

Tradução

PENSAMENTOS COMPOSTOS. UMA INVESTIGAÇÃO LÓGICA¹

Gottlob Frege

Tradução de Paulo Alcoforado*

É surpreendente o que a linguagem consegue fazer. Com poucas sílabas ela consegue expressar um incalculável número de pensamentos, a tal ponto que até para um pensamento pela primeira vez apreendido por um ser humano, ela encontra uma roupagem através da qual um outro ser humano é capaz de apreendê-lo, ainda que esse pensamento lhe seja inteiramente novo. Isto não seria possível se não pudéssemos distinguir no pensamento partes que correspondem a partes de uma sentença, de modo que a estrutura da sentença sirva como imagem da estrutura do pensamento. É verdade que falamos figuradamente quando aplicamos ao pensamento a relação de todo e da parte. Esta analogia, porém, é tão clara e, de modo geral, tão pertinente, que dificilmente nos deixaremos perturbar por suas eventuais imperfeições.

Se encaramos os pensamentos como compostos de partes simples, e se a estas correspondem, por sua vez, partes simples da sentença, então podemos compreender como é possível formar, a partir de poucas partes da sentença, uma grande variedade de sentenças, as quais, por sua vez, corresponde uma grande variedade de pensamentos. Cabe, aqui, perguntar como o pensamento se constrói e como suas partes são combinadas de modo que o todo se torne algo

¹ Publicado pela primeira vez sob o título "Logische Untersuchungen. Dritter Teil: Gedankengefüge", *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus*, 3(1923), p. 36-51. Republicado em G. Patzig (Hrsg.), *G. Frege, Logische Untersuchungen*, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, 1966, p. 72-91; I. Angelelli (Hrsg.), *G. Frege, Kleine Schriften*, Hildesheim, G. Olms, 1967, p. 378-94.

* Professor da Universidade Federal Fluminense e Pesquisador do Instituto de Lógica, Filosofia e Teoria da Ciência (ILTC).

mais do que as partes isoladamente. Em meu artigo “A Negação”² considerei o caso em que um pensamento parece constituído, por um lado, de uma parte carente de complementação ou, em outras palavras, de uma parte insaturada, à qual corresponde na linguagem um negador e, por outro lado, de um pensamento. Não podemos negar sem que exista algo que se negue, e isto é um pensamento. Assim, o todo torna-se coeso pelo fato de o pensamento saturar a parte insaturada ou, como se pode também dizer, completar a parte carente de complementação. Donde a suposição de que, no âmbito da lógica, a composição de um todo em suas partes sempre se dá pela saturação de algo insaturado³.

Aqui vamos considerar um caso particular de tal composição, vale dizer, o caso em que dois pensamentos se combinam de modo a constituir um único pensamento. A esta combinação de pensamentos corresponderá, no domínio da linguagem, a combinação de duas sentenças, constituindo um todo que é, por sua vez, também uma sentença. A partir da expressão “sentença composta” da gramática, formo a expressão “pensamento composto”, sem com isto querer dizer que toda sentença composta tenha como sentido um pensamento composto, ou que todo pensamento composto seja o sentido de uma sentença composta. Por pensamento composto entendo um pensamento constituído de pensamentos, mas não só de pensamentos. Pois um pensamento é completo e saturado e não carece de qualquer complementação para existir. Por esta razão, os pensamentos não se aglutinam uns aos outros, a menos que os conectem algo que não é um pensamento. É de se imaginar que esse conectivo (*Fügende*) seja, ele mesmo, insaturado. Um pensamento composto tem que ser ele próprio um pensamento, a saber, algo que seja ou verdadeiro ou falso; sem uma terceira alternativa.

Nem toda sentença composta de outras sentenças pode, do ponto de vista lingüístico, nos fornecer um exemplo utilizável; pois a gramática reconhece como genuínas sentenças o que a lógica não

² ‘A Negação. Uma Investigação Lógica’. (N. do T.).

³ Aqui e no que se segue devemos ter sempre em vista que este saturar, este compor, não é um processo que se desenvolva no tempo.

pode reconhecer como genuínas sentenças, posto que não exprimem um pensamento. As sentenças relativas⁴ mostram-nos isto, pois, numa sentença relativa separada de sua sentença principal não conseguimos reconhecer o que o pronome relativo pretende designar. Em tal sentença não temos um sentido por cuja a verdade pudéssemos indagar; em outras palavras, o sentido de uma sentença relativa isolada não é um pensamento. Assim, não devemos esperar que uma sentença composta constituída de uma sentença principal e de uma sentença relativa sempre tenha como sentido um pensamento composto.

Primeira Espécie de Pensamento Composto.

Lingüisticamente falando, o caso mais simples de composição parece ser o de uma sentença independente associada, mediante o “e”, à outra sentença independente. Mas a questão não é tão simples como inicialmente se afigura. Pois, numa sentença assertiva devemos distinguir dois aspectos: o pensamento expresso e a asserção. Só o primeiro interessa-nos aqui, pois o ato de julgar não pode ser dito composto⁵. Por isto, entendo as sentenças a serem ligadas pela conjunção “e” como proferidas sem força assertiva. O modo mais simples de eliminar a força assertiva consiste em transformar o todo em uma interrogação, pois pode-se expressar o mesmo pensamento tanto através de uma interrogação quanto através de uma sentença assertiva, só que sem asseri-la. Quando ligamos duas sentenças, nenhuma das quais proferida com força assertiva, mediante a conjunção “e”, então temos que perguntar se o sentido do todo é um pensamento. Neste caso, não apenas cada uma das duas sentenças componentes, mas também o todo, têm que ter um sentido que possa

⁴ Frege denomina aqui de ‘sentença relativa’ (*Relativsatz*) o que a atual nomenclatura gramatical brasileira chama de ‘sentença adjetiva’ (N. do T.)

⁵ Ao que parece, os lógicos entendem freqüentemente por “juízo” aquilo que denomino de pensamento. Digo, assim: julga-se quando se reconhece um pensamento como verdadeiro. Ao ato desse reconhecimento dou o nome de juízo. O juízo é manifestado mediante uma sentença proferida com força assertiva. Mas pode-se apreender e exprimir um pensamento sem reconhecê-lo como verdadeiro, isto é, sem julgar.

ser feito o conteúdo de uma interrogação. Quando se pergunta aos jurados: "O réu ateou, intencionalmente, fogo à pilha de lenha e provocou, intencionalmente, o incêndio na floresta?", é importante saber se há aqui duas perguntas, ou uma única. Se os jurados têm a possibilidade de responder afirmativamente à pergunta relativa à pilha de lenha, mas negativamente à pergunta relativa ao incêndio na floresta, então temos duas perguntas, cada uma das quais contendo um pensamento. Aqui não se trata de um pensamento único formado pela composição de dois pensamentos. Mas se aos jurados só é dado responder "sim" ou "não" - como suponho aqui - sem decompor o todo em perguntas parciais, então este todo é uma única interrogação, e esta só pode ser respondida afirmativamente se o réu agiu intencionalmente tanto ateando fogo na pilha de lenha quanto provocando o incêndio na floresta. Em qualquer outro caso, a interrogação deve ser respondida negativamente. Assim, se um dos jurados pensa que o réu ateou fogo intencionalmente na pilha de lenha, mas que o fogo se alastrou pela floresta sem sua intenção, então deve responder negativamente à pergunta. Por causa disto, o pensamento da pergunta como um todo deve ser distinguido dos dois pensamentos componentes. A pergunta encerra, além dos pensamentos componentes, aquilo que os combina, e a isto corresponde, lingüisticamente, o "e". Esta palavra será usada aqui de um modo especial; ela só entrará aqui em consideração enquanto coordena duas sentenças propriamente ditas. Chamo de sentenças propriamente dita aquela que expressa um pensamento. Um pensamento, porém, é algo que deve ser ou verdadeiro ou falso; sem uma terceira alternativa. O "e" de que falamos aqui só deve ligar sentenças que sejam proferidas sem força assertiva. Com isto não se pretende excluir o ato de julgar, mas que ele só pode incidir sobre o pensamento composto como um todo. Se desejarmos considerar como verdadeiro um composto desta primeira espécie, podemos, por exemplo, utilizar a expressão "é verdade que... e que ...".

Assim como o nosso "e" não liga sentenças assertivas, ele tampouco deve ligar sentenças interrogativas. Em nosso exemplo, uma única pergunta foi feita aos jurados. Mas o pensamento que essa pergunta propõe para que seja julgado é uma combinação de dois pensamentos. E assim, o jurado, ao respondê-la, tem que proferir um

único juízo. Certamente, isto pode parecer uma sutileza excessiva. Pois não vem a ser, a rigor, a mesma coisa que o jurado responda afirmativamente à pergunta: "O réu ateou, intencionalmente, fogo à pilha de lenha?", e depois afirmativamente à pergunta: "O réu provocou, intencionalmente, o incêndio na floresta?", ou que de uma só vez responda afirmativamente à pergunta como um todo? Isto pode parecer indiferente no caso da resposta afirmativa. A diferença torna-se mais clara no caso de uma pergunta que exige uma resposta negativa. Por isto é útil expressar o pensamento sob a forma de uma pergunta; e para que o pensamento seja corretamente apreendido, há que se considerar tanto o caso da negação quanto o da afirmação.

O "e", definido de modo mais preciso por seu uso, parece duplamente insaturado. Para sua saturação, se exige tanto uma sentença que o anteceda quanto uma sentença que o suceda. O que corresponde ao "e" no domínio do sentido tem também que ser duplamente insaturado; mas ao ser saturado por meio de pensamentos, ele os combina entre si⁶. Enquanto uma coisa, a letra "e" não é mais insaturada do que outra coisa qualquer. Mas no que diz respeito a seu emprego, como um símbolo dotado de sentido, ela pode ser dita insaturada, uma vez que ela só pode ter o sentido que se pretende se colocada entre duas sentenças. Sua finalidade como símbolo requer uma complementação mediante uma sentença antecedente e uma conseqüente. A rigor, a insaturação se dá na esfera do sentido, e daí é transferida para o símbolo.

Se "A" é uma sentença propriamente dita, proferida tanto sem força assertiva quanto sem força interrogativa, e se o mesmo vale para "B", então "A e B" é, do mesmo modo, uma sentença propriamente dita, e seu sentido é um pensamento composto de primeira espécie. Pode-se ainda dizer que "A e B" expressa um pensamento composto de primeira espécie.

Que "B e A" tenha o mesmo sentido que "A e B", é algo que se pode compreender sem demonstração, ao tomar consciência de seu sentido. Temos aqui um caso em que duas expressões linguisticamente distintas encerram o mesmo sentido. Esta divergência entre o pensamento expresso e o sinal que o exprime é uma

⁶ Cf. p. 245 supra [N. T.]

consequência inevitável da diferença que existe entre os fenômenos espaço-temporais e o mundo dos pensamentos⁷.

Finalmente, podemos indicar uma inferência que é aqui pertinente:

A é verdadeiro⁸;
 B é verdadeiro; logo,
 $(A \text{ e } B)$ é verdadeiro.

Segunda Espécie de Pensamento Composto.

A negação de um composto de primeira espécie de um pensamento com outro é, ela própria, um composto desses dois pensamentos. A isto dou o nome de pensamento composto de segunda espécie. Sempre que um pensamento composto de primeira espécie de dois pensamentos for falso, o composto de segunda espécie desses pensamentos é verdadeiro, e vice-versa. Um composto de segunda espécie só é falso se cada pensamento componente for verdadeiro. Um composto de segunda espécie é sempre verdadeiro se pelo menos um dos pensamentos componentes for falso. Ao dizermos isto, pressupomos sempre que os pensamentos não pertençam ao mundo da ficção. Apresentando um pensamento composto de segunda espécie como verdadeiro, declaro incompatíveis os pensamentos componentes.

Sem saber se

$(21/20)^{100}$ é maior que $\sqrt[10]{10^{21}}$ é maior que

e sem saber se

⁷ Outro caso desta espécie é o de " A e A ", que tem o mesmo sentido que " A ".

⁸ Quando escrevo " A é verdadeiro", quero dizer mais exatamente: "o pensamento expresso pela sentença ' A ' é verdadeiro". O mesmo se dá em casos semelhantes.

$$(21/20)^{100} \text{ é menor que } \sqrt[10]{10^{21}}$$

posso, contudo, reconhecer que o composto de primeira espécie destes dois pensamentos é falso. Portanto, o composto de segunda espécie destes pensamentos é verdadeiro. Além dos pensamentos componentes, temos algo que os combina. Também aqui o conectivo é duplamente insaturado; e a composição se efetua quando os pensamentos componentes saturam o conectivo.

Para expressar resumidamente um pensamento composto desta espécie, escrevo

“Não (A e B)”,

onde “A” e “B” são as sentenças que correspondem aos pensamentos componentes. Nesta expressão, o conectivo sobressai mais claramente: é o sentido do que ocorre na expressão aparte das letras “A” e “B”. As duas lacunas na expressão

“Não (e)”

permitem reconhecer a dupla insaturação. O conectivo é o sentido duplamente insaturado desta expressão duplamente insaturada. Ao preenchermos as lacunas mediante expressões de pensamentos, formamos uma expressão de um pensamento composto de segunda espécie. Mas, a rigor, não é lícito dizer que um pensamento composto tenha assim se originado, já que ele é um pensamento e um pensamento não se origina.

Num pensamento composto de primeira espécie, os dois pensamentos podem ser permutados. Esta mesma permutabilidade também tem que existir quando se nega um pensamento composto de primeira espécie, portando, num pensamento composto de segunda espécie. Portando, se “Não (A e B)” expressa um pensamento composto, então “Não (B e A)” expressa o mesmo composto dos mesmos pensamentos. Não se deve aqui, nem nos compostos de primeira espécie, entender esta permutabilidade como um teorema,

pois não há, no domínio do sentido, nenhuma diversidade entre essas expressões. É, pois, evidente que o sentido da segunda sentença composta é verdadeiro se o da primeira for verdadeiro, pois o sentido é o mesmo.

Pode-se mencionar aqui também uma inferência:

Não (A e B) é verdadeiro;
 A é verdadeiro; logo,
 B é falso.

Terceira Espécie de Pensamento Composto.

O composto de primeira espécie, constituído da negação de um primeiro pensamento e da negação de um segundo pensamento, é também um composto do primeiro pensamento com o segundo. A este dou o nome de composto de terceira espécie do primeiro pensamento com o segundo. Seja o primeiro pensamento, por exemplo, que Paulo sabe ler, e o segundo pensamento que Paulo sabe escrever; então, o composto de terceira espécie destes dois pensamentos é o pensamento de que Paulo não sabe nem ler nem escrever. Um pensamento composto de terceira espécie só é, pois, verdadeiro, se cada um dos pensamentos componentes for falso. Um pensamento composto de terceira espécie é falso se pelo menos um dos pensamentos componentes for verdadeiro. Também nos pensamentos compostos de terceira espécie, os dois pensamentos componentes são permutáveis. Se " A " expressa um pensamento, então "não A " tem que expressar a negação deste pensamento. O mesmo vale para " B ". Se " A " e " B " são sentenças propriamente ditas, então o sentido de

"(não A) e (não B)",

que também se pode escrever

"nem A , nem B ",

é o composto de terceira espécie dos pensamentos expressos por "A" e por "B".

O conectivo é, aqui, o sentido do que ocorre nestas expressões aparte das letras "A" e "B". As duas lacunas em

"(não) e (não)"

ou em

"nem , nem "

indicam a dupla insaturação destas expressões, que corresponde à dupla insaturação do conectivo. Quando este é saturado por meio de pensamentos, surge o composto de pensamentos de terceira espécie.

Mencione-se aqui também uma inferência:

A é falso;
B é falso; logo,
(nem A, nem B) é verdadeiro.

Os parênteses devem deixar claro que seu conteúdo encerra um todo, cujo sentido e apresentado como verdadeiro.

Quarta Espécie de Pensamento Composto.

A negação de um composto de terceira espécie de dois pensamentos é, também, um composto destes dois pensamentos. Este pode ser chamado de um pensamento composto de quarta espécie. O composto de quarta espécie de dois pensamentos é um composto de segunda espécie formada a partir das negações destes pensamentos. Quando semelhante pensamento composto se apresenta como verdadeiro, diz-se com isto que pelo menos um dos pensamentos componentes é verdadeiro. Um pensamento composto de quarta espécie só é falso se cada um dos pensamentos componentes for falso.

Se, mais uma vez, "A" e "B" são sentenças propriamente ditas, então o sentido de

"não ((não A) e (não B))"

é um pensamento composto de quarta espécie dos pensamentos expressos por "A" e "B". O mesmo vale para

"não (nem A, nem B)",

que de modo ainda mais abreviado, escrevemos

"A ou B".

Tomado neste sentido, o "ou" só pode figurar entre sentenças e, na verdade, só entre sentenças propriamente ditas. Ao reconhecer tal pensamento composto como verdadeiro, não excludo que os dois pensamentos componentes sejam verdadeiros. Temos, aqui, o "ou" não-exclusivo. O conectivo é o sentido do que ocorre em "A ou B" aparte de A e B, portanto, o sentido de

"(ou)",

onde as duas lacunas à esquerda e à direita do "ou" indicam a dupla insaturação do conectivo. As sentenças associadas mediante o "ou" devem ser entendidas como meras expressões de pensamentos e, portanto, desprovidas isoladamente de força assertiva. Por outro lado, o pensamento composto como um todo pode ser reconhecido como verdadeiro. Nas expressões lingüísticas, isto não aparece claramente. Quando asserimos: "5 menor que 4, ou 5 é maior que 4", cada uma de suas sentenças componentes tem a forma lingüística que teria se fosse proferida isoladamente com força assertiva, mas na realidade só o composto como um todo deve ser apresentado como verdadeiro.

Talvez se ache que o sentido aqui atribuído à palavra "ou" nem sempre corresponda ao uso corrente. Contra esta opinião, observe-se de início que, ao fixarmos o sentido de expressões científicas, não temos a obrigação de fazê-las coincidir com o uso lingüístico cotidiano.

Pois este é, na maioria dos casos, inadequado aos fins científicos, onde é necessário uma expressão mais precisa. Deve-se permitir ao cientista, ao usar a palavra "hora"⁹ divergir da acepção costumeira. Na esfera da lógica, os pensamentos secundários evocados por uma expressão podem ser perturbadores. Consoante o que foi dito acerca do uso do "ou", pode-se asserir sem prejuízo da verdade: "Frederico, o Grande, venceu a batalha Rossbach ou dois é maior do que três". Alguém poderia pensar: "Que estranho! O que tem a vitória de Rossbach a ver com algo tão sem sentido como dois é maior do que três?" Que dois seja maior do que três é falso, mas não sem sentido. Para a lógica é irrelevante se a falsidade de um pensamento é fácil ou difícil de se apreender. Habitualmente, estamos acostumados a supor, em sentenças ligadas por "ou", que o sentido de uma das sentenças tenha algo a ver com o da outra, que exista alguma afinidade entre eles. Em um dado caso, podemos mesmo indicar essa afinidade, mas em outros casos será diferente, de modo que se torna impossível indicar uma afinidade de sentido que esteja sempre vinculada ao "ou" e que possa ser atribuída ao sentido desta palavra. Mas, por que o falante acrescenta então a segunda sentença? Se queria afirmar que Frederico, o Grande, saiu vitorioso em Rossbach então teria bastado a primeira sentença; por outro lado, é fácil admitir que ele não pretendia dizer que dois é maior que três. Se o falante tivesse se contentado com a primeira proposição, ele teria dito mais, com menos palavras. Por que, então, este dispêndio de palavras? Estas indagações apenas nos conduzem a pensamentos secundários. Não nos interessa aqui as intenções e motivos que teria o locutor para dizer justamente isto e não aquilo; só nos interessa aquilo que ele efetivamente disse.

Os pensamentos compostos das quatro primeiras espécies têm em comum o fato de que seus pensamentos componentes são permutáveis. Acrescente-se aqui também uma outra inferência:

(A ou B) é verdadeiro;
A é falso; logo,
B é verdadeiro.

⁹ Em lugar do termo "Ohr", 'ouvido', lemos, como sugere o editor alemão, o termo "Uhr", 'hora' (N. do T.)

Quinta Espécie de Pensamento Composto.

Quando a partir da negação de um pensamento e de um segundo pensamento constituímos um composto de primeira espécie, obtemos um composto de quinta espécie do primeiro pensamento com o segundo. Se “A” expressa o primeiro pensamento e “B” expressa o segundo pensamento, então o sentido de

“(não A) e B”

é tal pensamento composto. Um composto de pensamento desta espécie é verdadeiro se, e somente se, o primeiro pensamento componente for falso, enquanto que o segundo é verdadeiro. Assim, por exemplo, mediante

“(não $3^2=2^3$) e ($2^4=4^2$)”,

é expresso um pensamento composto verdadeiro; vale dizer, o pensamento de que 3^2 não é igual 2^3 e de que 2^4 é igual a 4^2 . Após ter reconhecido que 2^4 é igual a 4^2 , alguém poderia, talvez, supor que, em geral, o expoente e a base de uma potência sejam permutáveis. Uma outra pessoa tenta corrigir este erro dizendo que “ 2^4 é igual a 4^2 , mas 2^3 não é igual a 3^2 ”. Se, agora, alguém pergunta que diferença existe entre a ligação feita com “e” e a feita com “mas”, deve-se assim responder: para aquilo que denominei de pensamento ou sentido de uma sentença não faz a menor diferença se escolhermos a expressão com “e” ou a expressão com “mas”. A diferença consiste, apenas, naquilo que denomino de iluminação (*Beleuchtung*) do pensamento; mas esta distinção não pertence à esfera da lógica.

O conectivo de um pensamento composto de quinta espécie é o sentido duplamente carente de complementação da expressão duplamente carente de complementação:

“(não) e ()”.

Aqui, os pensamentos componentes não são permutáveis, pois

“(não B) e A”

não expressa o mesmo que

“(não A) e B”

O lugar (*Stelle*) ocupado pelo primeiro pensamento composto não é de mesma espécie que o ocupado pelo segundo pensamento. Já que não ouse cunhar uma nova palavra, sou compelido a empregar a palavra “lugar” em sentido figurado. Falando de expressões escritas do pensamento, tomamos a palavra “lugar” em seu significado espacial costumeiro. Ao lugar destinado à expressão de um pensamento, tem que corresponder algo no próprio pensamento, eis porque me utilizo da palavra “lugar”. Aqui não podemos simplesmente permitir que os pensamentos troquem seus lugares. Mas podemos colocar, no lugar do primeiro pensamento, a negação do segundo e, ao mesmo tempo, no lugar do segundo pensamento, a negação do primeiro. É verdade que também isto deve ser tomado com um grão de sal, pois não tenho em mente uma ação que se dá no espaço e no tempo. Assim, a partir de

“(não A) e B”

obtemos

“(não (não B)) e (não A)”.

Mas como “não (não B)” tem o mesmo sentido que “B”, temos

“B e (não A)”,

que expressa o mesmo que

“(não A) e B”.

Sexta Espécie de Pensamento Composto.

A negação de um composto de quinta espécie de um pensamento com outro pensamento é um composto de sexta espécie do primeiro pensamento com o segundo. Pode-se também dizer: o composto de segunda espécie da negação do primeiro pensamento com o segundo pensamento é um composto de sexta espécie do primeiro pensamento com o segundo. Um composto de quinta espécie de um primeiro pensamento com um segundo pensamento é verdadeiro se, e somente se, o primeiro pensamento for falso, enquanto que o segundo é verdadeiro. Daí se segue que um composto de sexta espécie de um primeiro pensamento com um segundo é falso se, e somente se, o primeiro pensamento for falso, enquanto que o segundo é verdadeiro. Tal pensamento composto é, pois, verdadeiro se o primeiro pensamento for verdadeiro, não importando se o segundo seja verdadeiro ou falso. Um tal pensamento composto é também verdadeiro se seu segundo pensamento for falso, não importando se o primeiro seja verdadeiro ou falso. Sem saber se

$$((21/20)^{100})^2 \text{ é maior que } 2^2$$

e sem saber se

$$(21/20)^{100} \text{ é maior que } 2,$$

posso reconhecer, contudo, que o composto de sexta espécie do primeiro pensamento com o segundo é verdadeiro. A negação do primeiro pensamento e do segundo pensamento excluem-se mutuamente. Pode-se enunciar isto do seguinte modo:

“Se $(21/20)^{100}$ é maior que 2, então $((21/20)^{100})^2$ é maior que 2^2 ”.

Em lugar de “pensamento composto de sexta espécie”, digo também “pensamento composto hipotético”, e denomino o primeiro pensamento do pensamento composto hipotético de “conseqüente” e o segundo de “antecedente”. Por conseguinte, um pensamento composto hipotético é verdadeiro, se seu conseqüente for verdadeiro.

Um pensamento composto hipotético também é verdadeiro, se seu antecedente for falso, não importando se seu conseqüente seja verdadeiro ou falso. O conseqüente, contudo, tem que ser sempre um pensamento.

Sejam mais uma vez “A” e “B” sentenças propriamente ditas. Temos, então, em

“não ((não A) e B)”

a expressão de um composto hipotético, cujo conseqüente é o sentido (conteúdo do pensamento) de “A” e cujo antecedente é o sentido de “B”. Podemos também escrever

“Se B, então A”.

É verdade que aqui podem surgir dúvidas. Talvez se pense que isto não coincide com o uso lingüístico corrente. Em face disto, é preciso ressaltar sempre que se deve permitir à ciência ter sua linguagem própria, que ela nem sempre pode se submeter à linguagem corrente. É justamente nisto que vejo a dificuldade maior da filosofia: que para seu trabalho dispõe de um instrumento pouco adequado, isto é, a linguagem corrente, para cuja formação contribuíram necessidades totalmente alheias à filosofia. Assim, também a lógica se vê obrigada a elaborar um instrumento útil a partir daquilo de que dispõe. E para este trabalho ela só dispõe, de início, de poucos instrumentos utilizáveis. A sentença

“Se 2 é maior que 3, então 4 é um número primo”

certamente será por muitos tida como sem sentido; mas de acordo com o que foi aqui estabelecido, ela é verdadeira, posto que o antecedente é falso. E ser falso não é ser sem sentido. Sem saber se

$$\sqrt[10]{10^{21}} \text{ é maior que } (21/20)^{100},$$

pode-se reconhecer que, se

$$\sqrt[10]{10^{21}} \text{ é maior que } (21/20)^{100}$$

então

$$(\sqrt[10]{10^{21}})^2 \text{ é maior que } ((21/20)^{100})^2;$$

e ninguém verá nisto algo sem sentido. Mas é falso que

$$\sqrt[10]{10^{21}} \text{ é maior que } (21/20)^{100}$$

E, do mesmo modo, é falso que

$$(\sqrt[10]{10^{21}})^2 \text{ é maior que } ((21/20)^{100})^2.$$

Se isto pudesse ser visto tão facilmente quanto a falsidade de que 2 é maior que 3, então o pensamento composto hipotético deste exemplo pareceria tão sem sentido quanto o do exemplo anterior. Que a falsidade de um pensamento seja mais fácil ou mais dificilmente reconhecida é irrelevante para as considerações lógicas, posto que tal distinção é psicológica. Também a sentença composta:

“Se tenho um galo que hoje pôs um ovo, então a catedral de Colônia ruirá amanhã de manhã”

exprime um pensamento verdadeiro. “Mas aqui o antecedente e o conseqüente não têm nenhuma conexão interna”, dirá talvez alguém. Em minha definição, porém, nenhuma conexão semelhante é exigida, e tudo o que peço é que por “Se B, então A” se entenda o que disse e expressei pela forma

“não (não A e B)”.¹⁰

Certamente, esta concepção de sentença composta hipotética pode, a princípio, parecer estranha. Mas minha definição não tem que coincidir com o uso lingüístico cotidiano, que é na maioria dos casos por demais ambíguo e flutuante para os objetivos da lógica. Aqui surgem as mais diversas questões, por exemplo, a relação de causa e efeito; a intenção com que o falante profere uma sentença da forma “Se B , então A ”; a razão pela qual ele considera seu conteúdo como verdadeiro. Talvez o falante queira dar também algumas pistas, antevendo algumas perguntas que podem ser ensejadas por seu ouvinte. Tais pistas fazem parte dos acessórios que freqüentemente acompanham a expressão do pensamento na linguagem corrente. Minha tarefa é, aqui, remover o acessório e deixar como núcleo lógico um composto de dois pensamentos, um composto ao qual dei o nome de pensamento composto hipotético. O estudo da estrutura dos pensamentos compostos de dois pensamentos deve constituir o fundamento para o exame dos múltiplos pensamentos compostos.

O que disse sobre a expressão “Se B , então A ” não deve ensejar que se entenda que toda sentença composta que assuma esta forma expresse um pensamento composto hipotético. Se “ A ”, tomada isoladamente, não expressa completamente um pensamento, não sendo, assim, uma sentença propriamente dita, ou se “ B ”, tomada isoladamente não seja uma sentença propriamente dita, estamos, então, diante de um caso diferente. Na sentença composta:

“Se alguém é um assassino, então ele é um criminoso”,

nem a sentença antecedente, nem a sentença conseqüente, tomadas isoladamente, expressam um pensamento. Não se pode decidir se o conteúdo da sentença “Ele é um criminoso”, quando destacada do contexto e desprovida de qualquer outra indicação, é verdadeiro ou falso; porque a palavra “ele” não é um nome próprio e na sentença destacada do contexto e sem qualquer indicação complementar esta palavra nada designa. Donde se segue que o

¹⁰ A expressão acima deve ser entendida nos termos seguintes: ((não A) e B). N. do T.

conseqüente não expressa nenhum pensamento, não sendo, portanto, uma sentença propriamente dita. O mesmo vale para a sentença antecedente, pois ela encerra um componente - "alguém" -, que, de modo similar, nada designa. Apesar disto, a sentença composta pode exprimir um pensamento. As palavras "alguém" e "ele" remetem uma para a outra. Por meio disto e por meio de "se..., então...", as duas sentenças se unem de tal modo uma a outra que, juntas, expressam um pensamento. Assim, em um pensamento composto hipotético podemos distinguir três pensamentos, a saber, o antecedente, o conseqüente e o pensamento constituído por ambos os pensamentos. Nem sempre, portanto, uma sentença composta expressa um pensamento composto, e é essencial que se distingam os dois casos que ocorrem com a sentença composta da forma:

"Se B , então A ".

Aqui também acrescento uma inferência:

(Se B , então A) é verdadeiro;
 B é verdadeiro; logo,
 A é verdadeiro.

Nesta inferência, o que há de mais característico dos pensamentos compostos hipotéticos aparece, talvez, em sua forma mais clara.

É, ainda, digno de nota o seguinte modo de inferir:

(Se C , então B) é verdadeiro;
(Se B , então A) é verdadeiro; logo,
(Se C , então A) é verdadeiro.

Cabe aqui mencionar um modo enganoso de falar. Muitos matemáticos se expressam como se pudessemos tirar conclusões de um pensamento cuja verdade ainda é duvidosa. Quando se diz "infiro A a partir de B ", ou "concluo a partir de B a verdade de A ", entende-se que B é uma das premissas, ou a única premissa, da inferência. Mas enquanto não se reconhece a verdade de um pensamento, não se

pode empregá-lo como premissa de uma inferência, nem se pode concluir ou inferir nada dele. Se alguém achar que pode fazê-lo, então está confundindo, ao que parece, o reconhecimento da verdade de um pensamento composto hipotético com uma inferência em que se toma o antecedente desse composto como premissa. Ora, o reconhecimento da verdade do sentido de

“Se C, então A”

pode ser produto de uma inferência, como no exemplo dado acima, ainda que exista dúvida quanto à verdade de C ¹¹. Neste caso, porém, o pensamento expresso por “C” não é em absoluto a premissa da inferência; esta premissa era, pelo contrário, o sentido da sentença

“Se C, então B”.

Se o conteúdo de pensamento de “C” fosse a premissa da inferência, então ele não apareceria na conclusão da inferência; pois nisto consiste precisamente a operação de inferir.

Vimos que em um pensamento composto de quinta espécie, o primeiro pensamento pode ser substituído pela negação do segundo e, ao mesmo tempo, o segundo pensamento pela negação do primeiro, sem que o sentido do todo se modifique. Mas, como um pensamento composto de sexta espécie é a negação de um pensamento composto de quinta espécie, o mesmo vale também para o pensamento composto de sexta espécie: pode-se substituir num composto hipotético, sem alterar o sentido, o antecedente pela negação do conseqüente e, ao mesmo tempo, o conseqüente pela negação do antecedente. Isto é a contraposição, a transição do *modus ponens* para o *modus tollens*.

¹¹ Mais exatamente: que o pensamento expresso por “C” seja verdadeiro.

Síntese dos Seis Pensamentos Compostos.

- | | |
|-------------------------------|------------------------------------|
| I. A e B ; | II. não (A e B); |
| III. (não A) e (não B); | IV. não ((não A) e (não B)); |
| V. (não A) e B ; | VI. não ((não A) e B). |

É tentador acrescentar:

A e (não B);

mas o sentido de

“ A e (não B)”

é o mesmo que o de

“(não B) e A ”,

quaisquer que sejam as sentenças propriamente ditas “ A ” e “ B ”. E já que

“(não B) e A ”

tem a mesma forma que

“(não A) e B ”,

nada de novo obtemos com isto, mas apenas uma outra expressão de um pensamento composto de quinta espécie; e em

“(não (A e (não B)))”

temos uma outra expressão para um pensamento composto de sexta espécie. Assim, essas seis espécies de pensamentos compostos formam um todo completo, cujos componentes primitivos são o composto de primeira espécie e a negação. A proeminência que os compostos de primeira espécie parecem ter sobre os demais, por

aceitável que possa ser para os psicológicos, não é logicamente justificável. Pois podemos tomar por fundamental qualquer uma das seis espécies de pensamentos compostos, e dela derivar, com o auxílio da negação, todas as demais; de modo que, para a lógica, todas as seis espécies têm igual importância. Quando se parte, por exemplo, do composto hipotético

"Se B, então C"

ou

"Não ((não C) e B)"

e se substitui "C" por "não A", obtêm-se

"Se B, então não A"

ou

"Não (A e B)".

Pela negação do todo, obtêm-se

"Não (se B, então não A)"

ou

"A e B";

donde se segue que

"Não (se B, então não A)"

significa o mesmo que

"A e B".

Portanto, um composto de primeira espécie se deriva de um composto hipotético e da negação. E, já que os compostos de primeira espécie e a negação permitem derivar os demais pensamentos compostos, segue-se que todas as seis espécies de pensamentos compostos deixam-se derivar do composto hipotético e da negação. O que foi dito dos compostos de primeira e de sexta espécie vale, em geral, para todas as seis espécies de pensamentos compostos e, assim, nenhuma dessas espécies pode ter precedência sobre as demais. Cada uma delas pode servir de base para a derivação das outras. A escolha, portanto, não é determinada por qualquer consideração lógica.

Encontramos algo de semelhante na fundamentação da geometria. É possível construir duas geometrias distintas de tal maneira que alguns teoremas da primeira ocorram como axiomas da segunda, e alguns teoremas da segunda ocorram como axiomas da primeira.

Consideremos agora os casos em que se compõe não pensamentos distintos, mas um pensamento consigo próprio. Se "A" é uma sentença propriamente dita, então

"A e A"

expressa o mesmo pensamento que "A". Aquela não diz nem mais nem menos do que esta. Donde

"não (A e A)"

expressa o mesmo que "não A". Do mesmo modo, também

"(não A) e (não A)"

expressa o mesmo que "não A". Donde se segue que

"não ((não A) e (não A))"

expressa o mesmo que "não (não A)" ou que "A". Note-se que

"não ((não A) e (não A))"

expressa um composto de quarta espécie; podemos dizer também que

"A ou A".

Donde, não apenas

"A e A"

mas ainda

"A ou A",

terem o mesmo sentido que "A".

Mas com os compostos de quinta espécie é diferente. Mediante

"((não A) e A)",

expressa-se um pensamento composto falso, posto que de dois pensamentos dos quais um é a negação do outro, um deles é sempre falso, e assim, seu composto de primeira espécie também é falso. Deste modo, o composto de sexta espécie de um pensamento consigo mesmo, a saber, o expresso por

"não ((não A) e A)"

é verdadeiro, caso "A" seja uma sentença propriamente dita. Podemos expressar verbalmente este pensamento composto através da forma

"Se A, então A";

por exemplo, "Se a Schneekoppe é mais alta que o Brocken, então a Schneekoppe é mais alta que o Brocken".

Em tal caso, as questões mais imediatas seriam: "Será que esta sentença expressa um pensamento? Não será ela vazia de conteúdo?"

Aprendemos algo de novo quando a ouvimos?” Ora, talvez, esta verdade não fosse conhecida antes de ouvi-la e, portanto, tampouco seria reconhecida como tal. Podemos, então, sob certas condições, aprender por seu intermédio algo de novo. De fato, é uma verdade indubitável que a Schneekoppe é mais alta do que o Brocken, se a Schneekoppe é mais alta do que o Brocken. Já que só pensamentos podem ser verdadeiros, esta sentença composta tem que expressar um pensamento; e não obstante sua aparente falta de sentido, a negação deste pensamento é também um pensamento. É preciso ter sempre presente que um pensamento pode ser expresso sem ter que ser asserido. Aqui só tratamos de pensamentos. E a aparente falta de sentido só aparece pela força assertiva com que automaticamente pensamos que a sentença foi proferida. Mas quem pode dizer que alguém, ao anunciá-la sem força assertiva, o faz para apresentar seu conteúdo como verdadeiro? Talvez ele o faça justamente com a intenção oposta.

Isto pode ser generalizado. Seja “*O*” uma sentença que expressa uma instância particular de uma lei lógica, mas que não é asserida como verdadeira. Então, “não *O*” parecerá facilmente sem sentido, mas somente porque se pensa que foi proferida com força assertiva. De fato, a asserção de um pensamento que contradiz uma lei lógica pode parecer, não digo sem sentido, mas pelo menos desarrazoada; uma vez que a verdade de uma lei lógica parece imediatamente evidente por si mesma, vale dizer, a partir da mera apreensão do sentido de sua expressão. Mas um pensamento que contradiz uma lei lógica pode ser expresso, já que ele pode ser negado. A própria sentença “*O*” parece quase sem conteúdo.

Posto que todo pensamento composto é ele próprio um pensamento, ele pode entrar em composição com outros pensamentos. Assim, o composto expresso por

“(A e B) e C”

é composto pelos pensamentos expressos por “A e B” e por “C”. Mas podemos também concebê-lo como um composto obtido a partir dos pensamento expressos por “A”, “B”, “C”. Assim, podem

originar-se¹² pensamentos compostos que contenham três pensamentos. Outros exemplos de tais compostos constituídos de três pensamentos, são expressos por

“não ((não A) e (B e C))”

e

“não ((não A) e ((não B) e (não C)))”.

Podem-se ainda encontrar exemplos de pensamentos compostos que encerrem quatro, cinco ou mais pensamentos.

Para a formação de todos esses componentes, são suficientes os pensamentos compostos de primeira espécie e da negação; e, em lugar da primeira, pode-se também escolher qualquer outra das seis espécies. Agora, impõe-se perguntar se todos os pensamentos compostos se formam desta maneira. No que diz respeito à matemática, estou convencido de que nela não ocorrem pensamentos compostos com outra formação. Também em física, química e astronomia, dificilmente será diferente. Mas sentenças finais [teleológicas] necessitam de certo cuidado e parecem exigir uma investigação mais precisa. E assim deixarei esta questão aqui em aberto. Todavia, os pensamentos compostos formados a partir de compostos de primeira espécie e da negação parecem merecer uma denominação especial. Poderiam ser chamados de pensamentos compostos matemáticos. Com isto não se quer dizer que existam outros pensamentos compostos. Os pensamentos compostos matemáticos parecem ter ainda um outro aspecto em comum: ao substituir, em um tal composto, um pensamento verdadeiro por um pensamento verdadeiro, então formamos um pensamento composto que é verdadeiro ou falso, conforme o composto original seja verdadeiro ou falso. O mesmo se dá se substituímos, num pensamento composto matemático, um pensamento falso por outro pensamento falso. Direi agora que dois pensamentos têm o mesmo valor de verdade, caso

¹² Este originar-se não deve ser tomado como um processo temporal.

ambos sejam verdadeiros ou caso ambos sejam falsos. Em conformidade com isto, digo que o pensamento expresso por "A" tem o mesmo valor de verdade do que aquele expresso por "B" caso, ou

"A e B"

ou então

"(não A) e (não B)"

expressarem um pensamento verdadeiro. Estabelecido isto, posso enunciar minha tese do seguinte modo:

"Se, num pensamento composto matemático, substituirmos um pensamento por outro de mesmo valor de verdade, então o pensamento composto resultante tem o mesmo valor de verdade que o original".