

O conceito matemático de área na Atividade Orientadora de Ensino

The mathematical concept of area in the Teaching-Orienteering Activity

Marisa da Silva Dias¹

Cybelle Cristina Ferreira do Amaral²

RESUMO

Este artigo refere-se a uma pesquisa cujo objetivo foi compreender as significações do conceito matemático de área produzidas por meio das atividades de ensino fundamentadas na Atividade Orientadora de Ensino a partir do movimento lógico-histórico desse conceito. A investigação teve por base contribuições da Psicologia Histórico-Cultural, da Teoria da Atividade e do Materialismo Histórico e Dialético. Os procedimentos metodológicos apoiaram-se na atividade de pesquisa que delineou motivos, ações, operações e objetivo como uma construção que considera a pesquisa qualitativa fundamentada na Teoria da Atividade. Entre os resultados principais destacam-se o desenvolvimento de uma sequência de atividades pautada nos pressupostos teórico-metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino com dezenove estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental em uma escola do município de Bauru, Estado de São Paulo e o estudo histórico do conceito de área para a elaboração de situações desencadeadoras de aprendizagem. Além disso, as manifestações dos estudantes mostram o movimento dialético entre a atividade de ensino e atividade de estudo atrelado aos nexos conceituais de área evidenciados nos elementos lógico-históricos do conceito matemático: delimitação de porção de terra,

ABSTRACT

This article refers to a research whose objective was to understand the meanings of the mathematical concept of area produced through teaching activities reasoned a Teaching-Orienteering Activity prepared from the logical-historical movement of this concept. The investigation was based on contributions from Historical-Cultural Psychology, Activity Theory and Historical and Dialectical Materialism. The methodological procedures were supported by the research activity that outlined motives, actions, operations and objective as a construction that considers qualitative research based on Activity Theory. The development of a sequence of activities based on theoretical and methodological assumptions of a Teaching-Orienteering Activity with nineteen students from the fifth year of elementary school in the city of Bauru, State of São Paulo, and the historical study of the area concept for the formulation of situations triggering learning highlighted as the main results. In addition, as student demonstrations show the dialectical movement between the teaching and study activities linked to the conceptual nexuses of area concept evidenced in the logical-historical elements of the mathematical concept: delimitation of land portion, division of that portion and measurement by grains,

¹ Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação em Docência para Educação Básica da Faculdade de Ciências - Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4501-2625>. E-mail: marisa.dias@unesp.br.

² Mestre em Docência para Educação Básica pelo Programa de Pós-Graduação em Docência para Educação Básica da Faculdade de Ciências - Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professora Especialista em Educação Básica na Prefeitura Municipal de Bauru – Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1675-2296>. E-mail: cyferal@gmail.com.

divisão dessa porção e mensuração por meio de grãos, tijolos, ladrilhos e um instrumento que fora criado. Considera-se a pesquisa um contributo à formação de professores que ensinam matemática no que se refere aos elementos teóricos e metodológicos da organização do ensino.

Palavras-chave: Conceito de área. Atividade Orientadora de Ensino. Significação.

bricks, tiles and an instrument created. Research is considered a contribution to the training of teachers who teach mathematics, with regard to the theoretical and methodological elements of the organization.

Keywords: Concept of the area. Teaching-Orienting Activity. Meanings.

1 Introdução

A investigação originou-se com base nas reflexões sobre uma necessidade que pode ser entendida como coletiva do ser professor na educação básica brasileira. Temática que envolve relações no sistema de ensino, na escola, ou seja, na atividade principal do professor, o trabalho. O motivo provém do reflexo dessa necessidade na atividade pedagógica do professor, seja na observação das dificuldades de aprendizagem dos estudantes seja na análise de seus questionamentos (para que serve isso ou aquilo?, Por que tenho que aprender isso?...). Situações que se tornam um problema para atividade de ensino. Para o professor-pesquisador, um problema de pesquisa.

Assim, delineou-se como objetivo da investigação: compreender as significações do conceito matemático de área produzidas no decorrer do desenvolvimento de atividades pautadas nos elementos metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino, evidenciando o movimento lógico-histórico do conceito. Com base na psicologia histórico-cultural, buscou-se compreender as relações entre aprendizagem, substancialmente por meio dos conceitos de atividade, sentido e significado, e a organização do ensino pautada em estudos históricos do conceito de área, no viés lógico-histórico desse conceito.

A metodologia foi planejada tomando por base a teoria da atividade (LEONTIEV, 1984) na relação entre a prática e o desenvolvimento cognitivo do pesquisador. A organização foi guiada pela estrutura: necessidade, motivo, ações e operações. A necessidade, o motivo e o objetivo apresentados anteriormente geraram ações e operações. Analisar a produção acadêmica na área e do objeto de estudo,

estudar a história do objeto matemático inserido na cultura de diferentes civilizações, elaborar e executar uma sequência de ensino e analisar os resultados tornaram-se as ações principais que caracterizaram os procedimentos metodológicos. Destaca-se, como operação, a gravação do desenvolvimento de uma sequência de ensino realizada com estudantes do quinto ano do ensino fundamental de uma escola municipal situada na cidade de Bauru, Estado de São Paulo.

Este texto apresenta parte das ações desenvolvidas durante a pesquisa, sumariamente os estudos teóricos que fundamentam a Atividade Orientadora de Ensino e destaques da interação com os estudantes na atividade pedagógica.

2 Compreendendo a Atividade Orientadora de Ensino

Inserida na área de Educação Matemática, a investigação a que se refere este texto teve como objetivo compreender as significações expressas por estudantes de uma turma de quinto ano do ensino fundamental, no processo de aprendizagem do conceito de área sob os pressupostos teóricos e metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 1996, 2001, 2010).

A fundamentação teórica na psicologia histórico-cultural e na teoria da atividade teve por base as contribuições de Vigotski (2007, 2010) e Vigotskii (2010), para compreensão do desenvolvimento humano e das funções psíquicas superiores, de Leontiev (1978, 1984), Davydov (1982) e Davidov (1988) para o estudo a respeito da atividade e da formação do pensamento teórico.

Essas teorias coadunam com o princípio de que o homem ao nascer é um candidato a homem (LEONTIEV, 1978), uma vez que desde esse momento está rodeado da cultura objetivada. É na atividade com o meio que o indivíduo se apropria dela, como também se constitui como ser social, potencializando o seu desenvolvimento humano.

A atividade como categoria psicológica trata do desenvolvimento psíquico humano na sua relação com a realidade, com objetos materiais ou ideais, com a sociedade. Depreende-se que por meio da atividade prática do indivíduo sobrevém uma reorganização do seu processo psíquico. Segundo Leontiev (1984), a

internalização é o processo que caracteriza o movimento da atividade externa para a interna. Trata-se de reflexo no plano mental de processos externos realizados por meio da atividade prática. Não como mera abstração ou adaptação de atividade externa em interna, mas como um processo de criação e desenvolvimento de funções psíquicas do indivíduo mediadas pelos signos e significados sociais na apreensão da realidade que o cerca.

Leontiev (1984) diferencia as ações das operações na atividade, detalhando que as ações são como meios de atender por fim às necessidades, embora o objetivo de cada ação possa não coincidir com o motivo da atividade. As operações estão relacionadas às condições em que essas ações serão realizadas, ou seja, as operações são procedimentos automatizados na consciência e que fazem parte das ações.

Leontiev (1978, p. 303-304) descreve operação como

[...] o modo de execução de uma ação. A operação é o conteúdo indispensável de toda a ação, mas não se identifica com a ação. Uma só e mesma ação pode realizar-se por meio de operações diferentes, e, inversamente, ações diferentes podem ser realizadas pelas mesmas operações. Isso se explica pelo fato de que enquanto uma ação é determinada pelo seu fim, uma operação depende das condições em que é dado este fim.

Desse modo, salienta-se que nem toda atividade, como se utiliza esse termo no senso comum, é uma atividade segundo essa teoria. Na medida em que esta se aparta do seu motivo transforma-se em ação ou conjunto de ações que pode ou não se transformar em outra atividade, diferentemente daquela inicial.

Conceber a atividade pedagógica sob esses pressupostos, inserida no processo de produção e disseminação de conhecimento, resulta considerá-la como fundamental no ambiente escolar, dada a finalidade de promover o desenvolvimento dos sujeitos atrelados a ela.

Leontiev (1984), ao estudar e classificar as atividades dominantes concretizadas em um determinado período do desenvolvimento do sujeito, destaca a atividade de estudo como a que ocorre nos primeiros anos escolares da criança. Com a chegada ao ambiente escolar, a criança começa a interagir com

produções humanas mais complexas, com formas sistematizadas e organizadas diferentemente do cotidiano.

Davídov (1988), ao referir-se à atividade de estudo, realça que a imersão da criança nesse ambiente opera inicialmente com a mudança do espaço físico, considerando também tudo o que ocorre a sua volta. A criança inicia uma convivência com pessoas e ações diferenciadas em relação ao seu cotidiano anterior e com isso começa a “[...] apropriar-se dos conhecimentos em suas formas mais desenvolvidas, relacionadas à consciência social, como a ciência, a arte, a moral e o direito” (p.158, tradução nossa). Elkonin (2009) em seus estudos também trata da função dessa atividade como dominante, capaz de gerar profundas transformações nas funções psíquicas superiores no processo de apropriação.

Concebe-se neste texto a atividade de estudo pelo seu vínculo com a Atividade Orientadora de Ensino, contudo reflexões mais atualizadas, das contradições entre humanização e alienação são aprofundadas por Abrantes e Eidt (2019) e Lima e Sekkel (2019).

Contra-pondo-se a essa perspectiva humanizadora, é possível se defrontar ainda hoje, com métodos de ensino em que há predominância de práticas memorísticas, repetitivas e superficiais as quais demandam do estudante, prioritariamente, a memorização e ações mecanizadas. Observa-se que tais procedimentos pouco ou quase nada favorecem para o desenvolvimento das funções psíquicas superiores e, portanto, da formação do pensamento conceitual, teórico.

Sob a concepção teórica que admite a atividade humana como a forma pela qual o sujeito viabiliza seu desenvolvimento psíquico, nas relações realizadas com instrumentos materiais ou ideais, provém a função da escola de proporcionar à criança uma atividade de ensino com a intencionalidade para o desenvolvimento de sua atividade de estudo. Esta última é uma atividade que vai ao encontro de satisfazer suas necessidades socialmente caracterizadas, no processo de apropriação da cultura e dos conceitos mais elaborados, bem como na formação do pensamento teórico.

A atividade de estudo não se caracteriza como uma atividade que surge espontaneamente, mas sim de forma intencional e voluntária (ASBARH, 2016). É

a materialização da atividade do professor cujo propósito é desencadear condições qualitativamente adequadas para transformar a curiosidade da criança em motivos de aprendizagem, possibilitando a conversão de *motivos compreensíveis* em *motivos eficazes* (LEONTIEV, 1984). Destarte, que com essa função, o professor assume o seu papel de organizar o ensino de forma que não rompa essa lógica, na produção dos motivos.

No contexto da atividade pedagógica participam a atividade de estudo e a atividade de ensino, essa última como preponderante do professor no ambiente escolar. Moura et al. (2010, p. 25) descrevem o papel do professor como ator no cenário educativo que

[...] tem como função primordial, ligada diretamente à atividade dos estudantes, a organização do ensino. Em outras palavras, cabe ao professor organizar o ensino, tendo em vista que os conhecimentos elaborados historicamente pela humanidade possam ser apropriados pelos indivíduos.

A educação escolar, ao considerar os pressupostos teóricos da perspectiva histórico-cultural, assume a função de promover a formação do pensamento teórico a fim de sobressair às formas empíricas, substancialmente desenvolvidas nas relações cotidianas. Desse modo, a organização do ensino deve se pautar nos conhecimentos teóricos, como afirma Davídov (1988, p.178) ao sublinhar que “[...] o caráter de desenvolvimento da atividade de estudo como atividade diretiva na idade escolar está vinculado ao fato de seu conteúdo ser o conhecimento teórico”.

Mediante a atual realidade educacional, em situações de sala de aula observa-se práticas educativas voltadas à formação do pensamento empírico, como também observou Davídov (1988). São formas de constituir conceitos ainda com a predominância das formas do desenvolvimento mental da vida cotidiana, nas percepções imediatas promovidas no decorrer da atividade prática do indivíduo dentro de uma lógica formal. Tais práticas são constituídas por motivos apenas compreensíveis, sujeitos a obstaculizar o desenvolvimento do estudante na relação com a apropriação do objeto de aprendizagem. E, por consequência,

restringir as potencialidades de suas ações e operações tornando-as esvaziadas de sentidos pessoais (LEONTIEV, 1978) acerca do conceito a ser apreendido.

Leontiev (1978) denomina sentido pessoal, como uma forma de compreender a relação entre a atividade e a consciência do indivíduo, mais especificamente estuda o motivo da atividade e o seu fim. Por isso, o sentido pessoal atrela-se às atividades inter e intrapsíquica da prática do sujeito.

Sob essa perspectiva, o sentido pessoal no contexto escolar é um conceito a ser apreendido pelo professor de forma a tornar-se premissa da organização do ensino, ou seja, um dos motivos da sua atividade é que o conteúdo a ensinar tenha sentido para o estudante. O sentido pessoal não se distancia da significação na atividade pedagógica. A relação desses conceitos supera a visão de aprendizagem que restringe as ações dos estudantes ao ambiente escolar, ao fundamentar ações pedagógicas promotoras de condições de desenvolvimento que superem os muros da escola, para as ações da vida.

A especificidade da significação (ou significado social) como reflexo da realidade é concebida por Leontiev (1978, p. 100-102) como

[...] a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e das práticas sociais da humanidade. [...] O homem já encontra um sistema de significações pronto, elaborado historicamente, e apropria-se dele tal como se apropria de um instrumento, esse precursor material da significação.

Apesar do caráter social, a significação é também um processo individual, da consciência do sujeito, que ocorre na relação dialética entre objetivação e apropriação. Haja vista que, simultaneamente à apropriação de conceitos elaborados pelo gênero humano, há também a promoção do desenvolvimento da consciência, do pensamento e de outros processos psicológicos.

Com base nessas premissas, o propósito da investigação em relação à significação se dirige à apropriação do conceito matemático de área, sobretudo, por estudantes ao longo da atividade pedagógica concebida nas relações teóricas e metodológicas da Atividade Orientadora de Ensino.

A Atividade Orientadora de Ensino (AOE), segundo Moura (2017), é “orientadora” porque reforça, por um lado o caráter intencional da atividade de ensino do professor e, por outro, permite compor elementos para avaliar a atividade de estudo do estudante. Além disso, incorpora tanto os pressupostos teóricos da atividade quanto sua estrutura “[...] ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender)” com a proposição de “[...] ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar” (MOURA et al, 2010, p.217).

A parte da organização do ensino da AOE esmera-se na composição de um modo geral de colocar as ferramentas no ambiente didático de modo a proporcionar o movimento de apropriação do conhecimento. Dessa maneira, o professor ao organizar objetivos, intencionalidades, ações e condições no processo de ensino, também requalifica seus conhecimentos. Nesse processo a AOE caracteriza-se como unidade de formação do professor e do estudante (MOURA, 1996).

A situação desencadeadora de aprendizagem, como um dos elementos metodológicos, compreende a elaboração de um modo de explicitar a gênese do conceito, como explicitada no movimento lógico-histórico por Kopnin (1978). Esse modo pode ser implementado por intermédio de diferentes recursos metodológicos, dentre eles Moura e Lanner de Moura (1998) enumeram, em seus estudos, o jogo, as situações emergentes do cotidiano e a história virtual do conceito, assim compreendidas:

[...] o jogo com propósito pedagógico pode ser um importante aliado no ensino, já que preserva o caráter de problema. [...] O que devemos considerar é a possibilidade do jogo **colocar a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivenciada pelo homem ao lidar com conceitos matemáticos.**[...] **As situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar solução de problemas significativos para ela.**[...] **É a história virtual do conceito** porque **coloca a criança diante de uma situação problema semelhante àquela vivida pelo o homem** (no sentido genérico). (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 12-14 apud MOURA, 2010, p. 105-106, grifos nossos).

Sendo assim, a organização do ensino escolar, por meio da AOE proposta na investigação apresentou-se como uma possibilidade didática de superar práticas pedagógicas sustentadas pela lógica formal, tornando-se um instrumento para se alcançar o conceito teórico de área com bases lógico-históricas desse conceito.

O movimento lógico-histórico do conceito que fundamentou a organização do ensino na pesquisa apoiou-se na produção de Kopnin (1972, 1978) e pesquisas científicas sustentadas em seus estudos, como de Sousa (2004), Dias (2007), Cunha (2008), Panossian (2014) que “têm apresentado a perspectiva lógico-histórica como uma teoria que permite o rompimento com o reducionismo formalista e tecnicista” (REZENDE, 2015, p. 20).

Os conceitos de lógico³ e histórico⁴ em Kopnin (1972, 1978) inserem-se nas formas de pensamento fundamentadas no método materialista histórico e dialético. Baseando-se nas ideias do autor, concebeu-se uma investigação do processo de constituição do conceito de área em diferentes contextos e necessidades ao longo da produção humana. Os resultados delinearam uma organização lógica das ações humanas decorrentes do trabalho, da produção e da vida em sociedade que vão além da síntese definitiva desse conceito.

O estudo do processo histórico do conhecimento matemático de área com a finalidade de compor uma organicidade lógica para a abordagem da sua gênese e desenvolvimento sustentou-se nas obras de Smith (1958), Hogben (1970), Boyer (1974), Childe (1978) e Eves (2011), assim como na dissertação de Facco (2003) e na tese de Santos (2014).

Os resultados desse estudo apontaram o conceito matemático de área no desenvolvimento de diferentes civilizações ao longo da história, substancialmente atrelados à “divisão de terras, à cobrança de impostos, à produção têxtil, à confecção de mosaicos e à pavimentação de superfícies planas” (AMARAL, 2018, p. 58).

³ O lógico (...) é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações. (KOPNIN, 1978, p.183-184).

⁴ Por histórico subentende-se o processo de mudanças do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo.

Com isso, a elaboração da AOE pôde ser organizada a partir do movimento lógico-histórico do conceito, reportando-se à relação do homem com o processo de produção agrícola que envolvia a mensuração da superfície, inicialmente por meio dos próprios grãos ou sementes, como unidade discreta. Em seguida, por meio da adoção de instrumentos de medida não padronizados na adoção de formas geométricas retangulares e quadriculares para expressar unidades de medida de área. Por fim, a criação de um instrumento, a tabuleta que reproduz a ideia de uma régua, porém para medir área.

O encaminhamento da pesquisa, a partir do lógico-histórico do conceito, foi objetivado devido à possibilidade de abordar o conteúdo matemático baseado nessa categoria no processo analítico, por conceber a dialética do movimento do pensamento teórico constitutivo na significação.

A AOE elaborada na pesquisa apresenta-se de forma detalhada no decorrer deste texto enquanto uma possibilidade de desenvolvimento do pensamento teórico a partir de uma organização de ensino. Por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem elaboradas sob o estudo lógico-histórico do conceito, com recurso da história virtual, foi desenvolvida uma atividade de ensino com dezenove estudantes do quinto ano do ensino fundamental.

A organização do ensino foi sistematizada em quatro momentos que serão apresentados na ordem em que ocorreram nas aulas com os estudantes. As situações desencadeadoras de aprendizagem foram elaboradas a partir dos nexos conceituais constituídos no movimento lógico-histórico do conceito matemático de área produzido por Amaral (2018). A seguir apresentam-se os nexos conceituais na organização do ensino e no próximo item o detalhamento na atividade com os estudantes.

Onexo conceitual no desenvolvimento do primeiro momento se referiu à delimitação da porção de terra para mensurar sua superfície. Uma história virtual foi elaborada para caracterizar uma situação prática possível de ser realizada por um agricultor. O objetivo foi aproximar os estudantes do conhecimento das relações sociais do passado envolvendo moradia e sistema agrícola com o conceito matemático.

O segundo momento, cujo nexos conceitual foi a divisão de área, teve o objetivo de buscar uma unidade de medida para mensurar uma superfície. Os estudantes, organizados em grupos, receberam uma representação de uma porção de terra com um rio passando pelo meio (em papel pardo) como material para as ações de delimitação dos terrenos e divisão de cada terreno pela metade. A história virtual deste momento conduziu ao problema de dividir o terreno em duas partes iguais, uma para plantar os grãos e a outra para construir a moradia, a partir de uma base (plataforma) de tijolos.

O objetivo do terceiro momento tratou do nexos conceitual de medição de área, primeiramente utilizando sementes (de abóboras), depois tijolos retangulares e por fim ladrilhos quadrangulares. Os estudantes tiveram que resolver três problemas nesta etapa. Em todos os momentos, após a resolução em grupo dos problemas desencadeados pelas partes da história virtual seguiu-se a socialização das estratégias.

O nexos conceitual de área do quarto momento foi a padronização da unidade de medida. O objetivo foi conhecer a padronização na unidade de área. A organização envolveu a continuação da história virtual com a inclusão de uma tableta quadriculada (criada com papel quadriculado) para medir. Finalizando o processo, houve a realização do jogo ⁵ “Descobrimo por trás da imagem”, proporcionando a participação dos estudantes e a sistematização do conceito de área na montagem dos animais com as peças pentaminós.

Na sequência, descreve-se como foram realizados esses momentos, pontuando algumas relações teórico-metodológicas e respostas dos estudantes.

3 A organização do ensino desencadeando a aprendizagem

A AOE constituiu-se como uma ação da atividade de pesquisa objetivada na organização de um plano de ações e no desenvolvimento desse plano junto aos estudantes. O plano de ações também tomou por base o Currículo Comum

⁵ O desenvolvimento da atividade com o jogo não será apresentado neste texto, a fim de não ultrapassar o limite de páginas.

Municipal (BAURU, 2016) fundamentado na Pedagogia Histórico-Crítica e na Psicologia Histórico-Cultural.

A organização da AOE desenvolveu-se em dois encontros semanais de duas aulas cada, durante quatro semanas consecutivas, com o intuito de oferecer as condições necessárias para os estudantes se envolverem e mobilizarem seus conhecimentos com a intencionalidade de entrarem em atividade de estudo.

A situação desencadeadora de aprendizagem, com base no recurso da história virtual, versou sobre ocupação de terra para moradia e plantio. A problematização inicial foi caracterizada na delimitação da porção de terra.

Um cenário, como um jogo teatral, foi constituído na apresentação das seguintes situações: um grupo de agricultores convocado pelo Rei da cidade de Ur, na Mesopotâmia observou as terras à margem do Rio Tigre e percebeu que eram muito férteis (EVES, 2011) e propícias para o cultivo de grãos e sementes (CHILDE, 1978).

Diante desses elementos lógico-históricos, a contextualização se deu a partir da seguinte cena: o rei (a professora) faz o seguinte anúncio aos agricultores (estudantes):

Tenho percebido que as terras às margens do Rio Tigre apresentam uma condição muito favorável à agricultura e ao plantio dos grãos. Assim, venho aqui oferecer uma porção de terra a cada um de vocês, à margem do rio, entre estas duas curvas, porém, não tenho pessoas e instrumentos que possam me auxiliar nessa medição e fazer tal distribuição. Mediante essas condições, peço que encontrem uma maneira de dividir a terra igualmente, de modo que todos os senhores tenham a mesma porção, à margem do rio. Além disso, preciso lembrá-los de que, entre cada um dos terrenos, há a necessidade de deixarem um “corredor” de passagem de mesma largura, para que se possa fazer o transporte dos produtos cultivados e se permita a locomoção das pessoas que ali se fixarem. (AMARAL, 2018, p.110).

Perante tal história, a problematização caracterizou-se pelas seguintes indagações: “Como os agricultores resolveram a dificuldade em dividir as porções de terra, de tal modo que todas elas tivessem a mesma superfície delimitada? Quais estratégias/instrumentos poderiam ser usados para realizarem tal delimitação?” (AMARAL, 2018, p.110). A exposição abordou uma narrativa contendo os elementos essenciais do movimento lógico-histórico do

conceito de área tal como a localização geográfica em que a necessidade humana se apresenta, bem como, hábitos e costumes do povo daquela região e terminologias específicas da cultura em questão.

Mediante a esse contexto e a apresentação da problematização, inicialmente foi possível conhecer as estratégias pessoais encontradas pelos estudantes, ao buscarem as possíveis soluções, acerca do problema da delimitação da porção de terra. E, posteriormente, conhecer as ações atinentes à mensuração da porção de terra destinada ao plantio de sementes e à construção de uma plataforma retangular, passando pelos aspectos discretos e contínuos dessa grandeza.

Assim, além de colocá-los na mesma situação de atividade prática dos agricultores, buscou-se promover condições semelhantes no ambiente didático, para perceberem que, independentemente do tempo histórico, a delimitação de uma superfície foi uma necessidade do homem e mensurá-la sempre fez parte das atividades humanas nos mais diferentes momentos históricos. Dentre as sínteses produzidas, destaca-se: “[...] se a gente colocar nas pontas da base..., teremos um terreno para cada um, e, se colocar no meio, aí vai ficar com dois menores” (AMARAL, 2018, p.122) e “[...] as terras tinham que ter o mesmo ‘tamanho’, senão cada um pagaria mais imposto que o outro” (AMARAL, 2018, p.123).

Dessa forma, ao mobilizar as crianças na solução do problema mostrou-se que não se consegue mensurar uma área que não esteja delimitada. As relações sociais como divisão de terra, pagamento de impostos, plantio, comércio, circulação de pessoas, etc. começam a fazer parte do contexto e, conseqüentemente, da necessidade de medir e como medir.

No decorrer da problematização apreendeu-se que era preciso delimitar as porções de terra de forma que os agricultores ficassem com a mesma porção. Para isso os estudantes utilizaram procedimentos de mensuração desenvolvidos em outras situações de aprendizagem. Eles testaram e verificaram que determinadas técnicas, apenas utilizando o senso de grandeza (DIAS, 2007), seriam insuficientes, pois os resultados eram imprecisos e difíceis de comprovar que se tratava de terrenos com mesma medida de área.

Diante desses resultados, as crianças buscaram outras maneiras para demarcar a superfície e estabelecer a mesma medida de área. Para atingirem esse objetivo, as ações foram objetivadas com a utilização das partes do corpo, como as mãos e os dedos, definindo-as como instrumentos de medida. Além disso, as crianças apoiaram-se no barbante enquanto um instrumento para comparar comprimentos e constatar que a medida do comprimento da frente do terreno demarcado era igual para todos, considerando que a dimensão da largura apresentava a mesma medida delimitada pela folha de papel pardo.

O segundo momento promoveu o envolvimento das crianças no conceito de unidade de medida no processo de medir uma superfície delimitada. A situação desencadeadora de aprendizagem propôs a mensuração usando sementes de abóbora, considerando-as como uma unidade de medida discreta.

Para tanto, os estudantes foram orientados a elaborar suas ações a partir da seguinte explanação caracterizada como a fala do rei:

Caros agricultores... Estou vendo que conseguiram dividir as porções de terra, de tal modo que todas tenham a mesma porção, mas, para que se tornem proprietários efetivos dessas terras e possam se instalar nesses terrenos, para os transformarem em espaços produtivos, por meio do trabalho agrícola, é preciso ainda que cada um de vocês divida a porção de terra recebida em duas partes iguais, sendo que a primeira metade possa destinar à plantação e o cultivo dos grãos e, posteriormente, na outra metade construa uma plataforma de tijolos cozidos, evitando, assim, a invasão das águas do rio, no período das inundações, em suas moradias. Para isso, é necessário descobrir quantas unidades de grãos deverão comprar, lembrando que em cada espaçamento podem colocar apenas uma semente, sem que elas fiquem uma em cima da outra. Assim que souberem quantas sementes irão precisar, voltem para me comunicar. (AMARAL, 2018, p.111)

A maioria dos estudantes encaminhou as contagens das sementes utilizando a estratégia de organizá-las em fileiras sobre a superfície. Lanner de Moura (2001, p.30) explica sobre a relação de medir apresenta dois significados: “[...] um geométrico – o de representar a grandeza distância – e o outro, aritmético – o de calcular quantas vezes foi aplicada a unidade ao longo da distância”. Embora a autora tenha se referido à medida de distância, a relação

geral é a mesma para a medida de área. Os outros estudantes espalharam as sementes sobre a superfície.

A maneira com que as crianças encontraram para organizar os grãos e quantificá-los, incorporou a ideia de uma unidade de medida discreta, objetivando as duas significações do conceito matemático de área indicadas pela autora.

Com base na problematização, as crianças em atividade coletiva, refletiram e constataram que a quantidade de grãos não era a mesma para cada agricultor, mesmo calculada sobre terrenos de medidas iguais. Os argumentos em relação à diferença nas quantidades de grãos para cobrir o terreno caracterizaram-se sobre as irregularidades nos tamanhos e nas formas das sementes. Houve também discussões sobre a cobrança de impostos relacionada às quantidades de sementes. Assim, perceberam a necessidade de uma unidade de área que permitisse medidas iguais para terrenos de formatos iguais, com largura e comprimento equivalentes.

Ainda no segundo momento, foi observado que diante da necessidade de se dividir a superfície em duas partes iguais, o conceito matemático de metade era um conhecimento que ainda precisava ser consolidado, pois estudantes apresentavam a definição que metade era fazer, mecanicamente, a divisão por 2 ou repartir um objeto ao meio, sem ao menos entender o porquê.

Com a manipulação do barbante, enquanto um instrumento não padronizado de medida, os estudantes reconheceram a metade no comprimento ao “dobrarem” o barbante ao meio, mobilizando assim a zona do desenvolvimento iminente (VIGOTSKI; LURIA; LEONTIEV, 2017). Em atividade coletiva, as crianças transferiam primeiro a medida de uma das dimensões (comprimento ou largura) do terreno para o barbante. Depois de dobrarem, apoiavam o barbante na lateral do terreno para marcarem a metade, parte desse processo foi verbalizada dessa forma por um estudante: “[...] precisa esticar o barbante desta ponta até o outro lado [comprimento] e depois você dobra ponta com ponta, e aí você confirma onde você marcou.” (AMARAL, 2018, p. 127-128).

A partir de tal situação, os estudantes puderam elaborar estratégias que representassem soluções para a situação problema. Deste modo, com o uso

desse instrumento (barbante) elaborado no pensamento, as ações no processo de medir foram ampliadas e, conseqüentemente, contribuindo para a formação do conceito de medição.

O terceiro momento envolveu a necessidade de se encontrar uma unidade de área que superasse as imperfeições da medição por grãos. A situação proposta introduz a medição com tijolos retangulares cozidos (HOGBEN, 1970), a partir da seguinte contextualização também iniciada pela fala do rei:

Caros agricultores...Vejo que estão sendo desafiados pelo Rei com essa tarefa e, como pudemos perceber, medir a metade do terreno com grãos não nos deu um valor preciso de quantos seriam necessários comprar. Em minhas andanças, tive certa experiência com produção de tijolos cozidos de barro, para serem usados nas construções dos protetores (como chamavam as moradias), cuja dimensão do comprimento é duas vezes maior que a dimensão da largura [...]. O que os senhores acham de comprarem esses tijolos junto aos oleiros e construir a plataforma que o Rei lhes solicitou? (AMARAL, 2018, p. 112)

Com um exemplar do tijolo que lhe foi dado, cada criança tinha um problema a resolver, caracterizado pela quantidade de tijolos a comprar para a pavimentação da metade do terreno.

Novamente as crianças experienciaram a formação do significado de unidade de medida para o objeto tijolo, pois além do uso para construção, o objeto na atividade tornou-se instrumento de medida, uma vez que possuía a mesma grandeza da superfície. O uso do objeto no formato de um paralelepípedo representativo do tijolo na situação permitiu que os estudantes realizassem a mensuração com precisão. Foi percebido que a forma do objeto era mais propícia comparada à da semente para a realização de medida de superfície plana retangular,

[...] a medição por grãos não era exata, porque dependia da quantidade que era usada, pois seu formato e tamanho eram diferentes e não cobria todo o terreno, enquanto que o tijolo ocupava todo o 'espaço', [...] a semente deixava espaço entre uma e outra e, por isso, não dava para medir com elas, pois cada um colocava de um jeito, mas no tijolo, mesmo colocando em posição diferente eles ficavam perto e não sobrava terra. (AMARAL, 2018, p.139).

Uma das estratégias utilizadas pelos estudantes foi o empréstimo das peças representativas dos tijolos entre membros do grupo. Com isso, eles cobriram parte do terreno com 4 peças e estimaram que faltavam duas partes, totalizando a necessidade de 6 tijolos. Outra estratégia foi alinhar a peça no canto do terreno e escorregando-a alinhada à borda, com auxílio do dedo para marcar cada posição anterior, contar o número de deslocamentos.

Puderam observar que o resultado da medida desta vez foi igual para todos, independente das posições dos tijolos colocados para cobrir toda superfície delimitada para os protetores.

Os estudantes puderam experienciar como a criação de uma unidade de área perpassa pela necessidade de adequação à grandeza a ser medida. Além disso, puderam compreender esses problemas nas atividades práticas do homem no passado diante das suas relações de produção.

Essa situação desencadeadora se transpôs para um novo encaminhamento com a intencionalidade de se buscar uma padronização de unidade de área. Para a resolução do novo problema foi apresentada a seguinte propositura por meio da fala do rei:

Diante dessa dificuldade, percebo que os senhores utilizaram estratégias que puderam me trazer uma mensuração mais exata de tal superfície. Sabendo que essa medida se refere à metade da superfície, vocês teriam condições sabiamente de me dizerem quanto mede a porção destinada à plataforma, não é mesmo? Assim, na construção da plataforma de tijolos de barro cozido, para edificarem seus protetores, peço-lhes que a pavimentem, usando os ladrilhos decorados cujo formato é quadrangular com lados de mesmo comprimento e largura (HOGBEN, 1970) e lhes ofereço para comprar junto aos mercadores do reino. Para tanto, é preciso que os senhores me façam o pedido das peças com base na plataforma de tijolos que construíram. (AMARAL, 2018, p. 113).

O problema principal caracterizou-se em determinar a quantidade de ladrilhos para pavimentar uma determinada área. O fato de o ladrilho ser menor que o tijolo pareceu ser o motivo de abandono da estratégia anterior, de empréstimo dos materiais, mesmo os estudantes tendo em mãos uma amostra.

As ações e operações dos estudantes foram realizadas sobre os materiais manipuláveis e no campo das ideias. Eles refletiram sobre as formas geométricas do tijolo e do ladrilho, prioritariamente às suas bases, já que a altura na situação era irrelevante. Ou seja, nas operações do pensamento foi possível entrar em atividade considerando somente a grandeza bidimensional do objeto.

Dentre as manifestações dos estudantes durante o processo de solução, destaca-se: “[...] se, em cada linha tem 2 tijolos e eu repito 3 vezes os 2 tijolos, vou ter 6, e se, com os ladrilhos, eu uso 4 peças em cada uma das três fileiras, eu vou ter 12 peças, aí cobre tudo.” (AMARAL, 2018, p. 146) e “[...] para saber quantos ladrilhos vou precisar, eu medi com a peça quadrada e vi quantas peças caberia em cada linha e quantas linhas se formavam. Então, eu pensei na continha e fiz de vezes a quantidade de peças (3) e a quantidade de linhas (4) e deu 12 ladrilhos” (AMARAL, 2018, p.146).

As manifestações se correlacionaram no processo de ascensão do abstrato ao concreto na formação do conceito teórico, que nesse momento foi desenvolvido por meio dos questionamentos no decorrer da solução do problema. Desse modo, as significações do conceito matemático de área foram produzidas na relação entre a contagem (destinada à grandeza discreta, já internalizada pelos estudantes) e pela ação de cobrir completamente a superfície (grandeza contínua) da porção de terra.

O quarto momento introduziu um novo material, um instrumento de medida, a tabuleta, com a finalidade de estabelecer uma unidade de medida-padrão. A história virtual incluiu o seguinte texto, na fala do rei:

Senhores agricultores, cada um de vocês está recebendo tabuletas quadriculadas, para que os senhores representem o terreno de vocês, a fim de que eu possa saber qual é sua área e calcule o valor do imposto. No entanto, como podem perceber, o tamanho da tabuleta não representa o espaço da unidade do ladrilho empregada na plataforma do terreno. Assim, peço-lhes que, utilizando 1 como a unidade da área quadrada, calculem a medida da superfície da plataforma ladrilhada e do terreno todo. (AMARAL, 2018, p. 114)

O uso da tabuleta na história virtual decorre das evidências históricas acerca do formato quadrangular como uma unidade de medida do conceito de

área, incorporada nas atividades humanas para a confecção de cestos e do uso de peças de cerâmicas quadradas para o ladrilhamento. (HOGBEN, 1970). Essa tabuleta foi representada pela folha do papel quadriculado, tornando-se outro instrumento de medir área. O objetivo foi sistematizar a medição total do terreno e as suas partes a que cada uma foi destinada.

Diante de tal situação, o desenvolvimento das ações foi sendo organizado a partir das indagações:

Seria possível registrar o tamanho real do terreno, representando a dimensão da superfície que cada agricultor tinha? Por quê? Qual é a unidade de medida mais adequada para se mensurar um espaço mais amplo? E a representação desse espaço? Como podemos estabelecer a relação entre o cm^2 usado na representação e a unidade de medida da área do terreno, em seu formato real? (AMARAL, 2018, p. 114).

Sob este contexto, a mensuração da área foi sendo consolidada pelos estudantes quando, em operando com o papel quadriculado, realizaram a contagem dos quadradinhos que contornavam a superfície nas suas dimensões – de comprimento e de largura – explicando: “[...] a gente, para medir este papel que mostra o tamanho do terreno, precisamos ver quanto media aqui [comprimento] e deste outro lado aqui [largura] e aí chegamos ao ‘tamanho’ de toda a terra” (AMARAL, 2018, p. 156).

A realização do algoritmo, inicialmente foi sendo estabelecida por alguns estudantes por meio da adição e, posteriormente, pela multiplicação das medidas do comprimento e largura ao perceberem que se tratava de uma adição de várias parcelas de mesmo valor como foi explicado em: “[...] Eu posso contar assim... 30 mais 30 mais 30 [...] Acho que tem um jeito... Seria por vezes, porque está repetindo 20 vezes 30 [...] Aqui daria 600 quadradinhos... Ou 600 centímetros quadrados” (AMARAL, 2018, p. 153). Diante disso, os alunos identificaram a unidade de medida padronizada a ser utilizada em cada situação de medição de forma coerente.

O processo de medir área retangular pelo produto das medidas de suas dimensões largura e comprimento foi um processo constituído no decorrer das ações dos estudantes. Nem todos alcançaram as soluções dos problemas no

mesmo tempo e da mesma forma. Alguns estudantes precisaram de mais mediações da professora que outros, porém houve auxílio entre os estudantes do mesmo grupo como entre os grupos. Após o término de cada solução aos problemas propostos e aos problemas dos próprios estudantes, também havia a socialização das respostas encontradas, sintetizando todo o processo. Assim, corrobora-se com Cunha (2008) a diferença de “fazer medida” e de “pensar medida”. Pensar medida envolve todos os nexos conceituais enquanto só fazer medida compreende somente a parte mecânica de operação com instrumento.

O conjunto de ações permitiu a requalificação dos conhecimentos no decorrer da AOE, no processo de análise e síntese do pensamento formulado pelos estudantes e pelo professor, como afirma Moura (2016, p. 155) “[...] são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende”.

4 Considerações

Uma nova qualidade acerca dos nexos conceituais de área foi constituída no desenvolvimento dos estudantes por meio da atividade de estudo. A significação do conceito como processo de constituição na atividade humana foi reproduzida, na sua essência, na atividade pedagógica por efeito da análise e síntese dos conteúdos teóricos do movimento lógico-histórico do conceito de área e da perspectiva histórico-cultural. Como também, da organização do ensino, norteadas pela Atividade Orientadora de Ensino em conteúdo e forma. Compreende-se aqui o termo reprodução não no senso comum, como cópia, mas inserida nas bases teóricas e filosóficas aqui versadas em que a reprodução é também processo criativo.

Concebeu-se a partir da pesquisa que organizar o ensino de modo a desenvolver o pensamento conceitual (ou pensamento teórico) requer vivenciar uma atividade singular, uma Atividade Orientadora de Ensino, seja no que se refere à apropriação teórica que sustenta o desenvolvimento didático do professor, seja nas mediações e no planejamento das ações a serem desenvolvidos no ambiente escolar. Assim, dependendo dos professores que a vivenciam outras ações podem surgir. Desse modo, a AOE mostra-se sempre inacabada, por isso sua característica orientadora.

Além do mais, estar em e pensar sobre Atividade Orientadora de Ensino é um movimento constante para os pesquisadores envolvidos. Esta pesquisa suscitou refletir sobre a história virtual do conceito como recurso nas situações desencadeadoras de aprendizagem. Em cada uma delas havia um problema a ser resolvido pelos estudantes, que por vezes foi nomeado como situação desencadeadora de aprendizagem. Embora a questão a ser levantada aqui, não seja da essência do conteúdo teórico da situação desencadeadora, há que se pensar na possibilidade de se chamar toda a história virtual criada de uma única situação desencadeadora de aprendizagem do conceito de área, que foi sub dividida, didaticamente, em problemas com enfoque nos nexos conceituais desse conceito.

Referências

ABRANTES, A. A.; EIDT, N. M. Psicologia histórico-cultural e a atividade dominante como mediação que forma e se transforma: contradições e crises na periodização do desenvolvimento psíquico. *Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, v. 3, n. 3, p. 1-36, 22 nov. 2019.

<https://doi.org/10.14393/OBv3n3.a2019-51694> .

AMARAL, C. C. F. *A significação do conceito matemático de área expressa por estudantes proveniente de uma Atividade Orientadora de Ensino*. 190 f. 2018. Dissertação (Mestrado em docência para educação básica) – Unesp, Faculdade de ciências, Bauru-SP, 2018.

ASBAHR, F. S. F. Idade escolar e atividade de estudo: educação, ensino e apropriação dos sistemas conceituais. In: MARTINS, L. M. et al. (Org.) *Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico: do nascimento à velhice*. Campinas: Autores Associados, 2016. p. 171-192.

BAURU. *Currículo Comum do Ensino Fundamental do Sistema Municipal de Ensino de Bauru*. 2016. Disponível em CD.

BOYER, C. *História da matemática*. 1. ed. São Paulo: Edgard Blucher - Universidade de São Paulo, 1974.

CHILDE, V. G. *A evolução cultural do homem*. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

CUNHA, M. R. K. da. *Estudo das elaborações dos professores sobre o conceito de medida em atividades de ensino*. 2008. 135f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

DAVÍDOV, V. *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscou: Progreso, 1988.

DAVYDOV, V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

DIAS, M. da S. *Formação da imagem conceitual da reta real: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica*. 2007. 252 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. DOI: <https://doi.org/10.11606/t.48.2007.tde-10102007-145627>.

ELKONIN, D. *Psicologia do jogo*. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

EVES, H. *Introdução à História da matemática*. 5. ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2011.

FACCO, S. R. *Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem*. 2003. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

HOGBEN, L. *Maravilhas da Matemática: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos*. Tradução de Paulo Moreira da Silva, Roberto Bins e Henrique Carlos Pfeifer. 2. ed. Porto Alegre, RS: Globo, 1970.

KOPNIN, P. V. *Fundamentos lógicos da ciência*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1972.

KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LEONTIEV, A. *O desenvolvimento do psiquismo humano*. São Paulo: Moraes, 1978.

LEONTIEV, A. *Actividad, consciência, personalidade*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación, 1984.

LIMA, C. P. de; SEKKEL, M. C. Notas sobre as relações entre escola, família e sociedade na formação da atividade de estudo. *Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, v. 3, n. 3, p. 1-31, 22 nov. 2019. <https://doi.org/10.14393/OBv3n3.a2019-51705>.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como unidade formadora. *Bolema*, São Paulo, ano II, n. 12, p. 29-43, 1996.

- MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In Amélia D. de C., A.M.P.de C., *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. São Paulo: Pioneira, p.143-162, 2001.
- MOURA, M. O. de et al. A atividade Orientadora de Ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. Brasília: Líber Livro, 2010. DOI: <https://doi.org/10.7213/rde.v10i29.3094>.
- MOURA, M. O. de (Org.). *Educação Escolar e a pesquisa na teoria histórico-cultural*. São Paulo: Loyola, 2017.
- MOURA, M. O. de; LANNER de MOURA, A.R. *Escola: Um Espaço Cultural. Matemática na Educação Infantil: Conhecer, (re) criar - Um modo de lidar com as dimensões do mundo*. São Paulo: Diadema/SECEL, 1998.
- PANOSSIAN, M. L. *O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra*. 2014. 317f. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014. DOI: <https://doi.org/10.11606/t.48.2014.tde-14052014-153038>.
- REZENDE, J. P. *Sentidos e significados manifestos por licenciandos e pós-graduandos ao produzirem atividades de ensino de matemática na perspectiva lógico-histórica*. 2015. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.
- SANTOS, E. S. C. dos. *A construção do conceito de área e procedimentos para sua medida no quinto ano do ensino fundamental: atividades fundamentadas na história da matemática*. 2014. Tese (Doutorado) – Universidade de Brasília, Brasília, 2014.
- SMITH, D.E. *History of Mathematics*. V. II. New York: Dover, 1958.
- VIGOTSKI, L.S. *A formação Social da Mente*. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- VIGOTSKII, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2010.
- VIGOTSKI, L.S; LURIA, A.R.; LEONTIEV, A.N. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. Tradução de Maria da Penha Villalobos .11. ed. São Paulo: Ícone, 2017.

Recebido em junho de 2020
Aprovado em agosto de 2020.