

Resenha

Conceitos fundamentais da matemática

Luciano Castro Lima¹
Roberto Perides Moises²

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. 1ª Edição. Lisboa: Sá da Costa Edutira, 1986.

RESUMO

Conceitos Fundamentais da matemática pode ser considerado uma das principais obras do matemático português Bento de Jesus Caraça. Nela o autor combina o movimento histórico – lógico de criação de conceitos matemáticos fundamentais como o número, funções. Limites, séries e continuidade. Para além do conteúdo matemático chama a atenção o método de exposição utilizado no livro. Aqui pretendemos expor uma síntese do livro, um apanhado geral desse método e das intenções por trás do que julgamos ser possível conhecer um pouco do autor. Um livro da metade do século passado e que não por isso perdeu sua atualidade. Boa leitura!

Palavras-chave: Matemática. Número. Afeto. Dialética. Conhecimento.

ABSTRACT

The Fundamental Concepts of Mathematics can be considered one of the main works of the Portuguese mathematician Bento de Jesus Caraça. In it or author it combines the historical - logical movement of creating fundamental mathematical concepts such as number, functions. Limits, series and heredity. In addition to the mathematical content, attention is called or the method of exposure used in the book. Here, we intend to export a sample of the book, a general example of this method and the intentions behind what we think it is possible to know a little about the author. A book from the middle of the last century and that has not lost its activity. Good reading!

Keywords: Mathematics. Number. Affection. Dialectic. Knowledge.

A Matemática Dialética

“E aqui tem o leitor um exemplo, possivelmente o mais importante de todos, de como a Matemática, do mesmo modo que toda a construção humana, depende do conjunto de condições sociais em que os seus instrumentos têm que actuar. Subordinação que não a humilha, antes a engrandece.”

CARAÇA

¹ Formado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2001). Atualmente é Assistente em Administração da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. Tem experiência na área de Matemática. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1597126736558856>. E-mail: lcastrolim1949@gmail.com.

² Mestrado em Educação pela Universidade de São Paulo, Brasil (1999) Professor titular do Colégio Santa Cruz, Brasil. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6092022672972884>. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8639-0702>. E-mail: moisesrp@uol.com.br.



Quem foi Bento de Jesus Caraça?

Bento de Jesus Caraça nasceu em Vila Viçosa, Portugal, em 18 de abril de 1901 e morreu em Lisboa em 25 de julho de 1948. Completados 18 anos foi nomeado 2º assistente do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras (I.S.C.E.F.). Sua carreira acadêmica é combinada a uma valorização da cultura humana, ao engajamento político e a uma reflexão notável frente as questões pedagógicas da matemática.

Firme no propósito de que a aquisição da cultura significa, numa palavra, a

conquista da liberdade, Caraça participa de movimentos políticos anti-fascista e produz ações no sentido da universalização do conhecimento. Foi presidente da Universidade Popular Portuguesa e fundador em 1941 da Biblioteca Cosmus, responsável por publicações de divulgação científica e pedagógica.

Em uma de suas conferências intitulada “As universidades populares e a cultura” (CARAÇA, 2002:69) proferida em 1931, Caraça define cultura como a condição indispensável do aperfeiçoamento progressivo e constante do ser humano. Para ele a aquisição de cultura pelo homem identifica-se à tomada de consciência integral de sua própria dignidade. Esta dignidade assumi um caráter internacional pois “deve a cultura tender ao desenvolvimento do espírito solidário. Não, apenas, solidariedade de cada um com os da sua família, da sua aldeia, ou a sua pátria – solidariedade do homem com todos os outros homens de todo o mundo”. (CARAÇA, 2002: 73). Dessa maneira o autor entende que a aquisição da cultura é a possibilidade da construção de um amor pela humanidade. O afeto universal torna-se, assim, um fim da cultura integral do indivíduo. Vivendo em meio a ditadura Salazarista Caraça sabia da sua árdua tarefa, não por isso deixou não construiu sínteses importantes e até hoje atuais.

Caraça soube viver seus ideais e a obra que nos dispomos a conversar é uma de suas melhores representantes. Esperamos que a leitura deste artigo faça o leitor ser mais um admirador desse grande educador português: Bento de Jesus Caraça.

II. Conceitos Fundamentais da Matemática.

A identidade entre o conceito e o movimento histórico de sua criação.

O livro “Conceitos fundamentais da Matemática” de Bento de Jesus Caraça torna-se excepcionalmente atual para a pedagogia matemática. Isto acontece por dois motivos: de um lado está pedagogia trombou definitivamente com as limitações do formalismo lógico matemático tido, até então, como começo, meio e fim da aprendizagem desta ciência; por outro lado a busca de uma saída para esta limitação acabou levando a outro beco sem saída, a outro formalismo: o formalismo histórico.

No formalismo lógico o conceito matemático aparece como pronto e acabado numa cadeia dedutiva de postulados e axiomas na qual o aluno só penetrará às custas de muito treinamento em exercícios repetitivos. A palavra-chave deste “método” é seja:

Seja dado o ponto P de concorrência de duas retas... Seja $ac = b$: diz-se que c é o logaritmo de b na base a...

Como a pedagogia formalista lógico-matemática deve ao verbo ser! Sem a conjugação seja ela seria incapaz de se expressar. Depois do assim seja vêm o exercício padrão (ou modelo), também chamado de exercício resolvido e... tome exercício repetido, onde apenas os números mudam!

Seja e resolva observando o exemplo resolvido: estes são os dois elementos fundamentais (e únicos) da pedagogia matemática na qual nós, nossos pais, nossos avós, os avós dos nossos avós,... enfim, *per omnia século seculorum* gerações e gerações tem sido formadas (ou deformadas) em matemática.

A vida tornou-se muito complexa e os exercícios resolvidos já não bastam mais. A matemática tratada como código secreto, mágico, não atrai mais as novas gerações desafiadas por uma vida cada vez mais crítica: afinal, o que está por trás daquela cadeia hermética de axiomas e postulados? Existe vida inteligente na matemática?

Esgotado o formalismo matemático os seus pedagogos iniciam a busca de novos caminhos. E o primeiro a ser trilhado é o da “história da matemática”. Mas a maioria destas buscas apresentam o pecado original do formalismo histórico

que é acrescentado ao formalismo matemático sem nele interferir. Assim, ao lado da cadeia fechada dos sejas e dos exercícios resolvidos, acrescenta-se uma série de informações históricas mortas sobre a vida dos grandes matemáticos ou sobre fatos pitorescos acerca de desenvolvimentos particulares dos conceitos. Trata-se de duas paralelas, nunca se encontram e, o que é pior ainda, com as quais nunca o aluno vai se encontrar. Caraça rejeita o formalismo pseudo-científico ao afirmar:

A ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes: ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente - descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras contradições, outras dúvidas... A ciência, encarada assim, aparece-nos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado as grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social...A matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol, nem os clamores dos homens...Mas não há dúvida de que os fundamentos (da matemática) mergulham, tanto como os de outro qualquer ramo da ciência, na vida real. (CARAÇA:1984: PREFÁCIO, XXIII)

O método que Caraça desenvolve em neste livro supera definitivamente estes dois formalismos, realizando a fusão entre a lógica matemática e o movimento histórico de sua gestação, do que resulta um movimento único de criação matemática. Nesta fusão a lógica matemática adquire história e vida e a vida e a história adquirem matemática. A primeira perde o seu caráter metafísico positivista de produto pronto e acabado, tingindo-se de sangue, ardendo em paixão e transfigurando-se numa estética humanamente bela. Por outro lado, a história perde o caráter formal de sequência de fatos e datas, adquirindo o sentido dinâmico do progresso e libertação humanos.

Como Caraça consegue isto? Ele penetra na cadeia lógica matemática e na sequência formal dos fatos históricos com o objetivo claro de encontrar o fio condutor do movimento da evolução dos conceitos matemáticos enquanto evolução do próprio homem. E, neste processo, identifica os conceitos

fundamentais que formam o cerne do pensamento matemático e os processos históricos que desencadearam a criação daqueles conceitos. Aliás, os conceitos fundamentais são identificados graças à simultânea identificação dos processos históricos de sua criação. Da mesma forma, estes momentos históricos são destacados do emaranhado de fatos passados que engendraram a ciência matemática. Ao explicitar esta identidade entre a criatura - o conceito matemático - e o seu criador - o homem coletivo num determinado momento de sua história - Caraça limpa o conceito e o movimento de sua criação de tudo o que é secundário, circunstancial e oportunista. O conceito é apanhado em sua dinâmica fundamental livre do secundário que, na maioria das vezes, é tratado em aula com destaque, em detrimento da ideia principal. O momento exato de criação do conceito também é captado em sua dinâmica criadora comprometida com o próprio objeto final da criação: o conceito.

Mas o mais importante desta identidade entre o conceito e o movimento histórico de sua criação está em que o próprio movimento de criação passa a fazer parte do conceito como seu aspecto mais importante. O conceito não é mais um código sem sentido real, sem vivência: é agora uma síntese de um momento histórico de criação humana e sua aprendizagem implica não apenas na apropriação da sua lógica final, mas na apropriação do próprio ato de criação intelectual. O conceito matemático como síntese da história humana de criação determina que a educação matemática assuma como objetivo maior não mais a posse do conceito como algo externo, acabado e imutável, mas sim como um movimento permanente de criação: o educando se apossa do conceito ao vivenciar agudamente o seu processo de criação; e nesta dinâmica o recria. E ao criá-lo aprende a criar matematicamente, isto é, aprende a pensar matematicamente. O conceito, assim apreendido, não é mais algo externo à mente, mas passa a fazer parte da mesma, compondo a visão de mundo do educando, enriquecendo a sua capacidade de fazer conexões e de produzir ideias não apenas no campo matemático, mas em todo o campo científico, cultural e artístico. É neste sentido que entendemos que o principal elemento do método de Caraça é a identidade entre o conceito matemático e o movimento histórico de sua criação.

III. O movimento dos conceitos matemáticos

Outro elemento determinante do método de Caraça é o da Universalidade do Movimento:

Fluência. O mundo está em permanente evolução; todas as coisas, a todo o momento, se transformam, tudo flui, tudo devém. Isto, que é a aprovação fundamental do filósofo Heráclito de Éfeso foi, posteriormente, reconhecido por grandes pensadores e pode ser verificado por qualquer de nós, seja qual for aquele objeto em que fixemos a nossa atenção. Pois não é verdade que tudo está sujeito a uma mesma lei de nascimento, vida e morte, que, por sua vez, vai originar outros nascimentos?... Tudo está numa permanente agitação e, por grau insensíveis, evolucionando de forma que a Terra não é, neste instante, a mesma que era há momentos, e será daqui a uns momentos diferente da que é agora. De tal modo que nem a própria frase “o que é agora” tem significado real; - durante o tempo que ela levou a pronunciar ou a escrever, o processo de evolução atuou e a Terra transformou-se. E evolucionando assim, ela participa ainda doutra evolução própria que condiciona a de cada um dos seus componentes. E assim, do mesmo modo, de grau em grau de complexidade e de extensão; do sistema solar à via Láctea, desta ao Universo, considerado como conjunto de ilhas galácticas...De modo que, do extremo superior ao inferior da escala, do movimento prodigioso de expansão do Universo, ao movimento não menos prodigioso, das partículas constituintes do átomo - tudo flui, tudo devém tudo é, a todo momento, uma coisa nova. (CARAÇA, 1984:110)

A ciência e seus conceitos não escapam a esta universalidade do movimento. Se a realidade objetiva é uma totalidade em movimento permanente, a compreensão que dela criamos é, também, um movimento:

Quanto mais alto for o grau de compreensão dos fenômenos naturais e sociais, tanto melhor o homem se poderá defender dos perigos que o rodeiam, tanto maior será o seu domínio sobre a natureza e as suas forças hostis, tanto mais facilmente ele poderá realizar aquele conjunto de atos que concorrem para a sua segurança e para o desenvolvimento da sua personalidade, tanto maior será, enfim a sua liberdade. A inteligibilidade do universo, considerado o termo universo no seu significado mais geral - mundo cósmico e mundo social - é, por consequência, uma condição necessária da vida humana. Compreende-se portanto que, desde há muitos séculos, tenham sido realizados notáveis esforços no sentido de atingir uma parcela de verdade sobre a realidade. (CARAÇA, 1984:62)

Não sendo mais concebido como algo pronto e acabado mas como processo de criação, o conceito matemático estático, congelado, definitivo da lógica matemática - enquanto objeto da aprendizagem - cede lugar ao movimento do conceito. O movimento do conceito é a aproximação permanente do conhecimento humano sobre um

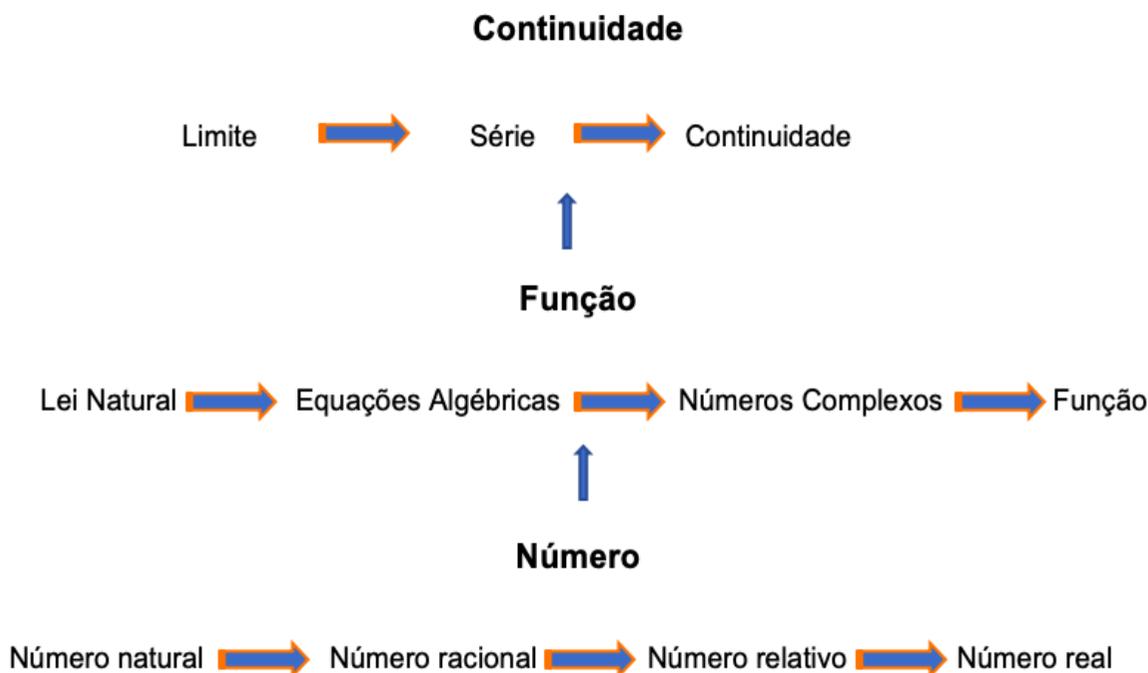
determinado movimento objetivo da realidade. O movimento é universal; daí que a apreensão desta realidade dinâmica se dê necessariamente através de movimentos: o movimento do conhecimento, os movimentos dos conceitos. O conceito criado é um momento deste movimento que lhe é superior. Assim o movimento determina o conceito que só pode ser compreendido, ao mesmo tempo, como superação de um conceito anterior e como conceito a ser superado imediatamente.

O movimento dos conceitos é a superação sucessiva de conceitos no sentido da aproximação crescente do conhecimento humano sobre a realidade e constitui o elemento articulador do movimento de aprendizagem nas ciências e, entre elas, a matemática.

Os “Conceitos Fundamentais da Matemática” que Caraça identifica como momentos significativos da criação matemática e que compõem o Movimento dos Conceitos desta ciência são:



Cada um destes conceitos é, por sua vez, o produto de um movimento de subconceitos:



III. O objeto da ciência matemática: o movimento das variações quantitativas

A que movimento real e objetivo corresponde o movimento dos conceitos matemáticos? Ao movimento das variações quantitativas. A questão da quantidade e da sua variação está presente em todos os movimentos da natureza e com ela o homem se defronta a todo instante e em todo o lugar. Conhecê-la (no sentido da aproximação crescente do real) para poder dominá-la e assim atuar sobre os diferentes aspectos da natureza passou a ser uma necessidade humana que desemboca na criação do conceito numérico e, assim, de toda a matemática. Para Caraca a quantidade está em relação direta com a qualidade, daí a profunda interação da Ciência matemática com toda a ciência:

Ao conjunto de relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres dum agregado, chamaremos as qualidades desse ser. (Ou de uma forma mais rigorosa) - Sejam A, B...L componentes dum isolado; ao conjunto de todas as relações $A \rightarrow B, \dots A \rightarrow L$ dá-se o nome de qualidades de A em relação a B, ...L. (CARAÇA, 1984:136)

Há qualidades que não são suscetíveis de admitir graus diferentes de intensidade, isto é, qualidades a respeito das quais não se podem fazer juízos de mais que, maior, menos que, menor. Por exemplo, uma circunferência não é mais nem menos circular que outra. (CARAÇA, 1984:114)

Segue Caraca, discutindo que há outras qualidades (como velocidade e peso de um corpo) a respeito das quais se podem fazer juízos de mais que, menos que, menor, maior que, diremos que admitem variação segundo a quantidade.

A quantidade aparece-nos, assim, como um atributo da qualidade e é sempre neste sentido que usaremos o termo (...) Na linguagem corrente ele é por vezes tomado como sinônimo de número (...) Consideremos a quantidade como um atributo da qualidade e não como um objeto: nem sequer exigimos que haja possibilidade de medir para falarmos em quantidade (...) O poder ou não traduzir-se em números uma variação de quantidades é uma questão que depende, acima de tudo, do grau de conhecimento momentâneo dos homens; não é, de modo nenhum, uma questão que possa pôr-se em absoluto. O progresso das ciências de observação permite em certa altura medir o que antes se sabia apenas que variava segundo a quantidade. O que é necessário para que se possa medir uma variação de quantidade? Que cada estado possa ser obtido, por adição seja comutativa e associativa. Tomando então um desses estados convenientemente escolhido, para unidade, a medição faz-se comparando cada estado com aquele que se tomou como unidade. (CARAÇA, 1984:115)

Nesta relação entre a qualidade e quantidade a noção de medida entra em cena. E Caraça usando sua concepção materialista e dialética assim escreve:

A quantidade é um atributo da qualidade e, como tal, só em relação a ela pode ser considerada. A questão de saber se a variação de quantidade é ou não suscetível de medida não tem significado absoluto mas apenas significado histórico - num dado momento, em determinado estado de avanço das ciências da Natureza, pode aprender-se a medir o que até aí era impossível". (CARAÇA, 1984:117)

A variação da quantidade só pode ser concebida enquanto o atributo da qualidade: por que esta insistência neste “detalhe”? Porque não é um detalhe! Trata-se “apenas” da razão de ser do pensamento numérico e de toda a criação matemática. Só acontecerá a aprendizagem (compreensão com apreensão) do conceito matemático de função se ele for desenvolvido a partir da qualidade que o gerou: o estudo da física clássica do movimento dos corpos; só acontecerá a aprendizagem do conceito número racional se ela acontecer a partir da qualidade que gerou o conceito quantitativo: o controle sobre áreas de terras. Este “pequeno detalhe” - a quantidade como atributo da qualidade - é, na verdade, uma concepção aguda, sutil e profunda da ciência matemática que a libera do formalismo vazio e abstrato no qual é tratada como um misterioso e estéril exercício do pensamento puramente quantitativo totalmente distanciado das “impurezas” reais.

Apesar da quantidade ser um “atributo da qualidade” a explicação de um movimento deve ser feita sob o “primado da explicação quantitativa”. Isto porque a explicação qualitativa apresenta sempre o perigo do “verbalismo”.

Admitindo sobre a facilidade de “dar nomes as coisas” e do risco que corremos quando um rótulo torna-se uma categoria de explicação o autor cita o físico francês Pierre Duhem que no seu livro, “A teoria física”, afirma:

Aquilo de que os filósofos do Renascimento acusavam, acima de tudo, os filósofos escolásticos era de inventarem uma qualidade nova cada vez que um fenômeno novo lhes chamava a atenção; de atribuírem a uma virtude particular, cada efeito que não tinham nem estudado nem analisado; de imaginarem que tinham dado uma explicação onde se tinham limitado a por um nome e de transformarem assim a ciência num calão pretensioso e inútil...(exemplo de explicação verbalista): A luz, ou antes, a iluminação é um movimento luminar de raios compostos de corpos luminosos que enchem os corpos transparentes e que são movidos luminarmente por outros corpos luminosos. (CARAÇA, 1984: 123)

Desta forma: Cada conceito (ou subconceito) que compõe o movimento conceitual deverá ser “aprendido” (ou melhor, apreendido) a partir da qualidade da qual é atributo, mas que deve se transformar numa explicação principalmente quantitativa dos movimentos reais. O movimento conceitual (e subconceitual) deve, portanto, ser complementado pelas qualidades das quais é atributo e que Caração aponta no seu livro:



Cada conceito, por sua vez é produto de um outro movimento conceitual realizado através de abstrações crescentes. Por exemplo o subconceito Número Natural é o produto de um movimento conceitual que se inicia na criação da abstração contagem, que é sucedida pelas abstrações Correspondência Biunívoca, Escrita Numeral, Sistema Decimal, Operações Numéricas, Propriedades das Operações, etc.

Aqui permanece válido o princípio de que todo o movimento conceitual deve partir da qualidade da qual é atributo.

IV. A evolução do conceito como resposta a problemas colocados pela vida

O que faz surgir a necessidade humana de operar, controlar ou manipular determinada qualidade? A resposta de Caraça não poderia se àquela que atribui tais buscas à aspectos puramente ideais. Para Caraça é a luta pela vida travada pela espécie humana que a leva a se relacionar com determinadas qualidades existentes na natureza, originando daí as necessidades humanas de manipular, controlar e operar tais qualidades. Em outras palavras é o movimento do trabalho humano, cruzando-se com os múltiplos movimentos da natureza, que levanta novas e cada vez mais abrangentes questões qualitativas para serem resolvidas:

A teoria das séries oferece-nos um dos mais flagrantes exemplos de como as necessidades atuam como agulhões na criação dos conceitos, independentemente da sua ordenação lógica. Primeiro é preciso obter resultados e, para isso, criam-se os instrumentos precisos: as preocupações de rigor e de ordenação aparecem mais tarde. Isto é a ciência tal como ela se faz; por isso ela nos apresenta um tão maravilhoso entrançado de verdade e erro, uma convivência paredes meias dos triunfos mais luminosos com os fracassos mais retumbantes. (CARAÇA, 1984:281)

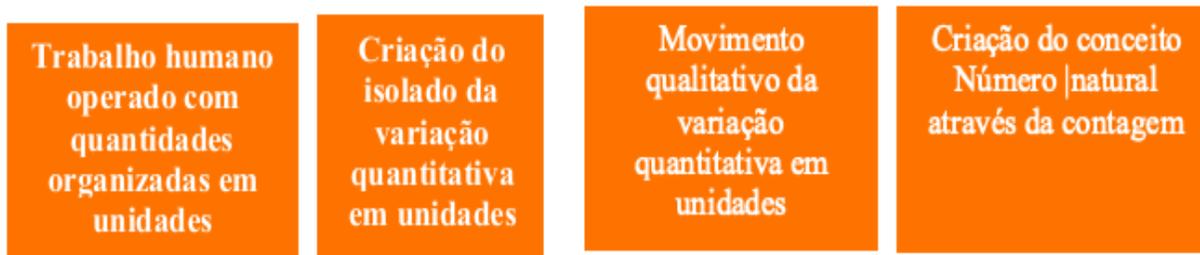
Caraça nos apresenta a dinâmica pela qual o homem penetra nos diferentes movimentos qualitativos e aí, no interior destes movimentos, amplia de forma crescente a sua abrangência e profundidade. Inicialmente temos frente a frente ao universo:

Na impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do universo, o observador - o homem de ciência, o agricultor, o literato - recorta, destaca, dessa totalidade, um conjunto de seres e fatos, abstraindo-o de todos os outros que com eles estão relacionados. A um tal conjunto daremos o nome de isolado; um isolado é, portanto, uma seção da realidade, nela recortada arbitrariamente. É claro que o próprio fato de tomar um isolado comporta um erro inicial - afastamento de todo o resto da realidade ambiente - erro que necessariamente se vai refletir nos resultados dos estudos. Mas é do bom senso do observador

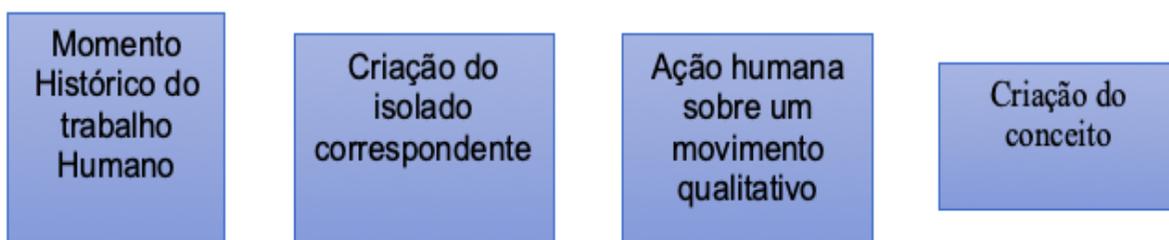
recortar o seu isolado de estudo, de modo a compreender nele todos os fatores dominantes, isto é, todos aqueles cuja ação de interdependência influi sensivelmente no fenômeno a estudar. (CARAÇA, 1984:112)

Partindo desta ideia de Caraça de “estudo do Universo” através de “recortes” - os quais chama de “isolados” - é fácil perceber que a escolha do aspecto qualitativo que determinará a criação do conceito é determinada, por sua vez, pelo isolado que o homem recorta do universo. Tomemos a criação do conceito (ou subconceito) Número natural. Vimos que a qualidade da qual ele é atributo é a da variação permanente das quantidades de unidades que compõem os conjuntos existentes na natureza. Ora, para “cair” nesta qualidade o homem precisou fazer um “recorte” no universo das variações quantitativas criando, no seu interior, o “isolado” da contagem das unidades.

Contudo aparece nova questão: o que motivou a criação deste isolado? Aí retornamos ao princípio inicialmente desenvolvido da “identidade do conceito com o movimento histórico de sua criação”. Somente a compreensão da história humana, melhor ainda, da história do trabalho humano nos dará o impulso inicial da criação não só do isolado mas de todo o conceito. E o livro de Caraça nos fornece exatamente estas chaves históricas dos impulsos de criação dos conceitos matemáticos. No caso da criação do número natural aconteceu de o movimento do trabalho humano estar, na sua fase primitiva, operando inicialmente com universo das quantidades organizadas em unidades. Isto porque, com o trabalho humano ainda na fase agrícola primitiva e pecuarista, o homem só operava conscientemente com unidades discretas na sua produção: cabeças de gado de rebanhos, unidades de frutas, etc. Operando neste “isolado” da realidade, consciente e capaz de criar neste “isolado” de sua produção, o homem criou o isolado das quantidades em unidades no interior do universo das qualidades multifacetárias. Operando no interior deste isolado necessitou criar um conceito que permitisse manipular, ou melhor, dominar as variações quantitativas que nele ocorriam. Surge assim o desafio, o problema que precisam ser resolvido pelo trabalho humano: Como controlar as variações quantitativas organizadas em unidades - a variação de ovelhas no rebanho, de frutas no celeiro, etc? Como resposta a este problema o homem cria, simultaneamente, a contagem e seu produto, o conceito de Número Natural. Temos assim, as determinações do movimento de criação do conceito Número Natural:



Temos o movimento de criação do conceito, ou do subconceito ou ainda da abstração:

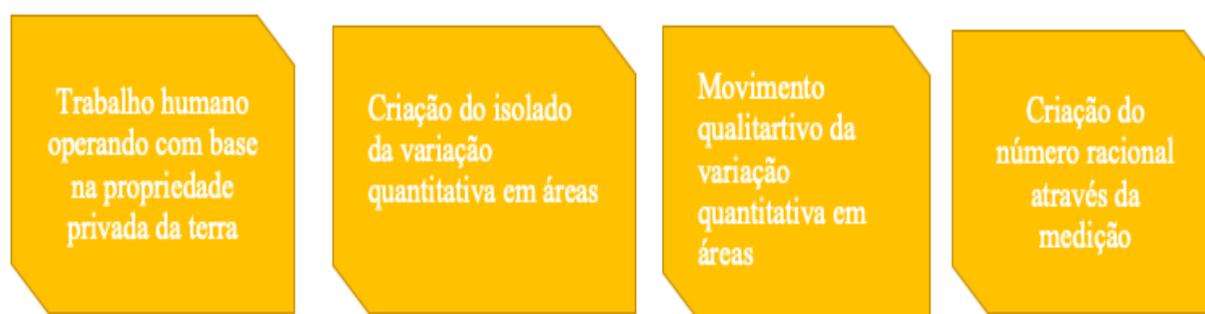


Esta dinâmica de criação do conceito encontra-se aplicada para todos os conceitos e subconceitos destacados por Caraça no livro “Conceitos Fundamentais da Matemática” e explicitar estas aplicações não caberia nesta breve síntese. O importante é ressaltar que estão lá os processos fundamentais de criação dos conceitos tão “inacessíveis” na velha pedagogia da matemática formalista. Estão lá as “chaves do tesouro” a espera do tratamento pedagógico adequado para tornar social um conhecimento trancado em misteriosos códigos que em nada devem a elitista escola pitagórica.

O isolado não é eterno, assim determina o permanente movimento do que ele entende por evolução humana:

Quantas vezes, na observação de um certo fenômeno ou no decurso duma dada ação, surge um fato inesperado. Que quer dizer inesperado? Que o isolado não fora convenientemente determinado, que um fator dominante estava ignorado e se revela agora. Será preciso acrescentar que no aparecimento do inesperado reside um dos motivos principais do progresso no conhecimento da realidade, porque, obrigando a uma melhor determinação do isolado, exige um mais cuidadoso exame das condições iniciais? (CARAÇA, 2010: 105)

O que leva o homem ao encontro do “inesperado”? Ao agir dentro de um certo isolado, o homem o esgota. É este esgotamento que provoca o surgimento do inesperado. E como ocorre o esgotamento de um isolado? É a necessidade de evolução do trabalho humano - a mesma origem do recorte do isolado esgotado - que determina este esgotamento e a busca de um novo isolado, mais amplo e abrangente que o anterior. Para exemplificar este movimento de esgotamento de um isolado e a conseqüente criação de um outro mais amplo e profundo nada melhor do que a magistral e insuperável elaboração de Caraça acerca da criação número real. O conceito anterior, a partir do qual o número real é criado, é o do número racional cujo movimento de criação ocorreu na dinâmica:



Faz parte deste isolado os princípios “Tudo é número” e “Todo comprimento pode ser medido, isto é, a ele sempre pode ser associado um número”. Tais princípios transformaram-se nas máximas da escola Pitagórica. Porém foi desta mesma escola, que tão profundamente personificava o conceito do número racional, que saíram os elementos que apontariam o esgotamento deste isolado e das limitações do conceito que lhe correspondia. Muitos de seus discípulos - o mais notável foi Zenão com seus célebres paradoxos - e, principalmente a maior realização da escola - o teorema de Pitágoras para os triângulos retângulos - explicitaram de forma inequívoca o esgotamento do isolado ao manifestar a existência de comprimentos imensuráveis, isto é, a existência de grandezas reais (isto é, concretas) às quais era impossível associar um número racional: tratava-se dos chamados números irracionais.

O inesperado - o encontro com comprimentos imensuráveis - teria que acontecer com aqueles que mais aplicavam o conceito no interior do seu isolado. Daí não se tratar de uma casualidade ou uma fatalidade o fato da própria escola pitagórica esbarrar com o inesperado, isto é, com as limitações do seu conceito. Isto

ocorre simplesmente porque o uso do conceito número racional havia sido esgotado ou, em outras palavras, o movimento do trabalho humano já tinha preenchido todos os espaços do isolado que lhe correspondia. E a posterior evolução deste movimento implicaria no rompimento com este isolado.

Ocorre aí o que Caraça chama de primeira negação no movimento conceitual de geração de um novo e superior conceito. Esta primeira negação o pedagogo francês Snyders chama de ruptura. Neste primeiro passo da criação o movimento ocorre aparentemente como uma regressão: no caso do número racional, este não é compreendido apenas como um conceito limitado, mas sim como um conceito errado. O número é rejeitado como conhecimento de “segunda classe” e nascem o que Caraça chamou de “Os três horrores”: - o horror ao número; o horror ao infinito; o horror ao movimento.

Quase um milênio dura o império destes três homens. Durante quase um milênio o movimento do trabalho humano e a evolução da organização humana não conseguem efetuar a superação desta primeira negação, desta ruptura, vivendo sob sua égide. A sociedade escravagista grega, o império romano, a economia fechada da idade média feudal não possuíam dinâmica que solicitassem a resolução do problema da imensuralidade. Apenas a sociedade capitalista nascente no período do Renascimento, com o tremendo impulso que deu a produção humana, com a intensa interação e intercâmbio que provocou entre todos os rincões do planeta, conseguiu mobilizar a força de criação humana para iniciar o segundo momento da criação, a negação da negação inicial que, naquele momento esterilizava a produção de ideias. Realiza-se, sob este novo impulso do trabalho humano, o que Caraça chama de negação da negação, ou em outras palavras, a ruptura da ruptura, que irá gerar o novo conceito de Número Real. A negação da negação, ou ruptura da ruptura acontece como uma continuidade. Ou seja, a ideia de número é retomada só que num patamar mais elevado, isto é, num isolado de qualidade superior.

“Negação da negação ou ruptura e continuidade é a dinâmica de ampliação dos isolados na qual ocorre o movimento dos conceitos”.

Para Caraça, o movimento conceitual é o movimento histórico-lógico de construção do conceito, cuja dinâmica está centrada no processo de isolado-

inesperado-isolado ampliado, inesperado..... Assim, a “evolução” do conceito tem identidade com a evolução de um isolado onde a dinâmica ruptura/continuidade se dá com a presença e “incorporação” do inesperado. O inesperado, representa, então, a necessidade objetiva imposta ao problema.

De posse do conceito de inesperado, Caraça desenvolve seu método de generalização, de criação conceitual, tomando por base o exercício de uma importante operação mental: a negação da negação. Para Caraça o caminho da generalização compreende as seguintes etapas:

1^a - reconhecimento da existência de uma dificuldade;

2^a - determinação do ponto nevrálgico onde essa dificuldade reside – uma negação

3^a - negação dessa negação.

Uma generalização passa sempre, por consequência, pelo ponto fraco duma construção, e o modo de passagem é a negação da negação; tudo está em determinar e isolar, com cuidado, esse ponto fraco.” (Caraça, 2010:37)

Aplicado ao número real, observamos que o autor imprime um movimento de criação que se inicia aproximadamente no século XV e se conclui no final do século XIX e início do século XX. O movimento, neste período, se transforma no principal objeto de estudo da ciência. A matemática e o pensamento numérico são também convocados para resolver o problema do movimento, de sua quantificação, chegando-se aí na percepção da continuidade numérica, na qual o número (no caso o número real) é concebido como a quantificação de um momento, de um instante deste movimento. Tal número assim concebido, só pode ser compreendido como um elemento infinitesimal interdepende dos anteriores e posteriores sucessivamente. Caem assim os três horrores e abre-se à ciência uma magnífica nova estrada, na verdade um novo e amplo isolado que, mesmo nos nossos dias, ainda está longe de se esgotar.

Trabalho humano operando com base na pro Trabalho humano potencializado

Criação do isolado de variação quantitativa do próprio movimento

Movimento qualitativo de variação quantitativa do próprio

Criação do número real

V. À guisa de conclusão

Finalmente queremos concluir insistindo na ideia de que, infelizmente, a pedagogia matemática oficial e não oficial ainda não entendeu as implicações profundas, revolucionárias e profundamente necessárias que o método de Bento de Jesus Caçara traz para a aprendizagem matemática, para infelicidade dos alunos desta ciência. Estes, quando não se encontram sob a tenaz escolástica do formalismo matemático, passam por cobaias de experimentalismos inconsequentes e modistas. Por isto é que a leitura atenta, estudada, debatida, detalhada deste belo livro por parte dos mestres de matemática, torna-se mais importante a cada dia que passa.

Referências

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conferências e outros escritos*. Lisboa: Sá da Costa, 1970.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. 1ª Edição. Lisboa: Sá da Costa, 1984.