Educ. e Filos., Uberlândia, 4(7): 143-145, jul./dez. 1989

RESENHAS

AGAZZI, E.: Les mathématiques comme théorie et comme langage, in: *Actes du Colloque International organisé au Centre Universitaire du Luxembourg les 9, 10 et 11 juin 1976,* Luxembourg, 1976, pp. 17-32.

Marcio Chaves-Tannús*

O Prof. Evandro Agazzi[1] inicia o trabalho, objeto desta resenha, afirmando que seu propósito nele é o exame de uma espécie de dupla natureza que ele julga dever ser reconhecida à matemática. De acordo com ele, a matemática pode ser considerada, segundo o ponto de vista que se adota, ou como um complexo de teorias, ou como uma linguagem.

Por teoria, ele entende uma linguagem L criada e desenvolvida com o objetivo de descrever a estrutura S de um dado universo U de objetos anteriormente existentes e exteriores a L. A cada teoria corresponderia, então, um universo particular de objetos que por natureza lhe são próprios. As sentenças de uma teoria seriam verdadeiras apenas se seu conteúdo nos fornecesse uma descrição comprovadamente correta de relações reais existentes entre os objetos de seu universo próprio. Assim, por exemplo, a sentença da geometria euclidiana que afirma ser a soma dos ângulos de um triângulo igual a 180° é verdadeira apenas porque, no âmbito do universo de entidades matemáticas próprio a esta geometria, a soma dos ângulos de um triângulo é de fato igual a 180°.

É a vinculação existente entre uma teoria, assim concebida, e o universo único de objetos, cuja estrutura ela deve descrever, que a diferencia de uma linguagem. Se desvinculássemos a teoria de seu universo próprio de objetos e a concebêssemos apenas como uma construção formal, teríamos então uma linguagem. A verdade das sentenças de uma linguagem deixaria de ser dependente da adequação entre o conteúdo delas e os fatos de uma estrutura particular e única que ela deveria descrever. Uma linguagem poderia, por princípio, ser aplicada à descrição de estruturas diversas de universos distintos, mostrando-se verdadeira em algumas destas interpretações, em outras, porém, não. Assim, a frase anterior relativa à soma dos ângulos de um triângulo só é verdadeira no caso particular da geometria euclidiana.

Para Agazzi, a existência desta perspectiva dupla é um produto da

*Prof. do Dep. de Filosofia da Universidade Federal de Uberlândia.

1. Prof. de Lógica e Teoria da Ciência. Na época, na Universidade de Gênova, Itália. Atualmente, em Fribourg, na Suíça.

evolução histórica da própria matemática e de nossa maneira de concebê-la. Enquanto a concepção dita "clássica" teria visto a matemática como um complexo de teorias, uma outra, mais recente, que ele denomina "moderna" acentua o fato, para ele inegável, de ser ela uma linguagem.

A questão que ele, então, se coloca, e propõe resolver, é a de saber se, uma vez admitido o fato de ser a matemática uma linguagem, devemos necessariamente concebê-la apenas como linguagem.

Se a consideramos apenas como linguagem, então seria supérfluo admitir a existência anterior de objetos matemáticos cuja estrutura deveria ser descrita. Se a matemática é apenas uma linguagem, então haveria, entre as suas e as estruturas que ela descreve uma perfeita e necessária coincidência. Os objetos matemáticos nada mais seriam que o produto da própria linguagem matemática. Se quisermos, por exemplo, saber o que é um número real, basta, para tanto, consultar os axiomas que o definem. A existência real, independente da linguagem, de qualquer objeto especificamente matemático seria, de acordo com esta concepção, fundada em uma suposição inútil, absolutamente desnecessária.

Nestas circunstâncias, qualquer decisão referente à necessidade de se considerar a matemática, também, como complexo de teorias, e não apenas uma linguagem, dependerá da decisão relativa à existência real, necessária e independente dos objetos cuja estrutura a linguagem matemática descreve.

A existência de tais objetos, no entanto, estaria satisfatoriamente confirmada se conseguíssemos demonstrar que as estruturas matemáticas não são sempre e necessariamente isomorfas relativamente às que ela descreve, se ocorresse o caso da linguagem ser mais ampla que o modelo descrito, ou o inverso.

O segundo caso, aquele em que o modelo descrito é necessariamente mais amplo do que toda possível descrição matemática que dele se faça, teria sido demonstrado por Gödel em seu teorema de 1931.

O primeiro nos é dado pelas linguagens capazes de descrever de forma plena modelos diversos, mas não isomórficos entre si. São as linguagens denominadas sistemas não categóricos.

A admissão da existência de objetos matemáticos seria já suficiente para admitirmos a possibilidade da existência de teorias matemáticas. Os dois casos acima, porém, nos mostram, ainda, que estas teorias de fato existem. Com isto, estamos autorizados a conceber a matemática, também, como um complexo de teorias.

Finalmente, creio ser de interesse observar que Agazzi, afirmando embora a existência de entidades matemáticas, recusa-se a aceitar o platonismo e adota uma posição que ele denomina "construtivista". Ele nega que as estruturas, objeto das teorias matemáticas, possam ser detectadas em uma realidade anterior às intervenções humanas. Para ele, os objetos das ciências empíricas são cortes operados na realidade, resultam de operações destinadas a organizar e estruturar o material bruto de nossas experiências e percepções. Os objetos da matemática, por sua vez, seriam estruturas isomorfas ou homomorfas relativamente àquelas.