

Atividade orientadora de ensino e proposição davydoviana na organização do ensino de matemática

Guiding educational activity and davydov's proposition for mathematics teaching organization

*Josélia Euzébio da Rosa¹
Cristina Felipe de Matos²*

RESUMO

Apresentamos um estudo de natureza bibliográfica sobre os princípios da Teoria Histórico-Cultural, que orientam o modo de organização do ensino de Matemática no contexto da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) e da proposição davydoviana. O foco consiste na interpretação e resolução de problemas sobre adição e subtração. O movimento investigativo ocorreu em dois momentos interconectados: estudo teórico e, com base neste, elaboração e organização de uma situação desencadeadora de aprendizagem. Os resultados indicam que o movimento conceitual, no modo de organização do ensino, fundamentado na Teoria Histórico-Cultural, segue do geral para o particular, conduzido pela relação universal parte-todo. As significações aritméticas, algébricas e geométricas são inter-relacionadas nos procedimentos de redução do concreto ao abstrato (modelação gráfica e literal), e de ascensão do abstrato ao concreto (diferentes aplicações).

Palavras-chave: Teoria histórico-cultural. Modo de organização do ensino. Matemática. Atividade orientadora de ensino. Proposição davydoviana.

ABSTRACT

We present a bibliographic study about the fundamentals of Historical-Cultural Theory, which guide the way of mathematics teaching organization in the context of guiding educational activity and the proposition by Davydov. The focus consists on interpretation and solving problems on addition and subtraction. The investigative movement occurred in two interconnected moments: theoretical study and based in it, elaboration and organization of a learning triggering situation. The results indicate that the conceptual movement on the way of teaching organization based on the Historical-Cultural Theory follows from the general to particular, conducted by a universal part-whole relation. Arithmetic, algebraic and geometric significations are interrelated on the procedures from the concrete to abstract (graphic and literal modeling), and ascension from abstract to concrete (different applications).

Keywords: Historical-cultural theory. Way of teaching organization. Mathematics. Guiding educational activity. Davydov's proposition.

¹ Doutora em Educação pela Universidade Federal do Paraná (UFPR). Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL). Integrante de três grupos de pesquisa, o GEPAPe (Grupo de Estudos e Pesquisa Sobre Atividades Pedagógicas - USP), o GPEMAHC (Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural - UNESCO), e o TEDMAT (Teoria do Ensino Desenvolvidor na Educação Matemática - UNISUL). Nesse último, participa na qualidade de coordenadora. E-mail: joselia.rosa@unisul.br.

² Mestre em Educação pela Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), na linha de pesquisa Educação em Ciências. Integra dois grupos de pesquisa, o TEDMAT (Teoria do Ensino Desenvolvidor na Educação Matemática - UNISUL) e o GPEMAHC (Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural - UNESCO). Professora de Matemática da rede estadual de Santa Catarina. E-mail: cristinafmatos@ymail.com

1 Introdução

A necessidade do presente estudo emergiu dos resultados insatisfatórios que a educação escolar brasileira apresenta atualmente. Permanecemos com um dos piores resultados do mundo referentes à Educação Matemática, conforme revelam, por exemplo, as avaliações realizadas pelo Pisa (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) (FERNANDES, 2016). Tais resultados emergem do tipo de pensamento predominantemente desenvolvido nos estudantes brasileiros atualmente (ROSA, 2012; BRUNELLI, 2012; HOBOLD, 2014; GALDINO, 2016; MATOS, 2017). Alguns pesquisadores (SFORNI, 2003; ROSA, 2012; BRUNELLI, 2012; MATOS, 2013; HOBOLD, 2014) têm detectado, no conteúdo curricular da Educação Básica referente ao ensino de Matemática, o predomínio de conceitos empíricos. De acordo com Davíдов (1988), o conteúdo empírico, como base do ensino, gera, também, métodos empíricos de organização do ensino.

Certos princípios didáticos, métodos de estruturação das disciplinas e procedimentos metodológicos particulares são fundamentados sobre a teoria empírica da generalização aceita pela psicologia pedagógica tradicional. **Surge a pergunta de como o emprego desta teoria se reflete nos resultados do ensino escolar e nas peculiaridades da atividade mental** das crianças que estudam segundo os programas geralmente aceitos. (DAVYDOV, 1982, p. 124, tradução e grifo nosso).

Os princípios de ensino que promovem o desenvolvimento do pensamento empírico resultam de um método que adota como base princípios da lógica formal (DAVÍDOV, 1988). Assim, “a escola, [...] principalmente por inadequação de conteúdo e método, tem dificuldade em tornar o conhecimento significativo para aqueles que por ela passam” (SFORNI, 2003, p. 01-02).

Nas ementas de cursos de Pedagogia, é comum a preocupação “com o porquê ensinar, o que pode contribuir para evitar que os conteúdos se transformem em meros receituários. Entretanto, só de forma muito incipiente registram o quê e como ensinar” (Gatti; Barreto, 2009, p. 121). Gatti e Barreto (2009), ao analisarem projetos pedagógicos de 71 cursos de Pedagogia, constataram que:

o grupo das didáticas específicas, metodologias e práticas de ensino (o “como” ensinar) representa 20,7% do total, e as

disciplinas voltadas aos conteúdos a serem ensinados nas séries iniciais do ensino fundamental constituem apenas 7,5% do conjunto. Por essas indicações torna-se evidente que **os conteúdos específicos das disciplinas a serem ministradas em sala de aula nas escolas não são objeto dos cursos de formação inicial docente [...]** (GATTI E BARRETO, 2009, p. 121, grifo nosso).

Além de possibilitar a reflexão sobre *o porquê, o quê e como*, nossa pretensão, no presente artigo é, também, refletir sobre qual base e para que ensinar, a fim de analisarmos possibilidades de se repensar a organização do ensino com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes e do próprio professor. Isso porque

o pensamento teórico não surge e nem se desenvolve na vida cotidiana das pessoas, ele se desenvolve somente em tal instrução, cujos programas se baseiam na compreensão dialética do pensamento. É exatamente este ensino que tem o caráter desenvolvimental (desenvolvente) (DAVÍDOV, 1999, p. 07, grifos do autor).

Nessa perspectiva dialética, o pensamento teórico resulta de tipos específicos de abstração, generalização e formação de conceitos científicos, por meio do movimento de redução do concreto caótico à abstração, e posterior ascensão deste ao concreto em nível superior, pensado. Nessa perspectiva,

a abstração e a generalização substanciais aparecem como dois aspectos de um processo único de ascensão do pensamento ao concreto. Graças à abstração, o homem separa a relação inicial de certo sistema integral e, na ascensão mental em direção a ela, conserva a sua especificidade. Simultaneamente esta relação inicial atua, no princípio somente como relação particular, porém nesse processo de generalização, o homem pode descobrir, neste estabelecimento das conexões sujeitas à lei desta relação com os fenômenos singulares, seu caráter geral como base da unidade interna do sistema integral (DAVÍDOV, 1988, p. 151, tradução nossa).

Na especificidade da Matemática, a partir do experimento objetal, o processo de abstração é possível pelas mediatizações dos elementos algébricos e geométricos. São eles que possibilitam a expressão da relação essencial, em nível de abstração máxima, por meio do modelo universal. Trata-se do processo necessário de revelação teórica dos dados para posterior operação mental. Por

isso, requer a reprodução integral do sistema de conexões internas que lhe deram origem. A abstração e a generalização substanciais

encontram sua expressão no conceito teórico que serve de procedimento para deduzir os fenômenos particulares e singulares de sua base universal. Graças a isso, o conteúdo do conceito teórico é os processos de desenvolvimento dos sistemas integrais (DAVÍDOV, 1988, p. 152, tradução nossa).

De acordo com Davídov (1988, p. 128, tradução nossa), “os diferentes sistemas de símbolos (materiais e gráficos) podem converter-se em meios para estabelecer padrões e, com isso, idealizar os objetos materiais, em meios de transição destes ao plano mental”. O estabelecimento de padrões constitui a modelação dos elementos da relação essencial, revelada inicialmente no experimento objetal. O modelo possibilita “idealizar os objetos materiais, em meios de transição destes ao plano mental” (DAVÍDOV, 1988, p. 128).

Com base nos resultados obtidos durante mais de duas décadas de pesquisa com crianças, em sala de aula, Davídov (1982, p. 433-434, tradução nossa) concluiu que o “simbolismo literal, as correspondentes fórmulas literais e a interconexão das mesmas, consolidativo das propriedades fundamentais das grandezas, são inteiramente acessíveis às crianças”. Tais propriedades dão origem ao modelo universal, elemento mediador para interpretação e posterior determinação da operação. O conteúdo correspondente aos conceitos científicos e o método indissociável a este (movimento dialético entre a conexão geral-particular, conduzido pela lei universal) fundamenta o modo de organização do ensino, aprendizagem e desenvolvimento.

Mas, como organizar o ensino a fim de promover a aprendizagem de conceitos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico?

Durante a presente investigação, inicialmente buscamos respostas para esse questionamento nos fundamentos filosóficos, psicológicos e epistemológicos. No presente artigo, apresentamos a resposta que obtivemos por meio da sistematização de uma situação desencadeadora de aprendizagem, referente a um problema que envolve os conceitos de adição e subtração.

Desse modo, esta investigação, de natureza teórica, consiste no estudo de alguns princípios da Teoria Histórico-Cultural que orientam o modo de organização do ensino de Matemática no contexto da atividade orientadora de ensino (AOE) e da proposição davydoviana. Estas emergem da premissa Vigotskiana de que o único bom ensino é o que se adianta ao desenvolvimento do estudante. Nesse sentido, Moura (1996, 2001) elaborou a AOE a partir dos princípios da Teoria da Atividade. A AOE

tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanentes para quem ensina e aprende. (MOURA, 2001, pg. 155).

O ensino, com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico do estudante, também é necessidade geradora da proposição de Davýdov (1982, 1987, 1988). Seguidor de Vygotski, Davýdov elaborou a Teoria do Ensino Desenvolvimental na qual sistematizou um modo geral de organização do ensino, exemplificada com conceitos matemáticos, por meio de seis ações de estudo, conforme segue:

1. Transformação dos dados da tarefa de estudo com a finalidade de revelar a relação universal do objeto;
2. Modelação da relação universal na forma objetiva, gráfica e literal;
3. Transformação do modelo da relação universal para o estudo de suas propriedades em forma pura;
4. Resolução de um sistema de tarefas singulares que podem ser resolvidas a partir das transformações do modelo;
5. Controle da realização das ações anteriores;
6. Avaliação da apropriação do procedimento universal como resultado da solução da tarefa de estudo dada. (DAVÍDOV, 1988, p. 181, tradução nossa).

Tais ações vão ao encontro da proposição de Moura em que “as ações definem o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo” (Moura, 2001, pg. 155). Deste modo, o movimento investigativo ocorreu em dois momentos interconectados: estudo teórico das ações de estudo e

sua objetivação no modo de organização do ensino de Matemática. E, por fim, elaboramos uma situação de aprendizagem referente à interpretação e resolução de um problema desencadeador sobre adição e subtração, a partir da AOE e da proposição davydoviana.

Durante a sistematização do problema desencadeador consideramos a possibilidade de superação, no modo de organização do ensino, daquilo que Zankov (1984) constatou em sua época, na Rússia, e que se aproxima da nossa realidade atual (Rosa, 2012; Brunelli, 2012; Hobold, 2014; Galdino, 2016):

Na prática escolar de ensino predomina a realização de exercícios sobre a base de modelos previamente estabelecidos. Este procedimento de ensino dá resultados desde que o estudante assimile com rapidez o exercício, assim pode determinar o tipo a que pertence. Contudo, este procedimento dificulta o processo mental independente dos estudantes, que resultam impotentes quando se encontram com um problema não corrente. (ZANKOV, 1984, p. 160).

Os modelos previamente estabelecidos são desenvolvidos somente em situações singulares e não possibilitam uma generalização de caráter universal. Uma organização nestas bases, em que o processo de generalização e abstração ocorre a partir de uma reunião de vários problemas singulares, expressa um processo de ensino fragmentado e linear. Nesse caso, primeiro apresenta-se um conceito e, na sequência, na maioria das vezes sem relação com o anterior, outro conceito, e assim sucessivamente. No que se refere à resolução de problemas, por exemplo, o foco é no resultado, em detrimento do seu processo de interpretação e operacionalização, o que conduz ao desenvolvimento do pensamento empírico (MATOS, 2013). Por outro lado, segundo Vigotski (2000) e Davíдов (1988), a boa formação é aquela em que a aprendizagem se adianta ao desenvolvimento do pensamento dos estudantes, com teor teórico.

Ao organizar o ensino a partir do método que prevê como ponto de partida o caráter geral do conceito no problema desencadeador, é possível revelar a relação essencial, pois “o geral como forma e norma de atividade para os indivíduos aparece no estudo como primário com respeito aos fenômenos particulares que a ele vem unido” (DAVÝDOV, 1982, p. 305, tradução nossa).

Para tanto, Moura (1996, 2001), no contexto da AOE, propõe situações desencadeadoras de aprendizagem, que podem ocorrer por meio de diferentes recursos metodológicos: jogos infantis, história virtual do conceito e situações emergentes do cotidiano. Por sua vez, Davýdov propõe a organização do ensino por meio de tarefas de estudo, que requerem as seis ações aqui já apresentadas.

As duas proposições desencadeiam um movimento de abstração e generalização, que parte do geral para o singular (problema desencadeador em que os valores aritméticos são dados) mediado pelas manifestações particulares elaboradas a partir da transformação do modelo universal. Já que “no conhecimento teórico consolida-se o **nexo** da relação geral efetiva com suas diversas manifestações, o nexo do geral com o particular” (DAVÝDOV, 1982, p. 361, tradução nossa, grifo do autor).

O processo de abstração e generalização ocorre com o auxílio de um sistema de símbolos constituído por significações aritméticas, algébricas e geométricas inter-relacionadas no movimento de redução do concreto ao abstrato, bem como de ascensão do abstrato ao concreto. O movimento de redução e ascensão e suas significações só são objetivados a partir de um ensino organizado com tal finalidade (Davýdov, 1982).

Então, como objetivar esse movimento no modo de organização do ensino? Na sequência, apresentamos a resposta para este questionamento por meio da sistematização de uma situação desencadeadora de aprendizagem. Para tanto, elaboramos uma situação emergente do cotidiano intitulada *Os gastos de Dona Baratinha*. Ao resolver o problema desencadeador nela apresentado, seguimos o movimento de abstração e generalização anteriormente mencionado.

1 Situação desencadeadora de aprendizagem

Ensinar é a atividade principal do professor que, entre outras necessidades, há a organização do ensino, para desenvolver o pensamento teórico dos estudantes. A fim de contribuir para este tipo de desenvolvimento, Moura (2001, p. 155) propõe a AOE, “que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de

solucionar coletivamente uma situação-problema”. Procuramos relacionar, nessa perspectiva, com a organização de ensino proposto por Davýdov e colaboradores, cuja sistematização está alicerçada nas seis ações de estudo.

Tais ações foram contempladas no objeto de ensino que envolve as operações de adição e subtração: a resolução do problema desencadeador, elaborado a partir do estudo teórico, sob o título de *Os gastos de dona Baratinha* (Ilustração 1). A inspiração partiu do conto popular *O casamento da Dona Baratinha*, de Ana Maria Machado. Como anunciado, a situação desencadeadora de aprendizagem foi elaborada com base nos princípios da AOE e resolvida no movimento conceitual matemático proposto por Davýdov e colaboradores. A história foi elaborada para ser desenvolvida por estudantes do curso de Pedagogia. A fim de colocá-los na condição de professores, simulamos uma carta de um estudante solicitando ajuda para resolver o problema desencadeador apresentado na história, conforme segue:

Ilustração 1 – Os gastos de dona Baratinha

Prezados (as):

Tudo bem com vocês? Espero que sim.

Meu nome é Pedro e estou cursando o Ensino Fundamental I. Como ainda estou aprendendo a escrever, pedi para minha mãe digitar esta carta direcionada a vocês. Acredito que já ouviram falar sobre a história *O casamento da dona Baratinha*. Minha professora, Ana, contou esta semana, aqui na escola. Eu achei a história muito legal, engraçada... Gostei bastante.

Mas, tem uma parte da história que a professora Ana disse que ninguém sabe, e nós somos os privilegiados em conhecer. Legal, não é?! E que por isso seríamos os primeiros a tentar resolver um problema desta nova parte da história. Eu e minha mãe não conseguimos resolvê-lo. Então, vocês podem nos ajudar?

A nova parte da história com o problema é o seguinte:

OS GASTOS DE DONA BARATINHA

Era uma vez uma Baratinha que sofreu uma desilusão amorosa. Passada a tristeza, resolveu não procurar mais noivo algum. Preferiu ficar sozinha e se divertir.

- Agora vou usar meu dinheiro com presentes só para mim – disse dona Baratinha, e continuou: - Vou ficar mais linda e me divertir! Com uma parte do meu dinheiro comprei

um par de brincos e um batom, a outra parte gastarei em lazer. O que eu quero mesmo é passear! Amanhã sairei com a minha fita no cabelo e o cartão do banco na bolsinha.

No dia seguinte, lá se foi dona Baratinha. Em uma loja comprou um par de brincos e, em outra, um batom. Estava tão entusiasmada e contente que já passou o batom e colocou os brincos novos ali mesmo.

Dona Baratinha refletiu: - Ai, ai! Estou ainda mais linda com esse batom, brincos e com fita no cabelo. Hum... Onde posso sair para mostrar toda minha beleza e me divertir agora?! Já sei! Vou ao parque de diversões brincar na roda gigante!

Mas, dona Baratinha deparou-se com um grande problema:

- Será que tenho dinheiro suficiente? - E agora? Como faço para saber? – interrogou-se dona Baratinha.

Ela estava preocupada, pois não poderia ficar com a conta negativa no banco. A sua vez na fila de compra do bilhete se aproximava, e Dona Baratinha se desesperava, pois não dava tempo de ir ao banco verificar seu saldo. Nem havia sinal de telefone ou internet por ali. E ela andava em volta de si mesma, feito barata tonta, e não lhe vinha uma solução.

Caros, essa é a parte nova da história. A minha professora Ana quer que ajudemos a Dona Baratinha. Eu e minha mãe tentamos, tentamos e não chegamos a uma conclusão.

Vocês poderiam me retornar com uma carta, explicando da forma mais detalhada possível, como resolver o problema da Dona Baratinha?

Desde já agradeço.

Pedro.

Fonte: Elaboração nossa, 2015.

Na sequência, apresentamos algumas reflexões sobre o modo de organização do ensino a partir de ações de estudo fundamentada na proposição davydoviana para o ensino de Matemática e na AOE, que podem ser consideradas no modo de organização do ensino para subsidiar a elaboração da carta-resposta com teor teórico.

Nosso objetivo, com a elaboração da situação de aprendizagem (Ilustração 1) foi gerar a necessidade da relação universal de resolução de problemas

relacionados aos conceitos de adição e subtração, por meio de um problema desencadeador. De acordo com Zankov (1984), para interpretar e resolver corretamente um problema, o estudante deve:

ter uma ideia clara do problema, que partes constam e que informação fornece cada uma delas. Deve saber encontrar o enunciado e a pergunta do problema de qualquer forma que apareçam no texto. Também deve encontrar os dados contidos no texto e desvendar qual é a incógnita. (ZANKOV, 1984, p. 160).

Na busca pela ideia clara do problema, nos permitiu inferir que a questão norteadora consiste em verificar se há possibilidade de compra de outro item, o bilhete do brinquedo. Para tanto, é necessário determinar o valor gasto em brincos e batom. No entanto, deparamo-nos com valores desconhecidos, que não são informados, porque

a solução dos problemas exige, [...] o conhecimento de uma vasta gama de conceitos concretos e abstratos, que refletem as relações quantitativas entre objetos. [...] O valor procurado, a informação dada no conteúdo do problema e a relação entre eles não podem ser determinados através da análise separada dos diversos elementos, mas apenas através da sua combinação. (KALMYKOVA, 1991, p. 09-10).

A sugestão é que a necessidade criada na história seja reproduzida pelos estudantes. Neste sentido, o aspecto lúdico da história pode ser explorado por meio, por exemplo, de uma encenação teatral. Assim, a necessidade pode ser vivenciada pelos estudantes, de forma coletiva, a partir da reflexão sobre como proceder para resolver o problema. Durante a teatralização, outras questões podem surgir: a reflexão sobre o antes e depois da origem do telefone, o surgimento da internet, bem como a reflexão sobre educação financeira em temas como a importância de notas fiscais, controle de gastos, saldo negativo e positivo, utilização de cartão, consumismo, modo de produção, sistema monetário, entre muitas outras. A sugestão é para que as reflexões sejam amplas, articuladas, mas sem perder de vista o problema de Dona Baratinha.

A personagem, após gastos com itens de beleza, quer se divertir. Para tanto, quer comprar um bilhete para roda gigante. Porém, não sabe se tem

dinheiro suficiente para gastar com o lazer e por isso, precisa conferir. Ao tentar verificar seu saldo, a fim de evitar que fique negativo no banco, depara-se com alguns problemas, como a indisponibilidade de sinal de telefone ou internet, e ainda a falta de tempo para se dirigir ao banco.

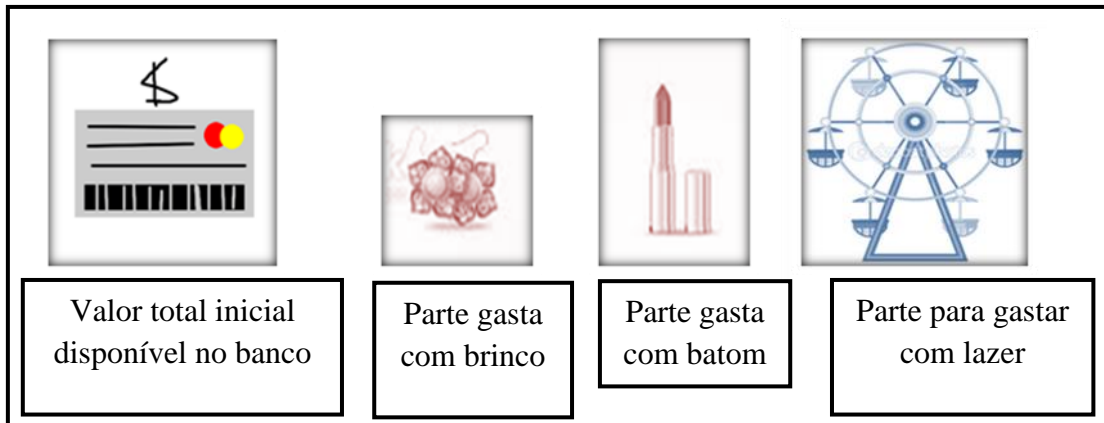
Qual operação matemática pode subsidiar a resolução desse problema? Como identificar a operação correta? Qual a relação universal que possibilita tal identificação? Como orientar os estudantes para que sejam sujeitos autônomos na interpretação e resolução de quaisquer problemas, sem precisar perguntar para o professor se é de *mais* ou de *menos*, de *vezes* ou de *dividir*...?

De acordo com os princípios da Teoria Histórico-Cultural, é necessário revelar a relação universal a partir do movimento de redução do concreto ao abstrato (Davýdov, 1982). Para tanto, sugerimos o experimento objetual, isto é, a análise comparativa entre a quantidade inicial disponível no banco, a gasta com brincos e batom e o montante restante para compra do bilhete da roda gigante, a partir da reconstituição teatral da história (Ilustração 01). Já que,

os dados parecem, ao princípio, desconexos. Para encontrar a relação entre eles e a resposta exigida, é necessário escolher determinado número de elementos intermediários e analisá-los de maneira precisa. Isto exige uma análise especial dos dados, do resultado procurado e das relações existentes entre eles. (KALMYKOVA, 1991, p. 10).

Nesse sentido, temos que, de posse do valor total inicial disponível, a personagem gastou uma parte para sua beleza (brincos e batom), e a outra parte quer gastar com lazer (bilhete para parque de diversões). A ilustração 2 refere-se ao primeiro momento de resolução do problema desencadeador: os valores aritméticos são desconhecidos, por isso caracteriza-se por problema geral e marca o início do processo de resolução. A revelação desses dados, inicialmente caóticos, constituirão os elementos da relação universal, a ser revelada na primeira ação de estudo davydoviana: transformação dos dados da tarefa de estudo com a finalidade de revelar a relação universal do objeto.

Ilustração 2 – Dados iniciais.



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

Esta primeira ação é realizada por meio do experimento objetal que, aqui, pode ser objetivada, como dissemos, na reconstituição teatral da história, com objetos reais. Porém, alertamos que “trabalhar com objetos reais enquanto se desenvolvem os conceitos abstratos é uma etapa necessária da aprendizagem. Mas se dura demasiado pode dar-se uma influência negativa sobre a generalização [...]” (KALMYKOVA, 1991, p. 15). Além disso, “o problema desencadeador ou a situação-problema deve impregnar-se da necessidade que levou a humanidade à construção do conceito e favorecer uma generalização que supere a experiência sensorial” (Moretti, 2014, p. 34). Isto porque “o conhecimento científico tem justamente que passar da descrição dos fenômenos à revelação da essência como nexos internos dos mesmos, através do estudo da constituição e funcionamento dos objetos e fenômenos” (SFORNI, 2003, p. 05).

Nessa passagem de descrição dos fenômenos à revelação da essência, o movimento, que se inicia do geral, é substancial para que as significações algébricas sejam introduzidas e, por consequência, modelação da essência, da relação universal para interpretação de problemas sobre adição e subtração. Iniciar do caráter geral é substancial, pois “nos conceitos científicos, o geral domina sobre o particular” (DAVÝDOV, 1982, p. 224, tradução nossa).

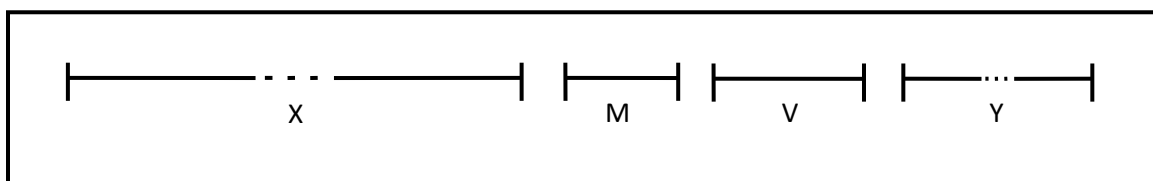
A partir do levantamento dos dados que constituem o problema, a sugestão é que se proceda à reflexão sobre a análise comparativa entre os valores das partes (beleza e lazer) e o valor total inicial, por meio dos apropriados termos e

seus correspondentes símbolos: maior que ($>$), menor que ($<$), igual ($=$) (Rosa, 2012). Nesse momento, os questionamentos norteadores são: para que o saldo bancário da personagem não fique negativo e que possa comprar o bilhete do brinquedo, o valor gasto em beleza deve ser maior, menor ou igual ao valor total inicial disponível no banco? Se, após os gastos com beleza, ainda restar algum dinheiro, o valor do bilhete deve ser maior, menor ou igual a este?

O movimento decorrente desse ponto de partida (o problema desencadeador em caráter geral) é o de redução do concreto caótico ao abstrato. As sucessivas abstrações, até atingir a abstração máxima, serão mediadas por elementos algébricos (representação dos valores desconhecidos pelas letras) e geométricos (segmento de reta e arcos).

A revelação da lei essencial (universal) para resolução de problemas sobre adição e subtração nos direciona para a segunda ação de estudo davydoviana: modelação da relação universal nas formas objetual, gráfica e literal. O experimento objetual é superado por incorporação e os valores desconhecidos (Ilustrações 1 e 2) são representados por segmentos de reta e, nesse caso (valor desconhecido), podemos representá-lo por uma letra, conforme a ilustração 3:

Ilustração 3 – Representação geométrica e algébrica dos valores

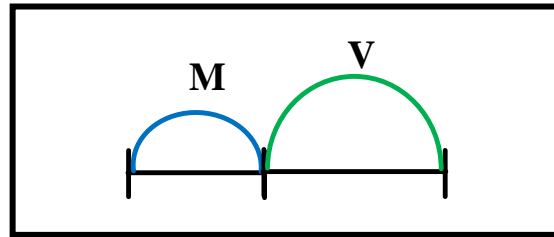


Fonte: elaboração nossa, 2016.

Na ilustração 3 temos o valor total (X), a parte gasta com brinco (M), com batom (V) e com lazer (Y). Para verificar se o valor utilizado na compra do brinco e do batom é maior, menor ou igual ao valor total inicial, é necessário conhecê-lo. O que sabemos é que, do todo disponível no banco, a personagem investiu uma parte em beleza (com brinco e batom). Em outras palavras, os valores gastos com o brinco (M) e batom (V) são partes de um todo que a personagem dispôs para gastar em beleza. Mas, como determinar o valor gasto com ambos os produtos?

Sabemos que, do valor total inicial disponível no banco, uma parte foi gasta na compra de brincos (M) e a outra com o batom (V), conforme ilustração 4. Os arcos explicitam o início e o fim de cada valor.

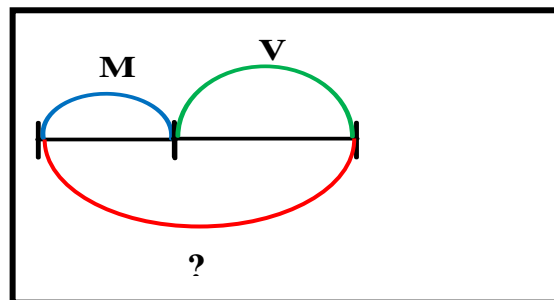
Ilustração 4 – As partes referentes à beleza



Fonte: elaboração nossa, 2016.

Mas, de quanto foi o gasto com beleza? Qual operação matemática possibilita a resposta para essa pergunta? Em outras palavras, quando temos duas partes conhecidas, qual operação possibilita a determinação do todo? (Ilustração 5).

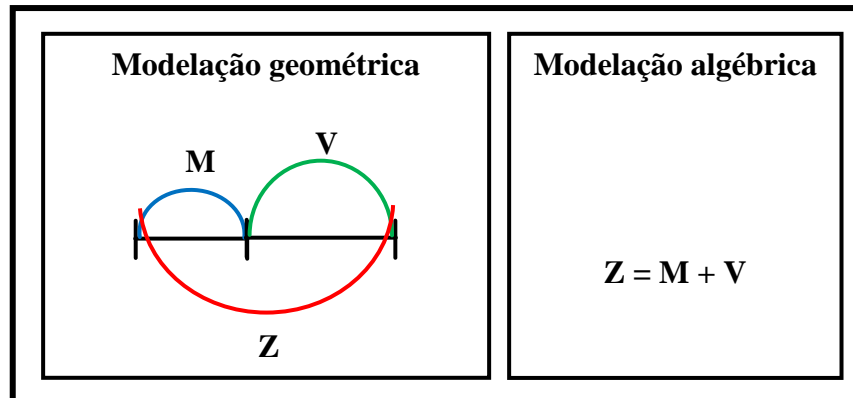
Ilustração 5 – O todo (gasto em beleza) é desconhecido



Fonte: elaboração nossa, 2016.

Para determinar o todo, quando as partes são conhecidas, a operação adequada é da adição: $M + V$. Surge, também, a necessidade de atribuímos um valor para o todo investido em beleza. O representaremos por Z (Ilustração 6):

Ilustração 6 – Modelação geométrica e algébrica para problemas sobre adição



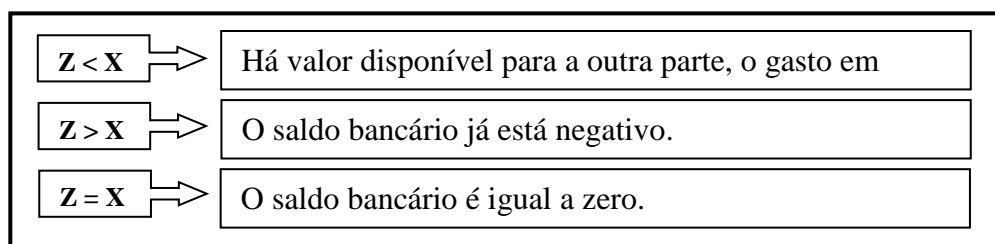
Fonte: elaboração nossa, 2016.

A análise dos diversos elementos constituintes do problema permite revelar a relação interna entre os mesmos e eleger a operação adequada (Kalmykova, 1991). Na ilustração 6 temos a representação da relação universal expressa geometricamente (esquema constituído de arcos e segmentos) e algebricamente ($M+V=Z$) para resolver problemas que envolvem a operação de adição com dois valores.

Portanto, do valor total disponível no banco inicialmente (X), a parte gasta com beleza foi (Z). Porém, a personagem não sabe quanto lhe resta para o lazer. Por isso, nesse momento, há necessidade de uma análise comparativa entre a parte referente à beleza (Z) e o todo (X).

Para tanto, retomaremos a pergunta norteadora inicial: para que o saldo bancário da personagem não fique negativo e que possa comprar o bilhete do brinquedo, o valor gasto em beleza (Z) deve ser maior, menor ou igual ao valor total (X) disponível no banco inicialmente (Ilustração 7)?

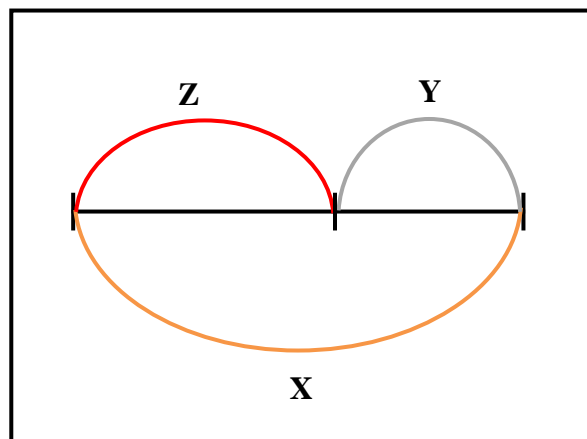
Ilustração 7 – Resultados da análise comparativa



Fonte: elaboração nossa, 2016.

A preocupação da personagem é comprar o bilhete para o brinquedo sem ficar com saldo bancário negativo, por isso a necessidade dessa reflexão. Ao gastar a parte correspondente à beleza sem se dar conta do valor gasto, três casos podem ocorrer antes mesmo da possível compra do bilhete. Se a personagem gastou exatamente o valor inicial com o brinco e o batom ($Z = X$), seu saldo bancário está nulo e, neste caso, a parte destinada ao lazer é zero. Isso impossibilita a compra do bilhete sem que seu saldo fique negativo. O segundo caso é ela ter se excedido no gasto da parte destinada à beleza ($Z > X$); assim, seu saldo já está negativo e a parte destinada ao lazer também é nula. Mas, caso a parte gasta em beleza é menor que o valor total inicial ($Z < X$), poderemos prosseguir para determinar o valor correspondente ao lazer. Então, qual é o valor correspondente ao lazer? Ele é representado por Y (Ilustração 8).

Ilustração 8 – Modelo representativo das partes Z e Y, e o todo X



Fonte: elaboração nossa, 2016.

Inicialmente, na ilustração 6, a operação matemática realizada para determinar Z foi adição. Pois, naquele caso, tínhamos as partes M e V e era necessário determinar o todo gasto em beleza. Portanto, o valor que inicialmente era o todo, neste momento, é uma das partes. Assim, para determinar Z, realizamos a operação da adição: $M + V = Z$.

Agora, no esquema apresentado na ilustração 8, faz-se necessário determinar uma das partes: a operação a ser realizada é Subtração. Trata-se da operação inversa da adição, na qual, dado o todo e umas das partes, determina-se

a outra parte (Caraça, 1998). Evidenciamos, assim, o caráter variável dos significados das partes e do todo que, por sua vez, revela a relação dialética das operações de adição e subtração.

Em outras palavras, para determinar a parte desconhecida (Y), diminuimos, do todo (X), a parte conhecida (Z). Assim, o modelo algébrico correspondente é: $X - Z = Y$ (Ilustração 9). Por outro lado, se a parte desconhecida fosse o Z, o modelo seria transformado: $X - Y = Z$.

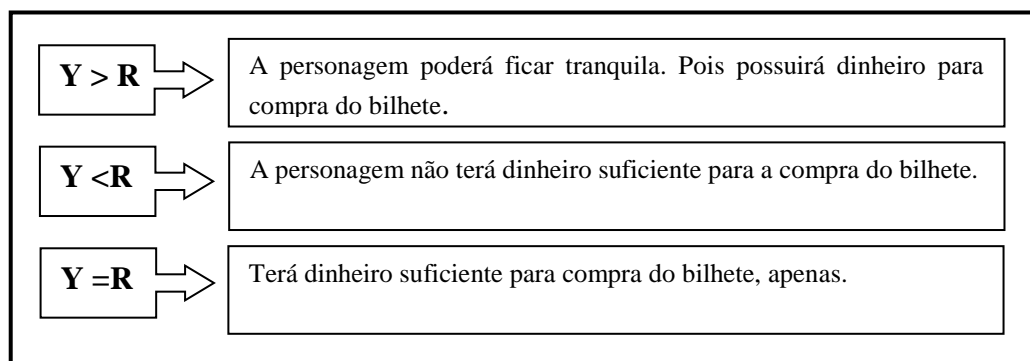
Ilustração 9 – Modelo algébrico da situação representada na ilustração 8.

$$X - Z = Y$$

Fonte: elaboração nossa, 2016.

Revelado o valor disponível para o lazer, é necessário realizarmos outra análise comparativa e avaliar os resultados (Ilustração 10). A necessidade é determinar se, com o valor Y, é possível comprar o bilhete da roda gigante, que representaremos por R.

Ilustração 10 – Análise comparativa e resultados Y e R



Fonte: elaboração nossa, 2016.

Os valores gastos com brinco e batom, o valor total inicial disponível no banco e o valor para gastar em lazer são os elementos representados em caráter geral e dados caoticamente, enquanto concreto ponto de partida (Ilustração 1). Ao analisar para além da aparência, constatamos os elementos que constituem uma relação indissociável constituída pelas partes e pelo todo.

Percorremos um movimento do concreto caótico ao abstrato. Contudo, de acordo com os princípios da Teoria Histórico-Cultural, é necessário prosseguir o movimento no sentido de ascender o abstrato ao concreto em nível pensado. Pois,

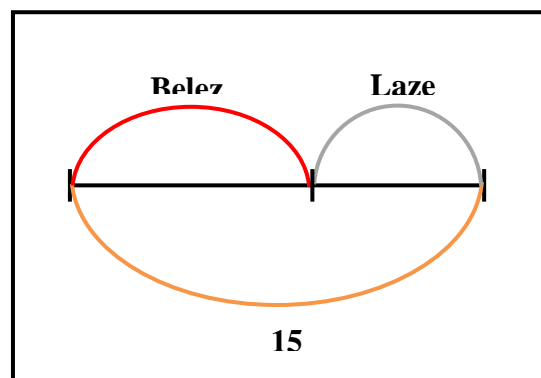
a formação do conceito teórico se opera no trânsito do geral ao singular (do abstrato ao concreto). E justamente nos trânsitos as manifestações particulares no estabelecimento das conexões do geral primário com suas manifestações tomam corpo e se revela o conceito (a teoria) correspondente. (DAVÝDOV, 1982, p. 368, tradução nossa).

Nesta direção é que seguiremos. Para tanto, a partir da abstração modelada algebricamente, manifestações singulares serão analisadas, conforme exemplo da tarefa a seguir.

Tarefa 1 – Supomos que Dona Baratinha possuía, inicialmente, R\$ 155,00 para gastar com beleza e lazer. Gastou R\$ 42,00 em brincos e R\$ 49,00 em batom. Ela terá dinheiro suficiente para o lazer? Caso sim, quanto?

Trata-se de um problema composto, pois, para verificarmos quanto há disponível para gastar em lazer, é necessário revelar o gasto total em beleza. Nesse problema, “a escolha das operações torna-se mais difícil; o estudante deve escolher dois números entre muitos, e combiná-los de determinado modo, deve escolher no contexto os elementos para determinar a primeira operação e as seguintes” (KALMYKOVA, 1991, p. 10). Na primeira frase do enunciado do problema, os dados revelam um todo (155) e duas partes (beleza e lazer), conforme a representação abaixo (Ilustração 11):

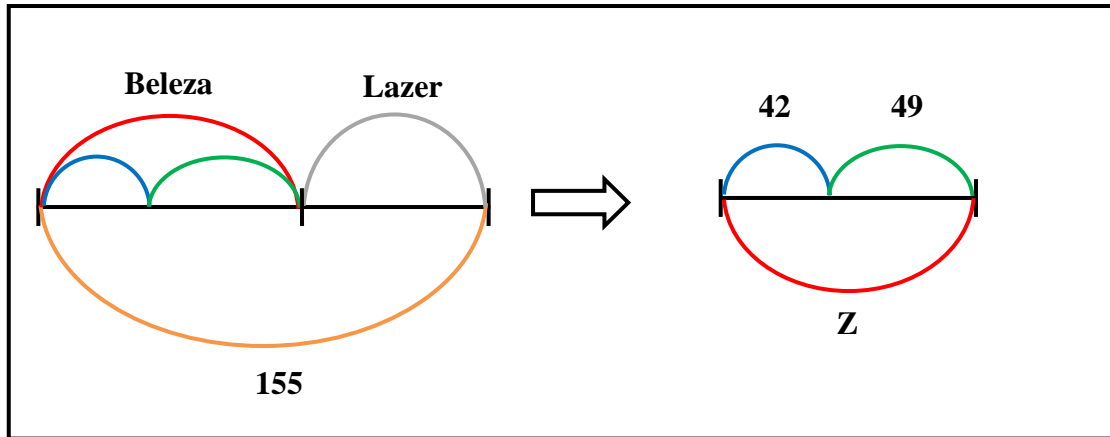
Ilustração 11 – Esquema representativo do todo e das partes beleza e Lazer



Fonte: elaboração nossa, 2016.

No entanto, a parte referente à beleza é subdividida em duas partes. Uma referente ao brinco (42) e outra referente ao batom (49), conforme representação na ilustração 12:

Ilustração 12 – Esquema representativo da variação de significado referente à beleza



Fonte: elaboração nossa, 2016.

No modelo apresentado na ilustração 12, as partes são conhecidas e faz-se necessário, portanto, determinar o todo do gasto em beleza. Nesses casos, a operação adequada é a adição das partes, que resulta no todo: $Z = 42,00 + 49,00$. Quando os valores são menores, podemos realizar a adição na reta numérica (Rosa, 2012), mas, neste caso, realizamos no algoritmo, conforme ilustração 13:

Ilustração 13 – Resolução de $Z = 42 + 49$ no algoritmo

	Centena	Dezena	Unidade
		4	2
+		4	9
		9	1

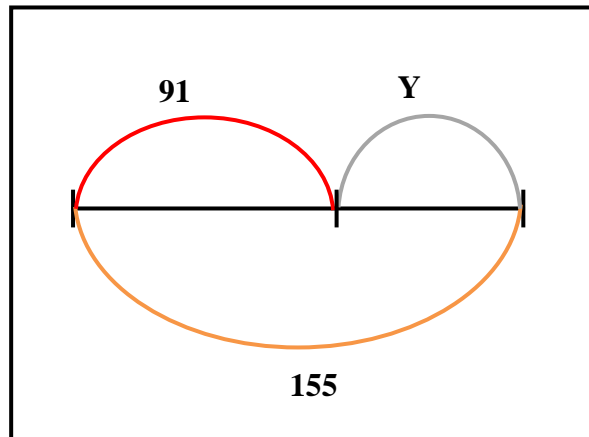
1 ↻

Fonte: elaboração nossa, 2016.

Temos que $Z = R\$ 91,00$. Contudo, a resolução do problema não termina aqui. Ao determinarmos Z , revelamos uma das partes da primeira frase do enunciado, a parte referente à beleza. Mas, ela terá dinheiro para gastar em

lazer? Como R\$ 91,00 é menor (<) que R\$ 155,00, é possível que sim. Entretanto, qual é exatamente o valor disponível para os gastos em lazer, ou, qual é o valor de Y (Ilustração 14):

Ilustração 14 – Esquema representativo da resposta final do problema



Fonte: elaboração nossa, 2016.

Nesse caso, ao conhecermos o todo (155) e uma das partes (91): para revelarmos a parte desconhecida, a operação correta é a subtração: $Y = 155,00 - 91,00$. O processo de resolução no algoritmo é (Ilustração 15):

Ilustração 15 – Resolução de $Y = 155,00 - 91,00$ no algoritmo

	0	10	
	Centena	Dezena	Unidade
	1	5 15	5
-		9	1
	0	6	4

Fonte: elaboração nossa, 2016.

Assim concluímos a resposta do problema: Dona Baratinha terá R\$ 64,00 para gastar com lazer ($Y = 64,00$). Eis o ponto de chegada em uma situação singular interpretada por meio da relação universal parte e todo. O concreto

ponto de chegada, na verdade, é concreto ponto de partida, mas em outro nível, como síntese das múltiplas determinações: das diversas possibilidades particulares da relação universal. Assim, concluímos o movimento de ascensão do abstrato ao concreto, que subsidia as diversas manifestações singulares. Vale ressaltar que o concreto ponto de chegada constitui-se em ponto de partida para o estudo de outros conceitos como, por exemplo, números decimais e fracionários, equação, polinômios, entre outros.

2 Considerações finais

No presente texto, reproduzimos, em síntese, alguns elementos do movimento conceitual que pode nortear o modo de organização do ensino Fundamentado na Teoria Histórico-Cultural, no contexto da AOE e da proposição davydoviana.

A revelação dos dados que constituem a relação essencial do conceito de resolução de problemas sobre adição e subtração foi o ponto de partida. Posteriormente, revelamos a relação universal parte-todo. O modelo, expresso geometricamente e algebricamente refletia o problema dado inicialmente. Porém, não em sua aparência imediatamente dada, mas em sua essência.

A partir dessa relação foi possível determinar a operação adequada, se adição ou subtração. Adição para os casos em que as partes são conhecidas e faz-se necessário determinar o todo. Assim, o todo é determinado a partir da soma das partes. Subtração quando o todo é conhecido e uma das partes é desconhecida. Desse modo, a partir da subtração de uma parte pelo todo, determina-se a outra parte.

Em síntese, no movimento que perseguimos ao longo deste trabalho, partimos de um problema cuja solução requeria a relação interna entre adição e subtração. Na sequência, modelamos e realizamos transformações nas quais variavam os valores desconhecidos (parte ou todo). Finalmente, deduzimos algumas tarefas singulares.

Dado o exposto, cumpre-nos manifestar que a produção deste estudo nos proporcionou momentos de reflexão, alicerçados no desejo de compreender o modo

de organização do ensino de Matemática, com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes. Trata-se, pois, de algo prospectivo para o ensino de Matemática, no qual se toma como ponto de partida uma situação de aprendizagem cujo problema desencadeador é resolvido no movimento conceitual matemático proposto por Davýdov e colaboradores.

3 Referências

BRUNELLI, J. B. *Projeto ou atividade de ensino e de aprendizagem? Expressões da implantação da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina*. 2012. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

CARAÇA, B. J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva, 1998.

DAVÍDOV, V. V. *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación teórica y experimental*. Trad. Marta Shuare. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

_____. O que é a atividade de estudo. *Revista Escola inicial*. n. 7, 1999.

DAVÝDOV, V. V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. 3.ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

FERNANDES, D. Brasil avança em conhecimento básico de Matemática, mas continua atrás no ranking. *BBC Brasil*: fev. 2016. Disponível em: <http://www.bbc.com/portuguese/noticias/2016/02/160209_ocde_alunos_baixa_performace_pai_df>. Acesso em: 07 ago. 2016.

GALDINO, A. P. S. *O conhecimento matemático de estudantes do 3º ano do ensino fundamental sobre o conceito de multiplicação: um estudo com base na Teoria Histórico-Cultural*. 2016. 110f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016.

GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. S. *Professores do Brasil: impasses e desafios*. Brasília: UNESCO, 2009.

HOBOLD, E. S. F. *Proposições para o Ensino da tabuada com base nas Lógicas Formal e Dialética*. 2014. 199 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, UNISUL, Tubarão, 2014.

KALMYKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. In: LÚRIA; LEONTIEV, VYGOTSKI, et al. *Pedagogia e Psicologia II*. Lisboa: Estampa, p. 9 - 26, 1991.

MATOS, C. F. *Resolução de problemas davydovianos sobre adição e subtração por estudantes brasileiros do sexto ano do ensino fundamental*. 2013. 168 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2013.

_____. *Modo de organização do ensino de matemática em cursos de Pedagogia: uma reflexão a partir dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural*. 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, UNISUL, Tubarão, 2017.

MORETTI, V. D. O problema lógico-histórico, aprendizagem conceitual e formação de professores de Matemática. *Poiésis - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação*, [S.l.], v. 8, p. 29-44, mar. 2014. ISSN 2179-2534.

Disponível

em:<<http://www.portaldeperiodicos.unisul.br/index.php/Poiesis/article/view/1737>>. Acesso em: 02 ago. 2016. doi:<http://dx.doi.org/10.19177/prppge.v8e0201429-44>.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. & CARVALHO, A (orgs). *Ensinar a ensinar: didática para a escola*. São Paulo: Editora Pioneira. p. 143 – 161, 2001.

_____. A atividade de ensino como unidade formadora. *Bolema*, Rio Claro, UNESP, v. 12, p.29-43, 1996.

ROSA, J. E. *Proposições de Davydov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas*. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Paraná, 2012, 244 f.

SFORNI, M. S. F. Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade. In: *Anais da 26ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação*. Caxambu: ANPED, 2003.

Recebido em março de 2017.
Aprovado em novembro de 2017.