moura (1996; Moura, 2001; Moura, 2010), Núñez (2009) e, mais recentemente, de Nascimento (2010) também apontam princípios ou ações didáticas com base nessa perspectiva teórica e, assim, foram tomados como referência em nosso trabalho. (SFORNI, 2015, p. 381).

A autora supracitada, a partir do desenvolvimento de pesquisas que consideram experimentos didáticos, fundamentados na perspectiva histórico-cultural, apresenta-nos cinco princípios que podem orientar a ação dos professores, no que diz respeito à organização do ensino: “1. Princípio do ensino que desenvolve;

2. Princípio do caráter ativo da aprendizagem; 3. Princípio do caráter consciente; 4. Princípio da unidade entre o plano material (ou materializado) e o verbal; 5. Princípio da ação mediada pelo conceito” (SFORNI, 2015, p. 382). Entendemos que esses princípios se aproximam daqueles elaborados por Davidov (1988) e não estão presentes na BNCC (2017).

A partir dos estudos de Davydov (1982), Davidov (1987) e Fernández (2007), que tratam da Didática, bem como os estudos de Sforni (2015), que nos apresentam os princípios didáticos que seriam adequados às escolas brasileiras, constatamos que, os três pesquisadores sugerem que o movimento lógico-histórico dos conceitos frequente as salas de aula. Dessa forma, propomos que tal movimento seja compreendido enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática. Nesse contexto, as SDA são organizadas pelos professores

[...] a partir dos seus objetivos de ensino que, como dissemos, se traduzem em conteúdos a serem apropriados pelos estudantes no espaço de aprendizagem. As ações do professor serão organizadas inicialmente visando colocar em movimento a construção da solução da situação desencadeadora de aprendizagem. Essas ações, por sua vez, ao serem desencadeadas, considerarão as condições objetivas para o desenvolvimento da atividade: as condições materiais que permitem a escolha dos recursos metodológicos, os sujeitos cognoscentes, a complexidade do conteúdo em estudo e o contexto cultural que emoldura os sujeitos e permite as interações socioafetivas no desenvolvimento das ações que visam ao objetivo da atividade – a apropriação de certo conteúdo e do modo geral de ação de aprendizagem. Em outras palavras, os sujeitos, mobilizados a partir da situação desencadeadora, interagem com os outros segundo as suas potencialidades e visam chegar a outro nível de compreensão do conceito em movimento. Além disso, o modo de ir se aproximando do conceito também vai dotando-o de uma qualidade nova ao ter que resolver problemas, pois, além de ter aprendido um conteúdo novo, também adquiriu um modo de se apropriar de conteúdos de um modo geral. A situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico. (MOURA, 2010, p. 222-3).

Defendemos que as AE e, conseqüentemente, as SDA considerem: a) o desenvolvimento histórico do conceito, ou seja, o movimento lógico-histórico do conceito que está sendo estudado; b) os momentos dialéticos de sua formação e c) a vivência na participação dos sujeitos vinculada a um processo reflexivo-ativo-explicativo, dimensionado pela dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe.

2.1 Materiais e métodos

A pesquisa é qualitativa, de cunho teórico, e caracterizada, segundo Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 102-103), como “bibliográfica ou histórico-bibliográfica” (...). Esse tipo de pesquisa é também chamado de estudo documental, com ênfase nos “estudos tipicamente históricos”, uma vez que são utilizadas “fontes primárias”, tais como: teses, dissertações, artigos e projetos políticos pedagógicos como forma de coletar as informações.

A metodologia do estudo se compõe dos seguintes momentos e estratégias:

1) A realização da análise lógica do conteúdo, que consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico de conceitos tratados na Educação Básica. O estudo remete, necessariamente, a uma pesquisa bibliográfica que envolve tanto historiografias da Matemática, quanto as relações que envolvem as historiografias da Matemática e o movimento lógico-histórico.

2) A proposição de SDA de Matemática, que consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico e a análise e a elaboração de SDA de Matemática que tratem de conteúdos da Educação Básica. A elaboração das situações conta tanto com a participação de licenciandos do curso de Matemática da UFSCar, quanto com a participação dos professores da Educação Básica que desenvolvem pesquisas, em programas de pós-graduação em Educação (Acadêmico e Profissional), em nível de Mestrado e Doutorado que estejam inseridos do “Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de professores – Escola e Universidade (GPEFCom)”, o qual está sob a nossa coordenação.

3) Aprofundamento teórico sobre como a História da Matemática vem sendo inserida nos cursos de licenciatura de Matemática das universidades públicas federais brasileiras. Ela consiste em um estudo sobre projetos pedagógicos dos

cursos de Matemática de universidades públicas federais brasileiras, bem como o levantamento e a análise de teses, dissertações e artigos publicados em periódicos que tratem da mesma temática.

Dessa forma, este artigo está diretamente relacionado ao segundo momento, uma vez que trata da análise de SDA do conceito de fração que se fundamenta no movimento lógico-histórico dos conceitos feita *com* licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica em ações de formação.

Considera-se ainda o fato de que, apesar dos cursos de licenciaturas de Matemática brasileiros virem inserindo em seus currículos as disciplinas de História da Matemática, há quase vinte anos, segundo os estudos de Stamato (2003), o levantamento bibliográfico que fizemos até aqui (SOUSA, 2021) mostra que o foco das disciplinas não está na análise de historiografias que tenham como principal objetivo que licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica possam aprender a analisar nexos conceituais (internos e externos), presentes em historiografias, de forma a elaborar, com certa autonomia e desenvolver SDA, em suas salas de aula, a partir dos princípios didáticos indicados por Sforzi (2015). Ou seja, ao que parece, na maioria das disciplinas, o movimento lógico-histórico do conceito não é objeto de estudo.

Destacamos dois tipos de instrumentos a serem usados na pesquisa, aqueles que estão contribuindo para a construção dos fatos: os textos teóricos já produzidos e as SDA de Matemática que se fundamentam na teoria histórico-cultural, que estão sendo elaboradas, por pesquisadores, professores da Educação Básica e licenciandos. Esses instrumentos possibilitam considerar o movimento mais geral da pesquisa.

As SDA abrangem duas características essenciais para cumprir os objetivos da pesquisa: 1) Constituir-se em um instrumento de ensino e de pesquisa, isto é, ser planejada pela pesquisadora com ou sem a participação de licenciandos do curso de Matemática, da UFSCar e professores de Matemática da Educação Básica, tendo por meta a obtenção de dados reveladores da relação que podem envolver a organização do ensino na sala de aula. 2) Ser instrumento de formação dos

professores, especialmente, nos cursos de licenciaturas, ao lhes proporcionar a aprendizagem de como se elaboram SDA, a partir do movimento lógico-histórico.

A análise dos dados segue uma linha interpretativa, cuja característica é a particularização em vez da generalização de resultados. A busca não é de universais abstratos, aos quais se chega, segundo Moreira (1990), por meio de generalizações estatísticas, mas de universais concretos, que se atinge pelo estudo detalhado de um caso específico, localizado culturalmente. Para tanto estamos construindo categorias que representem como os licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica podem criar SDA de conceitos matemáticos, dentre eles, o de fração que considerem o movimento lógico-histórico.

3 A organização do ensino de fração na Educação Básica a partir da BNCC

Antes de apresentarmos SDA sobre o conceito de fração que considerem o movimento lógico-histórico, vamos nos remeter à BNCC, documento que tem fundamentado os currículos dos Estados brasileiros, desde o ano de 2017, para que possamos analisar quais são as orientações que os professores da Educação Básica recebem para organizar o ensino do conceito de fração nas aulas de Matemática. Segundo as recomendações dos autores que a elaboraram,

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas, etc. (BRASIL, 2017, p. 268).

Ou seja, nessa proposta, a fração passa a ser entendida como objeto de conhecimento, está inserida na unidade temática Números, enfatiza-se a

proporcionalidade em sua representação fracionária dos números racionais. Nota-se que não há qualquer menção ao movimento lógico-histórico desta. Subentende-se que a representação fracionária é suficiente para indicar, por exemplo, a noção de proporcionalidade. Esquece-se de indicar que fração, razão e proporção são conceitos diferentes, foram configurados, historicamente, em momentos diferentes. Possuem objetivos diferentes. O que há em comum entre eles é apenas a representação na forma de a/b , onde b é diferente de zero.

Os autores mostram preocupações com a representação fracionária, operações e relações que envolvem os campos numéricos dos naturais e dos racionais. Sugerem que, do 5.º ao 8.º anos, sejam tratados os seguintes objetos de conhecimento:

(5.º ano, p. 294): Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica; Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica; Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência; Cálculo de porcentagens e representação fracionária; Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita; Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais; (6.º ano, p. 300): Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal; Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais; (7.º ano, p. 306): Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador; Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações; (8.º ano, p. 312): Dízimas periódicas: fração geratriz (BRASIL, 2017, 294-312).

Apesar de os autores da BNCC (2017) sugerirem que os professores da Educação Básica podem organizar o ensino de frações, a partir de relações que envolvem os campos dos números naturais, as operações e as representações fracionárias, tais relações têm vínculo muito fraco, só operacional, dificultando

aos alunos relacionar os temas. Há pouca profundidade conceitual, o que explica as dificuldades dos alunos, segundo os estudos de Dionizio et al (2019).

Apesar desses estudos, ao analisarmos o Currículo Paulista (2022), constatamos que essa forma de organizar o ensino, que se fundamenta em habilidades, foi seguida à risca pelos autores que escreveram os cadernos referentes à organização do ensino do conceito de fração, na medida em que priorizam o aspecto operacional do conceito de fração, conforme apresentamos em parágrafos anteriores.

4 A organização do ensino de fração na Educação Básica a partir do movimento lógico-histórico

A partir dos pressupostos que apresentamos em parágrafos anteriores, temos sugerido que os professores de Matemática e os licenciandos elaborem e desenvolvam SDA sobre os conceitos, dentre eles, o de fração; que tenham como ponto de partida, nas aulas da Educação Básica, os nexos conceituais, com ênfase nos nexos internos, rompendo com a atual “formulação matemática contemporânea do conteúdo” (RADFORD, 2011, p. 16).

No caso específico do conceito de fração, o ensino tem se pautado nos elementos perceptíveis do conceito e na representação fracionária, a/b .

Entendemos que se faz necessário que licenciandos e professores compreendam que as frações representam uma “nova ampliação do reino dos números” (KARLSON, 1961, p. 50), pois

Deveras curioso é o fato de haver a humanidade pressentido já muito cedo a existência de outros números ao lado dos números inteiros. Por imposição das circunstâncias – nunca por iniciativa própria – o caçador se via às vezes obrigado a repartir um peixe ou uma caça, isto quando só lhe restava um único exemplar. Dividia-o então em duas metades, em quatro quartos ou num número ainda maior de frações, conforme a quantidade de bocas a saciar. A fome, como vemos, não foi só o melhor dos cozinheiros, mas também ótimo matemático. Ensinou à humanidade as frações, cujo nome lembra ainda hoje, em muitas línguas, o ato de fazerem pedaços. (KARLSON, 1961, p.50).

Karlson (1961, p. 51) nos aponta ainda que, para além dos caçadores, “todas as velhas civilizações, desde egípcios e babilônios até hindus e chineses, conheciam

sem exceção as frações, sabendo mesmo manejá-las com relativa destreza”. Não é à toa que “aquele fator prático de coerção, já mencionado, levou-os a ver nas frações a coisa mais natural do mundo” (p. 51). Há, aqui, a evidência palpável da “existência das frações próprias, como $1/2$; $3/4$; $5/7$; $17/89$. Um pequeno passo apenas leva daqui às frações impróprias, como $17/13$; $5\ 2/8$ ” (p. 51). Já

O cálculo com frações simples desenvolveu-se antes mesmo da regulamentação definitiva da divisão, que realmente não era – cumpre dizê-lo trabalho fácil enquanto faltava uma notação numérica adequada. (KARLSON, 1961, p. 51).

No caso de Caraça (1998), ao tratar do conceito de fração, apresenta-nos como ponto de partida o problema da medida. Ao analisá-lo, constrói tanto o campo racional, quanto suas propriedades. Para o autor, ao medir, necessitamos

1) Estabelecer um estalão único de comparação para todas as grandezas da mesma espécie; esse estalão chama-se unidade de medida da grandeza de que se trata – é, por exemplo, o centímetro para os comprimentos, o grama-peso para os pesos, o segundo para os tempos etc. 2) Responder à pergunta – quantas vezes? – (...), o que se faz dando um número que exprima o resultado da comparação com a unidade (...). Há, portanto, no problema da medida, três fases e três aspectos distintos – escolha da unidade; comparação com a unidade; expressão do resultado dessa comparação por um número. (CARAÇA, 1998, p. 30).

O mesmo autor afirma ainda que a operação da medição tem relações diretas com as propriedades privadas e o Estado, uma vez que,

em todas estas relações, que abrangem, por assim dizer, toda a actividade econômica dos possuídos da terra, é necessária a determinação cuidadosa de áreas, as quais dependem, segundo regras que a Geometria ensina, da medida de certas dimensões (CARAÇA, 1998, p. 31).

As historiografias de Karlson (1961) e Caraça (1998) nos apontam que podemos pensar em organizar o ensino de frações, na Educação Básica, de forma a considerar os nexos conceituais: grandezas (discretas e contínuas) e medida, a partir de problematizações que envolvem a realidade dos diversos

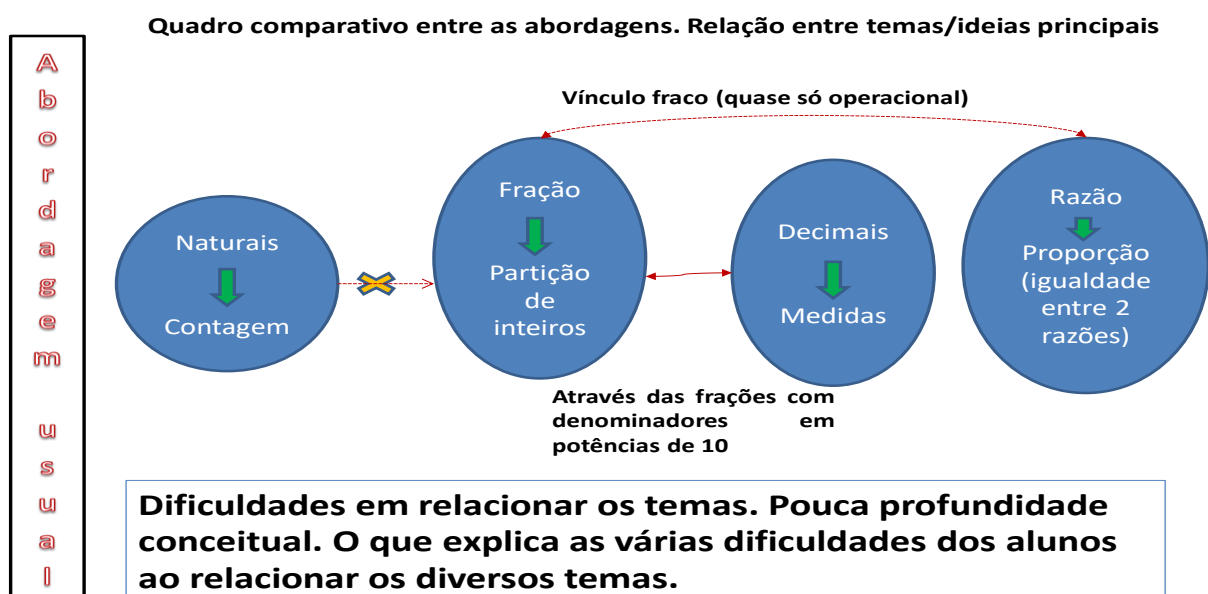
grupos sociais. Tais nexos são internos, enquanto as representações fracionárias são os nexos externos.

Dessa forma, para analisar os nexos conceituais que se apresentam nessa forma de pensar a fração e com o intuito de tornar nossa prática docente uma vivência do movimento recíproco entre teoria e prática, resolvemos oferecer, no segundo semestre de 2021, a atividade de extensão: “O ensino de fração, medidas e números decimais a partir da perspectiva lógico-histórica”, na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), no formato remoto, devido à pandemia de Covid-19.

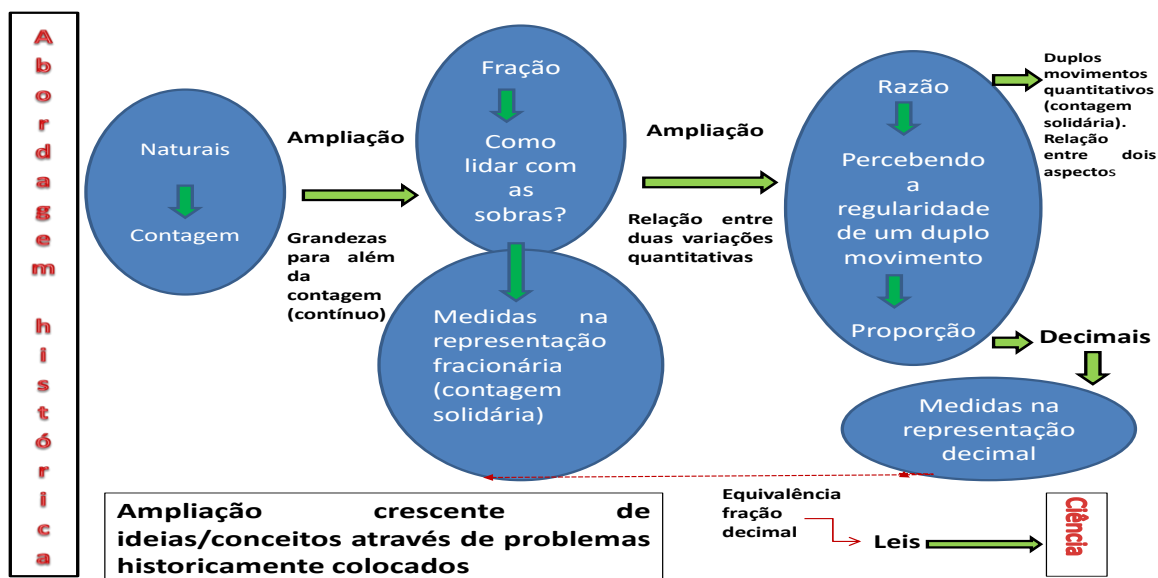
Nossa intenção era analisar, a partir dos estudos de Karlson (1961) e Caraça (1998), juntamente com licenciandos e professores de Matemática, da Educação Básica, SDA que envolvem os conceitos de fração, medidas e números decimais que se fundamentam no movimento lógico-histórico do conceito, de forma articulada enfatizando a ampliação dos números naturais, a partir de problemas historicamente estudados que tratam da medida e das definibilidades da fração, razão e proporção.

O quadro 1 compara as ideias defendidas pelos dois autores com aquelas que se apresentam tanto em vários livros didáticos, quanto na BNCC (2017).

Quadro 1: Comparação entre as abordagens tradicional e movimento lógico-histórico do conceito



Livros didáticos



Fonte: Grupo Caraça (2000)

Conforme mostra o Quadro 1, o movimento lógico-histórico nos permite compreender que o conceito de fração tem como nexos conceituais internos as grandezas contínuas e discretas, bem como as variações quantitativas. O campo dos números racionais é formado pelos conceitos de fração, razão e proporção, os quais no que dizem respeito às contagens de movimentos da vida que envolvem duplos movimentos. Por esse motivo, os números racionais nos permitem realizar contagens solidárias, enquanto os números naturais nos permitem fazer contagens solitárias. No caso dos números naturais, a contagem é feita a partir da correspondência um a um e agrupamentos. Já a contagem solidária necessita donexo conceitual interno, a medida.

Nesse sentido, elegemos a proposta de Lima (1998) como possibilidade de organizar o ensino do conceito de fração nas aulas de Matemática da Educação Básica por estar em consonância com os estudos de Karlson (1961) e Caraça (1998), pois considera tanto o aspecto operacional, quanto o conceitual da fração. Para o autor,

A fração pode ser entendida pelo menos de duas formas: como técnica operatória, ou como linguagem, pensamento, criatividade e leitura do mundo. Por ela passam múltiplos nexos históricos, geográficos, geométricos, filosóficos, culturais, físicos, químicos, literários, artísticos etc. É isto que faz da fração a melhor parte do inteiro. (LIMA, 1998, s/p).

Nessa perspectiva, ao medirmos comprimentos de terrenos, por exemplo, pode ser que tenhamos que responder à pergunta: *o que faremos com as sobras?*. A resposta a essa pergunta pode nos remeter às contagens solidárias, uma vez que o número natural permite contagens solitárias. Essa pergunta não faz sentido quando contamos objetos discretos. A partir desse entendimento, o mesmo autor nos faz a seguinte questão: “como compreender o pensamento fracionário?”

Para respondê-la, convida-nos a organizar nosso movimento de aprendizagem do conceito de fração, estudando quatro momentos que se apresentam na construção desse conceito: 1) o da oposição entre a parte da natureza, que vem organizada em unidades naturais e a que se apresenta em continuidade; 2) o da prática da geometrização da Terra; 3) a ideia de medição e 4) o da história de uma ferramenta de trabalho (LIMA, 1998). Ou seja, prioriza os nexos conceituais grandezas (discretas e contínuas) e medidas.

Ao mesmo tempo, há de se chamar atenção para o fato de que, segundo o autor, a identificação do número racional com a notação fracionária é tão grande que ambos se confundem: número racional é fração e fração é número racional. Essa identificação mecânica leva à mecanização algorítmica da técnica operatória com frações, o que chamamos de especialização fracionária (LIMA, 1998).

É por esse motivo que estudamos, durante o ano de 2021, *com* licenciandos do curso de Matemática e professores da Educação Básica em ações de formação, três SDA que têm como títulos: 1) A grandeza; 2) A ilusão da unidade e 3) Trabalhando com a “Mãe-Terra”.

Quadro 2: SDA que envolvem nexos conceituais: grandezas e medidas**SDA: A grandeza**

Vamos responder às questões seguintes em grupo:

- 1) Retomemos a contagem de um rebanho de ovelhas feita por um pastor:
 - a) Qual é a qualidade do rebanho que permite o pastor apanhar a sua quantidade?
 - b) Qual é a grandeza do rebanho?
- 2) Escolha cinco colegas quaisquer de sua classe. Em seguida:
 - a) Escolha uma qualidade qualquer que lhes seja comum;
 - b) Escreva os seus nomes em ordem de grandeza conforme essa qualidade

SDA 2: A ilusão da unidade

Vamos responder às questões seguintes em grupo:

- 1) Discuta os casos a seguir explicando como aparece neles “A ilusão da unidade”:
 - a) Dona Lurdes foi ao supermercado e comprou três saquinhos de um quilo de açúcar;
 - b) Dona Rubenita foi à padaria e comprou dois litros de leite;
 - c) Juvenal pagou a sua passagem de ônibus que custou quatro reais;
 - d) Robério comprou seis cadeiras para a sua casa;
 - e) Sempre que vou ao posto de gasolina, abasteço o meu carro com a mesma quantidade: dez reais.
- 3) Dê um exemplo qualquer de uma situação em que aparece “A ilusão da unidade”.
- 4) Explique o que é “A ilusão da unidade”.
- 5) Faça uma análise de todas as atividades que você participou e responda: você tem ou não “A ilusão da unidade”? Explique sua resposta.

SDA 3: A medida – Trabalhando com a “Mãe-Terra”

Como a Terra não se apresenta em lotes, em porções, isto é, não está naturalmente organizada em unidades, o homem precisou inventar uma forma para fazer a sua repartição em propriedades privadas familiares. Foi o que os antigos egípcios fizeram. A forma que adotaram para lotear as suas terras foi a retangular.

Porém, logo surgiu um fato inesperado: todo o ano, as cheias do Nilo cobrem os terrenos repartidos, apagando as marcas das divisões. Além disso, o rio alagava muitas porções, diminuindo os tamanhos dos terrenos.

- 1) Imagine que você é um funcionário do faraó encarregado de fiscalizar a distribuição das terras. Você recebe, após uma cheia do Nilo, a visita das famílias que querem tratar da retomada das terras.
 - a) Qual é o problema apresentado a você pelas famílias? (Escreva o problema na forma de uma pergunta simples e direta – *linguagem do contexto histórico*).
 - b) E para você, o aluno moderno vivendo no século 21, qual é o problema? (Escreva o problema na forma de uma pergunta simples e direta – *linguagem do contexto moderno*).
 - c) Reescreva, agora, os dois problemas em um só, utilizando apenas a linguagem matemática, isto é, utilizando apenas palavras matemáticas.
 - d) Como contar uma quantidade de terra?
 - e) Como se livrar da ilusão da unidade?
 - f) Como numeralizar quantidades que não se apresentam em unidades naturais?
 - g) Como “contar” a quantidade de terra de cada família?
 - h) Qual é o primeiro procedimento que devemos ter quando vamos numeralizar quantidades não organizadas em unidades naturais?

Fonte: Lanner de Moura et al (2000, p. 03-04)

O Quadro 2 nos mostra que, ao estudar as SDA, licenciandos de Matemática e professores da Educação Básica podem refletir sobre as relações existentes entre os aspectos qualitativos e quantitativos das quantidades, constatar que esses aspectos só fazem sentido quando estamos diante de situações que necessitam ser medidas, portanto, diante de grandezas contínuas. No entanto, às vezes, não temos muita clareza se estamos diante de uma unidade ou estamos nos iludindo. Este é o caso da questão a ser analisada: *Sempre que vou ao posto de gasolina, abasteço o meu carro com a mesma quantidade: dez reais. Onde estaria a ilusão da unidade? Está na quantidade dez? Está na qualidade da gasolina? Ou, ainda, na relação entre a qualidade e quantidade?*

Ou seja, essa pergunta não admite uma única resposta. Logo, a resposta não pode ser apenas memorizada. O foco não está no resultado de uma operação. Pensar sobre essa situação faz parte da vida de todos nós, assim como medir as terras que estão sob a nossa responsabilidade.

Dessa forma, defendemos que aprender a planejar SDA que possam mobilizar os nexos conceituais (internos e externos) do conceito de fração deveria fazer parte dos cursos de licenciatura de Matemática e de ações de formação de professores da Educação Básica.

5 Considerações finais

A análise e a discussão dos estudos que temos feito sobre a organização do ensino, a partir dos pressupostos da teoria histórico-cultural, têm nos mostrado que o movimento lógico-histórico do conceito que se configura como unidade dialética entre o lógico e o histórico pode se constituir em perspectiva didática para o ensino de Matemática, bem como atividade formadora para os professores da Educação Básica e licenciandos de Matemática porque prioriza o pensamento teórico dos conceitos, dentre eles, o de fração.

Isso significa que, sem o entendimento dos nexos conceituais (internos e externos) dos conceitos, presentes em historiografias que nos apresentam diversas versões do movimento lógico-histórico dos conceitos ensinados na Educação Básica,

não há, por parte de professores da Educação Básica e licenciandos, a compreensão necessária para defender o ensino de frações para os dias atuais.

Ter como ponto de partida e chegada para a organização do ensino de frações apenas a operacionalidade das frações não garante o entendimento, por parte das crianças e jovens, de que o campo dos números racionais é composto pela fração, razão e proporção, o qual nos proporciona o entendimento de boa parte da realidade, na qual estamos inseridos.

Cada um desses conceitos tem nexos internos e externos, portanto, conceituais, que se conectam, ao mesmo tempo em que se diferenciam pelo conteúdo quando analisamos, a partir do movimento lógico-histórico, as problematizações que fizeram com que fossem estudados por vários grupos sociais e culturalmente distintos.

Ou seja, faz-se necessário que, durante as aulas de Matemática, a forma, neste caso, a representação fracionária a/b , não assuma o lugar do conteúdo, que pressupõe a *contagem solidária* de quantidades, que contém grandezas (discretas e contínuas) e medidas presentes na nossa realidade.

As crianças e jovens do século 21 têm o direito de se apropriarem desses nexos que são lógicos e históricos, os quais decorrem de diferentes sínteses de práticas sociais e culturais, elaboradas pelos nossos ancestrais e têm validade até hoje nas práticas de contagens que executam praticamente todos os dias.

6 Referências

ALVES, K.S.F. O ensino de frações por atividades. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018. 318p.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular, 2017.

CARAÇA, B. J. - Conceitos fundamentais da Matemática. Portugal - Gradiva, Edições de 1984 e de 1998.

DAVIDOV, V.V. La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico – investigación psicológica teórica y experimental. Moscu. Editorial Progreso, 1988.

DAVYDOV, V.V. - Tipos de generalización en la enseñanza. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Havana, 2a. Reimpresión, 1982.

DIONIZIO, F.A.Q.; NOVAK, F.I.L.; PINTO, K.B.P.; BURNAT, S.A. Abordagens de frações no ensino fundamental: um levantamento nos anais do ENEM e EPREM. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 10 - número 3 – 2019.

FERNÁNDEZ, F.A. ET AL. Didáctica: teoría y práctica. Editorial Pueblo y Educacion. Habana, 2007.

FEDERAL, G. O que é a Covid-19? Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/o-que-e-o-coronavirus>.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática. Campinas: Autores Associados, 2006.

HONORATO, T.; NERY, A. C. B. História da Educação e Covid-19: crise da escola segundo pesquisadores africanos (Akanbi, Chisholm), americanos (Boto, Cerecedo, Cunha, Kinne, Rocha, Romano, Rousmaniere, Southwell, Souza, Taborda, Veiga, Vidal) e europeus (Depaepe, Escolano, Magalhães, Nóvoa). Acta Scientiarum Education, 42, 1-6 , 2020.

KARLSON, P. A magia dos números. Rio de Janeiro: Editora Globo, 1961.

KOPNIN, P. V. - A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento. R. J., Editora Civilização Brasileira, 1978.

LANNER DE MOURA, A.R. et al. O desenvolvimento didático dos nexos conceituais da fração (texto coletivo) elaborado pelos integrantes do Grupo Caraça, 2000, tendo como referências os textos de Luciano Castro Lima & Roberto P. Moisés.

LIBÂNEO, J.C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. Revista Brasileira de Educação. Set /Out /Nov /Dez 2004 N^o. 27, p. 5-27.

LIMA, L.C.– Da mecânica do pensamento ao pensamento emancipado da mecânica in Programa Integrar, Caderno do Professor, Trabalho e Tecnologia, p. 95 – 103, CUT/SP, 1998.

MOREIRA, M. A. - Pesquisa em Ensino: o vê Epistemológico de Gowin. S.P., E.P.U., 1990.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: Ensinar a ensinar. São Paulo, Pioneira Thomson Learning, 2001.

MOURA, M. O. (Org). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. São Paulo: Liber, 2010. 178 p.

RADFORD, L. Cognição Matemática: História, Antropologia e Epistemologia. Sociedade Brasileira de História da Matemática. São Paulo. Editora Livraria da Física, 2011. 342 p.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema*, Ano 13, nº 14, pp. 66 a 91, 2000.

SEE/SP. Programa Currículo Paulista, 2022.

SFORNI, M.S.F. Interação entre Didática e Teoria Histórico-Cultural, 2015. *Educação & Realidade*, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 375-397, abr./jun. 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/edreal/a/Fx3RsNJtkq8QVxzXWCvYg6p/?lang=pt>. Acesso em: 18/05/2022.

SOUSA, M.C. A inserção da história da matemática em cursos de licenciaturas de universidades públicas federais. In: Eloisa Rosotti Navarro; Maria do Carmo de Sousa; Susimeire Vivien Rosotti de Andrade; Rogério de Melo Grillo. (Org.). *Formação de Professores da Educação em Ciências e Matemática em Pesquisa: perspectivas e tendências*. 01ed. Guarujá: Editora Científica Digital, 2021, v. 01, p. 14-44. DOI: <https://doi.org/10.37885/211006374>.

STAMATO, J. M. A. A Disciplina História da Matemática e a Formação do Professor de Matemática: Dados e Circunstâncias de sua Implantação na Universidade Estadual Paulista, campi de Rio Claro, São José do Rio Preto e Presidente Prudente. Dissertação (Dissertação em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Rio Claro. 2003.

Recebido em julho de 2022.
Aprovado em agosto de 2022.