



Professores que Ensinam Matemática: para quê, para quem

TEOREMA DE PITÁGORAS:

uma proposta de ensino para estudantes deficientes visuais

Nasael Martins Luiz

Fund. Instituto de Educação de Barueri e Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, Barueri, SP, Brasil.

E-mail: nasacida@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0002-7393-6048> 

Rogério Fernando Pires

Universidade Federal de Uberlândia, Instituto de Ciências Humanas do Pontal, Ituiutaba, MG, Brasil.

E-mail: rfpries@ufu.br

<https://orcid.org/0000-0001-5310-1997> 

Mathematics Subject Classification (MSC): 97C30, 97C60, 97G40.

Resumo. O presente artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado cujo objetivo foi investigar as potencialidades e as limitações de uma intervenção de ensino estruturada a partir de materiais táteis sobre o teorema de Pitágoras para alunos com deficiência visual. O estudo de natureza qualitativa, na modalidade estudo de caso, fundamentado na teoria sociocultural de Vygotsky, contou com a participação de duas estudantes cegas que cursavam o 2º ano do Ensino Médio em duas escolas públicas localizadas nos municípios de Barueri e Itapevi, no estado de São Paulo. Os resultados apontaram que a interação das estudantes com o material adaptado e a mediação do professor permitiram que as participantes explicitassem a zona de desenvolvimento proximal, o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial, ficando nítida a transformação do desenvolvimento potencial e real.

Palavras-chave. Teorema de Pitágoras, deficiência visual, ensino de geometria, teoria sociocultural.

PYTHAGORAS' THEOREM:

a teaching proposal for visually impaired students

Abstract. The present article is an excerpt from a master's thesis aimed at investigating the potentials and limitations of a structured teaching intervention using tactile materials on the Pythagorean theorem for visually impaired students. The qualitative study, conducted in the form of a case study, was grounded in Vygotsky's sociocultural theory and involved two blind students attending the 2nd year of high school in two public schools located in the municipalities of Barueri and Itapevi, in the state of São Paulo. The results indicated that the interaction of the students with the

adapted material and the mediation of the teacher allowed the participants to articulate the zone of proximal development, the level of actual development, and the level of potential development, making the transformation of potential and actual development evident.

Keywords. Pythagoras' theorem, visual impairment, geometry teaching, sociocultural theory.

TEOREMA DE PITÁGORAS:

una propuesta de enseñanza para estudiantes con discapacidad visual

Resumen. El presente artículo es un extracto de una disertación de maestría cuyo objetivo fue investigar las potencialidades y las limitaciones de una intervención de enseñanza estructurada a partir de materiales táctiles sobre el teorema de Pitágoras para estudiantes con discapacidad visual. El estudio, de naturaleza cualitativa en la modalidad de estudio de caso, basado en la teoría sociocultural de Vygotsky, contó con la participación de dos estudiantes ciegas que cursaban el 2.^º año de la Educación Media en dos escuelas públicas ubicadas en los municipios de Barueri e Itapevi, en el estado de São Paulo. Los resultados señalaron que la interacción de las estudiantes con el material adaptado y la mediación del profesor permitieron que las participantes explicitaran la zona de desarrollo próximo, el nivel de desarrollo real y el nivel de desarrollo potencial, siendo evidente la transformación del desarrollo potencial y real.

Palabras clave. Teorema de Pitágoras, discapacidad visual, enseñanza de la geometría, teoría sociocultural.

1 Introdução

Lecionar matemática para estudantes deficientes visuais (DV) é um desafio constante para professores, pois muitas vezes a formação inicial não os preparou para enfrentarem situações desse tipo ou a escola não possui estrutura e materiais adequados para trabalhar com esse público. Assim, não é raro surgirem por parte dos professores questionamentos do tipo: “Onde buscar referências e que materiais utilizar?”.

Em razão da falta de estrutura das escolas, da deficiência na formação dos professores e da ausência de materiais adaptáveis, muitas vezes esses estudantes relatam que participam pouco das atividades, aprendem pouco sobre Matemática e, ainda, são tratados como ouvintes na sala de aula, não tendo as mesmas oportunidades de aprendizagem dos demais.

Diante desse cenário e do desejo da mudança, esse incômodo no processo de ensino e aprendizagem para esses estudantes, nos levou ao conhecimento dos trabalhos realizados por Lulu Healy e Solange Hassan em algumas de suas obras: Fernandes e Healy (2014), Fernandes e Healy (2006a) e Fernandes e Healy (2006b).

Em Fernandes e Healy (2014), a obra traz um estudo com DV sobre a homotetia com meios tátteis. Em Fernandes e Healy (2006a), a pesquisa buscou compreender a importância na comunicação dos DV por meios de artefatos e signos (gestos, palavras, símbolos) nas atividades geométricas. Já em Fernandes e Healy (2006b), traz em sua abordagem um panorama da inclusão de DV nas escolas e nas aulas de matemática por meio de entrevistas com alunos, professores e gestores.

Assim, ao refletir sobre essa conjuntura, surge a indagação: como desenvolver estratégias que levem esses alunos DV à construção de conceitos, sistematização e ao aprendizado dos temas abordados no decorrer do Ensino Médio de modo que taticamente reconheçam diagramas, figuras, números e gráficos? Dessas reflexões surge o objetivo do trabalho apresentado neste artigo, que é um recorte de uma dissertação de mestrado que consistiu em investigar as potencialidades e as limitações de uma intervenção de ensino estruturada a partir de materiais tátteis sobre o Teorema de Pitágoras para alunos com deficiência visual.

Portanto, foram elaborados materiais para o ensino do Teorema de Pitágoras com o intuito de garantir o acesso ao aprendizado de modo significativo, observando o tempo de assimilação. Vale salientar também que, assim como os estudantes videntes, aqueles DV também apresentam ritmos de aprendizagem diferentes, o que precisa ser respeitado, adequando o ritmo do grupo dos alunos, não os privando dos conhecimentos matemáticos e, para tanto, a interação social é extremamente importante para que o estudante se sinta parte do processo.

Nesse sentido, espera-se que os resultados aqui apresentados possam servir de inspiração para professores e pesquisadores interessados na temática que buscam informações acerca do ensino de Matemática para alunos DV.

2 Fundamentação Teórica

A abordagem teórica acerca do processo de ensino e de aprendizagem de pessoas com deficiência visual se deu por meio das concepções vygotskyanas. O projeto educativo das escolas, de maneira geral, precisa oferecer oportunidades para que os docentes participem, discutam e elaborem uma proposta de ensino voltada para alunos DV. O ato de planejar atividades para alunos DV leva o professor a sair do convencional e pensar em ações que atendam às necessidades desses estudantes, pois necessitam de um encadeamento de ideias exigindo conhecimento técnico-científico.

É preciso também estabelecer objetivos, formular estratégias, ações, recursos e a definição de instrumentos de avaliação que ajudem a identificar os avanços e as dificuldades do aluno DV na construção e reconstrução do conhecimento. Para tanto, os estudos desenvolvidos por Vygotsky auxiliam nessa proposta por meio da observação, construção e reconstrução do conhecimento para a internalização do Teorema de Pitágoras, que é o caso da pesquisa aqui relatada.

As ideias de Vygotsky foram importantes para compreender e para associá-las às atividades com os DV. Segundo Oliveira (1993), nos trabalhos de Vygotsky (1991), de acordo

com as concepções do socioconstrutivismo, o conhecimento é antes de tudo uma construção histórica e social na qual interferem fatores de ordem antropológica, cultural, psicológica, entre outros, sendo o resultado de um complexo e intrincado processo de construção, modificação e reorganização, utilizado pelos indivíduos (alunos) para internalizar e interpretar os novos saberes.

O movimento constante do saber já internalizado para um novo saber passa pela atenção docente tanto pelo conhecimento teórico quanto pela observação da prática dessa teoria no desenvolvimento das atividades. O aluno, vidente ou não, no processo de aprendizado depende das atividades delineadas, pelas formas de pensamento de que dispõe, dos conhecimentos que já construiu anteriormente, das informações e do ensino que recebe. Por mais que o docente, os colegas de classe e os materiais didáticos evoluam, possam e devam contribuir para que se realize a aprendizagem, nada pode substituir a atuação do próprio aluno na tarefa de construir significados sobre os conteúdos da aprendizagem. É ele quem modifica, enriquece e constrói novos e mais potentes instrumentos de ação e interpretação. Portanto, é necessário estabelecer relações entre seus conhecimentos prévios sobre um assunto e o que está aprendendo.

Segundo Vygotsky *et al.* (1988), estabeleceu-se forte ligação entre o processo de desenvolvimento da aprendizagem e a relação com o ambiente sociocultural, que não se desenvolve plenamente sem a ação e interferência do outro. Ressaltou a importância de considerar o que denominou de “zona de desenvolvimento proximal (ZDP)” situada entre aquilo que o indivíduo já sabe e consegue realizar sozinho e o que pode ser desenvolvido com a ajuda e intervenção de outros.

Vygotsky teve a colaboração de Alexander R. Luria e Alexei N. Leontiev na construção de uma nova psicologia que consistisse em uma síntese entre duas fortes tendências: a psicologia como ciência natural e a psicologia como ciência mental. Essa nova abordagem para a psicologia ficou explícita em três ideias centrais consideradas os pilares básicos do pensamento de Vygotsky:

- As funções psicológicas são produtos da atividade cerebral.
- O funcionamento psicológico fundamenta-se nas relações sociais entre indivíduo e o mundo exterior.
- A relação homem-mundo é uma relação mediada por sistemas simbólicos.

Segundo Oliveira (1993), para Vygotsky:

O cérebro não é um sistema de funções fixas e imutáveis, mas um sistema aberto de grande plasticidade cuja estrutura e modos de funcionamento são moldados ao longo do desenvolvimento da espécie (homem) e do desenvolvimento individual.[...] A concepção de uma base material em desenvolvimento ao longo da vida do indivíduo e da espécie está diretamente ligada à transformação do homem biológico em sócio-histórico, num processo em que a cultura é parte essencial da constituição da natureza humana.

A compreensão do fundamento sócio-histórico do funcionamento psicológico passa pelo conceito de mediação que entende que a relação com o mundo não é uma relação direta, mas uma relação mediada, sendo os sistemas simbólicos os elementos intermediários entre o sujeito e o mundo.

Vygotsky (1991) dedicou-se ao estudo das chamadas funções psicológicas superiores que consistem no modo de funcionamento psicológico tipicamente humano, tais como capacidade de planejamento, memória voluntária, imaginação, entre outros. São considerados processos mentais sofisticados porque se referem a mecanismos intencionais, ações conscientemente controladas, processos voluntários que dão ao indivíduo a possibilidade de independência com relação às características do momento e espaço presente. Para ele, esses processos são inatos e se originam nas relações entre indivíduos humanos e se desenvolvem ao longo do processo de internalização¹ de formas culturais de comportamento. Postulou também a respeito da característica de mediação presente em toda a atividade humana que, segundo ele, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento.

Vygotsky (1991) distinguiu dois tipos de elementos mediadores: os instrumentos e os signos. Os instrumentos são elementos interpostos entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza e os signos são meios auxiliares para solucionar problemas psicológicos, análogos ao papel dos instrumentos no trabalho agindo no campo psicológico dirigidos ao controle de ações psicológicas, seja do próprio indivíduo, seja de outras pessoas e em sua forma mais elementar auxiliam o homem nas tarefas que exigem memória ou atenção. Ele dedicou particular atenção à questão da linguagem, entendida como um sistema simbólico fundamental em todos os grupos humanos. Por meio dela foi possível designar os objetos do mundo exterior, as ações, as qualidades e a relação entre os objetos. Com o surgimento da linguagem, três mudanças essenciais nos processos psíquicos do homem despontaram:

1. permitiu lidar com objetos do mundo exterior mesmo quando ausentes;
2. possibilitou analisar, abstrair e generalizar as características dos objetos, eventos e situações presentes na realidade;
3. associou à função de comunicação entre os homens, ou seja, propiciou o intercâmbio social entre os indivíduos.

Para os DV, a gesticulação, a fala e a expressão fisionômica da face são maneiras de comunicação que direta ou indiretamente indicam assimilação ou não.

Para Vygotsky (1991), o desenvolvimento do ser humano se dá a partir de constantes interações com o meio social em que vive. O desenvolvimento humano, o aprendizado e as

¹É um mecanismo em que o indivíduo transforma a utilização de marcas externas (signos) em processos internos de mediação.

relações entre o desenvolvimento e o aprendizado são temas centrais em seu trabalho. Para ele, a aprendizagem está relacionada ao desenvolvimento desde o início da vida humana, mas as chamadas funções psicológicas superiores dependem da aprendizagem. A concepção de que o aprendizado possibilita o despertar de processos internos do indivíduo liga o desenvolvimento da pessoa com o ambiente sociocultural em que vive e sua atuação de organismo que não se desenvolve plenamente sem o suporte de outros de sua espécie.

Vygotsky (1991) identificou dois níveis de desenvolvimento, um dos quais se refere às conquistas já efetivadas, denominando nível de desenvolvimento real (NDR), e o outro, de nível de desenvolvimento potencial (NDP) que relaciona as capacidades em vias de serem construídas.

O NDR pode ser entendido como referente àquelas conquistas consolidadas no indivíduo, ou seja, àquelas funções ou capacidades que o indivíduo já aprendeu ou domina. O NDP diz respeito àquilo que o indivíduo será capaz de fazer, só que mediante a ajuda de outro indivíduo. Nesse caso, o indivíduo realiza as tarefas e soluciona problemas por meio do diálogo, da colaboração, da imitação, da experiência compartilhada e das pistas que lhe serão fornecidas. A distância entre aquilo que a pessoa já é capaz de fazer sozinha e aquilo que ela realiza por meio da colaboração de outro elemento de seu grupo cultural foi denominada por Vygotsky como Zona de Desenvolvimento Proximal ou Potencial (ZDP).

O aprendizado é o responsável por criar a zona de desenvolvimento proximal na medida em que há interação com outras pessoas. Esses processos se internalizam e passam a fazer parte das aquisições de seu desenvolvimento individual. Por essa razão que Vygotsky afirmava que aquilo que está hoje no nível de desenvolvimento potencial estará amanhã no nível de desenvolvimento real. A ação de identificar o saber internalizado do aluno DV sobre determinado conhecimento é o ponto de partida que direciona a intervenção do professor para o desencadeamento de algumas funções psicológicas superiores, como a memória voluntária e a atenção.

3 Metodologia

O estudo com os alunos DV ocorreu por meio de uma pesquisa qualitativa intervencionista, que constituiu um estudo de caso. Segundo Bogdan e Biklen (1991), entende-se por pesquisa qualitativa as diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características em que os dados recolhidos são ricos em pormenores descritivos relativos às pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. No estudo de caso de observação, a melhor coleta de dados consiste na observação participante em que o pesquisador se introduz no mundo das pessoas que pretende estudar, tenta conhecê-las, estimula o processo de confiança mútua, elaborando um registro escrito e sistemático de tudo aquilo que ouve e observa. A coleta de dados também é complementada com outros tipos de dados, como o registro em áudio e imagens.

O estudo foi direcionado a duas alunas cegas, congênitas, matriculadas no 2º ano do Ensino Médio em duas escolas públicas distintas. Com o intuito de preservar a identidade das estudantes, para efeito do estudo, elas receberam nomes fictícios, respondendo pelos codinomes

de Ana e Beatriz, seguindo as orientações e normas constantes no parecer consubstanciado nº 1.968.570 da Comitê de Ética em pesquisa com Seres Humanos.

Ana (16 anos) estava matriculada no 2º ano do Ensino Médio numa escola técnica pública municipal da cidade de Barueri – SP. Já Beatriz (15 anos) estava matriculada também no 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual, porém situada no município de Itapevi – SP.

Ao desenvolver as atividades, buscou-se o protagonismo das alunas, com a proposta de uma intervenção de ensino priorizando a manipulação de figuras com objetivo do ensino sobre o Teorema de Pitágoras sob a luz da teoria sócio-histórico-cultural desenvolvida por Vygotsky.

A intenção das atividades realizadas foi fornecer às alunas DV caminhos por meio da manipulação dos objetos que possibilissem a construção de conceitos que as permitissem chegar à enunciação do Teorema de Pitágoras da maneira mais natural possível, atribuindo-lhes o significado de tal relação e a importância da utilização desse teorema na solução de vários problemas e aplicações.

A intervenção de ensino foi elaborada de tal forma que exigisse das estudantes a utilização do sentido do tato manuseando peças feitas de EVA e de madeira MDF, assim como o uso de instrumentos de medição (réguas graduadas) e de comparação (esquadro de construção).

As atividades foram realizadas em cinco encontros com duração de 50 minutos para cada atividade nas dependências das duas escolas. Cada escola destinou uma sala (reunião, professores ou coordenação) para a execução das atividades e coleta de dados, priorizando o conforto e o menor nível de ruído para o desenvolvimento das atividades. Todas as atividades tiveram o acompanhamento dos profissionais de educação das instituições, sendo os diálogos gravados e as imagens coletadas por meio de fotografias com tratamento das imagens para preservação da identidade das estudantes.

Como as atividades foram voltadas para o uso tátil, confeccionaram-se diversos polígonos em madeira MDF ou em EVA, além de utilizar uma régua graduada adaptada e o esquadro de construção fabricados em material plástico e em metal.

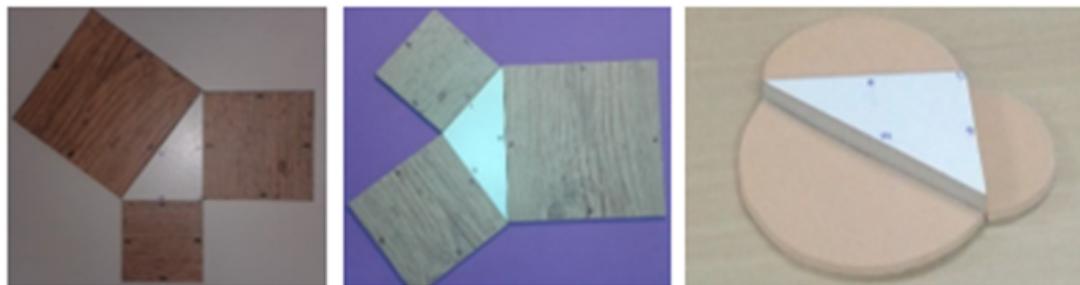
Figura 1: Material adaptado para a realização das atividades.



Fonte: Arquivo dos Autores.

A dinâmica das atividades consistiu em fornecer um conjunto de peças para manipulação pelas alunas conforme previsto, com uma prévia explicação dos procedimentos de cada etapa da atividade com o registro dos diálogos e das imagens. Com a constante supervisão das atividades

Figura 2: Material adaptado para a realização das atividades (conjunto de peças).



Fonte: Arquivo dos Autores.

e o papel mediador segundo as concepções de Vygotsky (1991), foi priorizada a revisão dos temas matemáticos que não estavam claros ou não haviam sido assimilados pelas estudantes, com o intuito de subsidiá-las para melhor aproveitamento das atividades e promover a construção de novos conhecimentos.

A primeira atividade teve como objetivo o reconhecimento e a percepção das figuras do triângulo e do quadrado com o apontamento das características das figuras. Foram colocadas sobre a superfície de uma mesa sete diferentes peças representativas de polígonos para que as alunas as explorassem taticamente e identificassem as figuras, em especial a do triângulo e a do quadrado.

A investigação se deu por meio de diálogos cujos questionamentos tentavam desvelar quais os conhecimentos prévios acerca das figuras geométricas as estudantes traziam consigo.

A segunda atividade propôs a classificação dos triângulos com a utilização de instrumentos de medição (régua graduada adaptada) e de comparação de ângulos (esquadro de construção). Nessa atividade, o objetivo foi observar como as alunas não videntes classificavam os triângulos em relação às medidas dos lados e em relação aos ângulos internos. O procedimento adotado foi a manipulação tática dos triângulos pelas alunas com o uso dos instrumentos de medição e de comparação; posteriormente, dava-se a classificação dos triângulos baseada nas informações coletadas por meio da exploração tática.

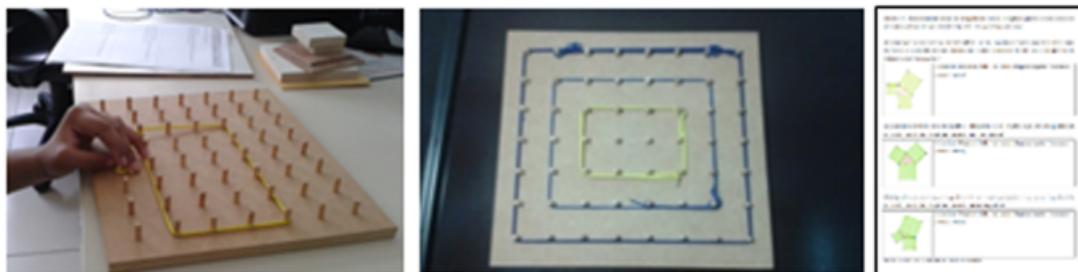
Por sua vez, a terceira tarefa teve como objetivo a realização do cálculo da área do retângulo, em especial a do quadrado, revendo o conceito de área das figuras e priorizando o cálculo com números inteiros positivos e o uso do Geoplano como instrumento auxiliar de ensino.

A quarta atividade explorou um conjunto de peças compostas por um triângulo retângulo e três quadrados cujas medidas de seus lados eram congruentes às medidas dos lados do triângulo.

Essa atividade consistiu em determinar as áreas desses quadrados e comparar a soma das áreas dos quadrados de dimensões menores com o valor da área do quadrado de dimensão maior.

O objetivo era que as alunas DV percebessem uma relação de igualdade entre a soma das medidas das áreas dos quadrados menores, que era equivalente à área do quadrado maior, e que o triângulo compunha esse conjunto de peças era classificado como triângulo retângulo.

Figura 3: Geoplano e Atividade planejada para o projeto.



Fonte: Arquivo dos Autores.

As atividades que envolveram a classificação dos triângulos e o cálculo de áreas foram essenciais para que as estudantes fossem incentivadas a formularem, espontaneamente, o teorema de Pitágoras e pudessem, a partir dali, construir conhecimentos cuja base precisa do Teorema de Pitágoras.

A quinta atividade complementou a anterior e teve como objetivo observar que tipo de triângulo (acutângulo, retângulo ou obtusângulo), que compunha o conjunto de peças formado por triângulos e quadrados, estava associado à (des)igualdade entre as somas das áreas dos quadrados de lados menores com a área do quadrado de lado maior, e vinculando (reforçando) que tipo de triângulo está associado ao Teorema de Pitágoras.

Em resumo, as atividades partiram do reconhecimento das figuras do quadrado e do triângulo; foram revistas as classificações dos triângulos em relação às medidas dos lados e aos ângulos internos do triângulo; o cálculo das áreas dos quadrados, a relação de igualdade entre a soma das áreas dos quadrados de dimensões menores e a área do quadrado de dimensão maior, quando o triângulo que compõe o conjunto de peças é retângulo; a relação de desigualdade quando o triângulo que compõe o conjunto não é um triângulo retângulo.

4 Análise de Dados

Aqui serão apresentados os dados coletados das participantes do estudo. Os diálogos, as intervenções e as reflexões serão interpretadas à luz dos estudos desenvolvidos por Vygotsky. Salientamos aos leitores que as atividades 1, 2 e 3 voltaram-se para quais conhecimentos as alunas já internalizavam e as atividades 4 e 5 foram direcionadas para o ensino do Teorema de Pitágoras.

4.1 Atividade 1

A atividade 1 consistiu em reconhecer figuras geométricas, em especial o triângulo e o quadrado. As alunas exploraram taticamente um conjunto de peças feitas em EVA e em madeira MDF colocadas sobre a superfície.

Ana iniciou a atividade 1 e logo na primeira peça respondeu precipitadamente que se tra-

tava de um losango. Ao perceber o erro, retratou-se e informou que era um octógono. A aluna recorreu ao NDR e não necessitou de intervenção para a correção. Reconheceu as outras figuras sem dificuldades e precisou de intervenção somente para esclarecer dúvidas acerca das características e propriedades do quadrado e retângulo que não estavam claras para ela.

Beatriz iniciou a atividade 1 observando os detalhes das peças, verbalizando e gesticulando repetidas vezes, revelando funções comunicativas. Não teve dificuldade de identificar as figuras e as reconheceu sem auxílio, evidenciando que essas informações situavam no NDR, conforme a teoria desenvolvida por Vygotsky (1991). Apresentou dúvidas somente no reconhecimento do quadrado e do retângulo, pois não recordava ter explorado as peças. Isso levou a deduzir que as identificava pelo número de lados tão somente, assim como, por uma desatenção, identificou um dos quadriláteros como um triângulo. Pessoas DV compõem gradativamente uma figura pelo tato, porém não é sabido como é a representação mental desta no universo cognitivo de um DV.

Na atividade 1, ambas as alunas reconheceram as figuras geométricas e suas nomenclaturas, porém tiveram dificuldade para explorar os quadriláteros (quadrado e retângulo) e suas propriedades e aprenderam a manusear uma régua graduada.

4.2 Atividade 2

A atividade 2 propôs a classificação dos triângulos com o uso da régua graduada adaptada e o esquadro de construção, sendo auxiliadas para a fixação sobre a superfície da mesa, se necessário.

Iniciamos a atividade 2 com Ana, com a orientação de como proceder às medições dos lados dos triângulos, e ela rapidamente os classificou. Na classificação dos triângulos por meio das medidas dos ângulos internos, solicitamos à aluna que realizasse a leitura tátil do ângulo interno do triângulo comparando com o ângulo reto do esquadro. Durante as atividades, ela se mostrou segura em classificar os triângulos recorrendo às informações presentes no NDR, comparando os ângulos internos em relação ao ângulo reto do esquadro. Mostrou ainda que o trânsito pela ZDP para o NDP foi rápido, pois ela executou com desenvoltura a tarefa de classificar os triângulos após as instruções dadas.

Segundo as ideias de Vygotsky (1991), tanto o processo de internalização quanto o uso de símbolos são essenciais para o desenvolvimento dos processos mentais superiores, evidenciando a importância das relações sociais entre indivíduos na construção dos processos psicológicos.

Na atividade 2, assim como Ana, Beatriz foi instruída a como manusear os instrumentos. Dado um grupo de triângulos, ela conseguiu com êxito medir os lados e classificar as figuras disponibilizadas, ou seja, transformou todo o conjunto de informações e procedimentos no NDP e os realocou no NDR, agora de modo atualizado. Quanto à classificação dos triângulos em relação aos ângulos internos, houve a necessidade de reexplicar o tema, o que levou a estudante a conseguir identificar e comparar os ângulos internos dos triângulos e classificar os triângulos com respostas seguras, mostrando compreensão do tema.

Nessa atividade, o protagonismo de Beatriz em utilizar o esquadro para comparar os ângulos internos colaborou para uma rápida assimilação das informações, promovendo segurança em classificar as figuras. A adaptação dos materiais favoreceu o engajamento na atividade e dessa prática pedagógica para aprendizagem.

Figura 4: Atividades realizadas com Beatriz.



Fonte: Arquivo do pesquisador.

4.3 Atividade 3

Na atividade 3, foram utilizados o Geoplano e a régua graduada adaptada para que as estudantes determinassem a área da figura. A atividade foi iniciada com a exploração do Geoplano para identificação das figuras, orientação do plano, contagem dos pinos e determinação da medida dos lados dos quadriláteros.

Ana iniciou a atividade pelo Geoplano e identificava a figura pelo número de lados, não verificava sua medida e verbalizava a palavra “normal” ao quadrado em razão das características desse quadrilátero.

Pesquisador: Agora, que tipo de quadrilátero é esse?

Ana: Não é um retângulo. Acho que é um normal.

Como mediadores, auxiliamos a aluna no reconhecimento das características dos quadriláteros de modo que transitasse na ZDP em direção ao NDP, conforme estudos de Vygotsky (1991). Assim, propomos a exploração de quatro figuras no Geoplano para o cálculo das áreas. O significado do termo/conceito de “área” para a aluna DV era “vago” por não ter ideia de medição/comparação. Para explicação, utilizou-se a ideia de comparação entre uma figura-padrão tida como unidade de área e a figura em estudo.

Iniciamos a atividade 3 indagando Beatriz, propondo a utilização do Geoplano com a representação de quadriláteros para o cálculo da área. Notamos boa desenvoltura da aluna em identificar os quadriláteros, determinar as medidas dos lados e suas áreas. Em seguida, entregamos peças em madeira MDF no formato quadrangular para medição dos lados e cálculo da área. Beatriz mediou corretamente os lados dos quadrados e determinou as áreas com exatidão de modo autônomo.

Figura 5: Atividades realizadas com Ana.



Fonte: Arquivo do pesquisador.

Nessa atividade, o uso do Geoplano, dos materiais manipuláveis e da régua adaptada auxiliou ambas as alunas na compreensão do conceito de área. Importante destacar que os processos de desenvolvimento mental são dinâmicos e as informações absorvidas no NDP muito rapidamente levaram as alunas a situarem essas informações em um novo NDR, realizando a atividade de forma autônoma, conforme estudo de Vygotsky (1991).

4.4 Atividade 4

Nessa atividade, foi utilizado um conjunto de peças composto por um triângulo retângulo e três quadrados de lados congruentes ao triângulo em madeira MDF, com objetivo de verificar a relação entre a soma das áreas dos quadrados de dimensões menores e a área do quadrado de dimensão maior.

Ana recebeu para a atividade dois conjuntos de peças compostas pelos triângulos de lados 6 cm, 8 cm e 10 cm, e outro triângulo de lados 5 cm, 12 cm e 13 cm, acompanhados de três quadrados cada, com respectivas medidas dos lados do triângulo.

No primeiro conjunto, Ana não somou as áreas dos quadrados de lados menores após medir os lados dos quadrados. Quando perguntado se havia igualdade ou não entre a soma das áreas dos quadrados de dimensões menores e a área do quadrado de dimensão maior, ela checou e constatou que havia a relação de igualdade ao verificar no conjunto que o triângulo era retângulo

Pesquisador: Você poderia falar para o professor qual seria a relação entre as áreas dos quadrados (de lados) menores e a área do quadrado (de lado) maior?

Ana: É... Deixa-me ver. A relação seria que a soma dos dois é igual à do maior? A soma dos quadrados da área... Ah, pera aí! A soma das áreas dos quadrados dos catetos é igual à soma da área do quadrado da hipotenusa.

Pesquisador: Só uma pequena correção. No triângulo, nós temos somente uma hipotenusa, não é?

Nessa atividade, as informações armazenadas no NDR foram integradas pela aluna de modo a adquirir um novo conhecimento que se apresentou no NDP, que, nas concepções de Vygotsky (Vygotsky, 1991; Vygotsky *et al.*, 1988; Vygotsky, 1989), essa transição de um nível para o outro se dá na ZDP, local em que se articulam as informações já internalizadas para a produção de novas informações por meio da mediação.

A atividade 4 com a aluna Beatriz também foi realizada com os mesmos conjuntos de peças usados com Ana e na mesma ordem. No primeiro conjunto, Beatriz explorou taticamente o conjunto de peças e determinou a área de cada quadrado com precisão e segurança. O ato de a aluna medir sozinha revelou-nos um enriquecimento em seu aprendizado; o mesmo em relação ao cálculo das áreas dos quadrados.

Em seguida, ela foi conduzida a verificar a relação de igualdade entre a soma das áreas dos quadrados de dimensões menores com a área do quadrado de dimensão maior, porém não esboçou reação quanto ao resultado.

Logo, foi necessário que o professor interviesse, solicitando que ela realizasse as medições em um segundo conjunto de peças. Assim, ela soube identificar os catetos e a hipotenusa de triângulos retângulos sem dificuldades, apontando a localização do ângulo reto. Isso demonstrou que a aluna tinha interiorizado a informação e esta se encontrava no NDR, segundo estudos de Vygotsky (1991).

Na sequência, a aluna foi estimulada a enunciar o Teorema de Pitágoras. Ela tentou relacionar os elementos do triângulo (catetos e hipotenusa), mas precisou da mediação. Após algumas tentativas, ela conseguiu enunciar o Teorema de Pitágoras, depois de reunir e organizar as informações construindo o conhecimento necessário para compreender o Teorema de Pitágoras. Isso reforça o que Vygotsky (1991), Vygotsky *et al.* (1988) e Vygotsky (1989) desenvolveu em seus estudos e que o papel de mediador fez com que a aluna articulasse informações presentes nos NDR para o NDP, fornecendo significado ao que ela havia “escutado” sobre o Teorema de Pitágoras na sala de aula.

Pelas concepções de Vygotsky (1991), a interação com o indivíduo mais experiente promove o desenvolvimento psicológico/cognitivo, e, nessa direção, o manuseio das peças proporcionou às alunas associar que lados do triângulo retângulo são ‘‘cateto’’ e ‘‘hipotenusa’’, de modo que a informação proveniente da audição ganhava significado pelo tato.

4.5 Atividade 5

A atividade 5 deu continuidade à atividade 4 com a apresentação da relação de desigualdade quando não houver um triângulo retângulo no conjunto de peças e a resolução de um exercício sem a utilização de nenhum recurso.

Iniciamos a atividade 5 com a aluna Ana, revendo a atividade 4. Ela recebeu o primeiro conjunto de peças, formado por triângulos de lados 8 cm, 10 cm e 12 cm, e outro triângulo de lados 8 cm, 10 cm e 14 cm, e comprovou a desigualdade e apontou que o triângulo envolvido no conjunto era classificado como acutângulo com o uso do esquadro de construção.

Pesquisador: Existe igualdade entre esses resultados?

Ana: Não. **Pesquisador:** Nós observamos que a soma das áreas dos quadrados menores foi maior, menor ou igual à área do quadrado de lado doze?

Ana: Maior.

Pesquisador: No caso, então, comprovamos que o triângulo se trata de um triângulo... ?

Ana: É acutângulo.

Elá demonstrou que os procedimentos e as informações situavam-se no NDR e, ao receber o conjunto de peças composto pelo triângulo de lados 8 cm, 10 cm e 14 cm, ela, desenvolta, realizou os procedimentos e verbalizou que o triângulo que estava naquele conjunto de peças era obtusângulo.

Ao findar a atividade, foi proposto à estudante determinar a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos 3 cm e 4 cm sem o uso de qualquer recurso. Ana associou a ideia do Teorema de Pitágoras, porém relacionou a medida da hipotenusa com a soma das áreas dos quadrados que estariam construídos sobre os catetos. Foi necessário intervir para que ela observasse que a soma equivale à área do quadrado construído “sobre a hipotenusa” e assim pudesse obter a medida correta.

Na atividade 5, Beatriz recebeu o conjunto de peças composto por um triângulo de lados 8 cm, 10 cm e 14 cm e três quadrados de lados congruentes aos lados do triângulo, e, por ter internalizado os procedimentos, determinou a área dos quadrados, identificou a desigualdade entre a soma das áreas dos quadrados de dimensões menores e a área do quadrado de dimensão maior e classificou o triângulo após o uso do esquadro de construção como obtusângulo.

Com o outro conjunto de peças com o triângulo de lados 16 cm, 20 cm e 24 cm e quadrados com lados com medidas congruentes aos lados do triângulo, Beatriz, muito desenvolta na atividade, percebeu que as peças tinham dimensões maiores do que aquelas com as quais estava trabalhando até então.

Observamos que a percepção tâtil do conjunto de peças ajudou a aluna a montar a imagem mental do conjunto e ratificar que o tato é um dos principais sentidos que os cegos utilizam para coletar informações precisas sobre objetos e, na exploração de objetos grandes, coleta de modo fragmentado e sequencial.

Segundo Oliveira (1993), “a concepção de Vygotsky sobre as relações de desenvolvimento e aprendizado, e particularmente sobre a ZDP, estabelece uma forte ligação entre o processo de desenvolvimento e a relação do indivíduo com seu ambiente sociocultural”, ou seja, a relação de Beatriz com as figuras, os instrumentos e a mediação favoreceram a assimilação do tema proposto para os DV. O papel do mediador na ZDP da aluna ajudou no processo remodelador das informações já consolidadas no NDR.

Para finalizar a atividade 5, foi proposto a Beatriz que determinasse a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos 6 cm e 8 cm sem qualquer recurso. A aluna ficou pensativa em como solucionar e depois emergiu a ideia do uso do Teorema de Pitágoras. Mesmo

verbalizando termos de modo impreciso, ela conseguiu solucionar o problema.

Por Vygotsky (1991), as alunas desenvolveram processos mentais superiores que promoveram uma (re)organização das informações, fazendo com que transitassem pelos níveis de desenvolvimento (real e potencial) adquirindo e interiorizando novos saberes. Ao checarem se a soma das áreas dos quadrados de lados menores com a área do quadrado de lado maior levava ou não a uma igualdade, apresentaram-se as articulações de informações que a fizeram transitar pela ZDP em que desenvolveu o aprendizado para atingir o NDP.

Segundo Vygotsky *et al.* (1988), “o único bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento”, e o professor tem papel explícito de interferir na ZDP dos alunos, provocando avanços que não ocorreriam espontaneamente. Assim, as articulações das informações adquiridas pelas alunas mostraram que a teoria sócio-histórico-cultural desenvolvida por Vygotsky (1991), Vygotsky *et al.* (1988) e Vygotsky (1989) esteve presente a todo instante, fazendo com que as informações transitassem de modo dinâmico do NDR para o NDP.

As atividades geométricas pensadas e estruturadas para DV permitiram a construção do conhecimento pelas participantes.

5 Considerações Finais

Ao apresentarmos as considerações finais do estudo, focamos as potencialidades e as limitações de uma intervenção de ensino sobre o Teorema de Pitágoras para alunos DV. É sabido que a geometria demanda muito do sentido da visão para que se faça a interpretação das propriedades figurais.

Assim, compuseram a intervenção atividades que contemplassem a manipulação tática, uma vez que as alunas podiam comprovar, por meio das medições e das comparações, os conceitos geométricos e o teorema abordado.

Vygotsky enfatiza a importância dos processos de aprendizagem que despertam de processos internos de desenvolvimento do indivíduo por meio do contato com o ambiente cultural em que vive.

Dessa forma, a interação das estudantes com os objetos de aprendizagem e as intervenções realizadas pelo professor foram fundamentais para que as participantes explicitassem a ZDP, NDR e NDP.

A confecção de peças representativas de figuras geométricas potencializou o aprendizado pela associação tática e auditiva, ou seja, as alunas associaram os termos e conceitos geométricos atribuindo significado ao verificar taticamente.

A ação de medir pelo deficiente visual ajudou-o consideravelmente na interpretação e compreensão dos conceitos geométricos e, para isso, o docente pode adaptar régua e outros instrumentos para que o discente tenha contato com essa ação.

Após a realização do estudo e a escrita deste recorte, entendemos que as escolas, principalmente as públicas, carecem de materiais apropriados para o ensino da Matemática para os

estudantes DV e, ainda, há a necessidade de professores com formação e conhecimento de como trabalhar com esse público, pois, para nós, foi um grande aprendizado poder elaborar uma intervenção acerca de uma temática que requer habilidades visuais.

Assim, pedimos licença para encerrar este relato de pesquisa trazendo o tema do dossier “Professores que Ensina Matemática: para quê, para quem”. O trabalho aqui apresentado leva-nos a refletir que a formação é para proporcionar um ensino de qualidade e inclusivo, para que os estudantes DV possam frequentar as aulas e participar de forma ativa do processo de construção do conhecimento.

Conflitos de Interesse

Os autores declaram que não têm conflitos de interesse.

Agradecimentos

Agradecemos a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) por fomentar o projeto “A resolução de problemas na formação do professor que ensina Matemática”, por meio do Edital de demanda Universal 01/2017.

Aprovação do Comitê de Ética

Projeto aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de São Carlos, conforme Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) nº 60376416.0.0000.5504.

Licença

As obras submetidas ao jornal BEJOM estão sujeitas à licença [CC BY 4.0](#). Sob esta licença, os autores concedem aos leitores o direito de compartilhar, adaptar e utilizar as obras, inclusive para fins comerciais, desde que o crédito apropriado seja dado aos autores. Quaisquer modificações devem ser indicadas. Não há restrições adicionais além das estabelecidas pela licença.

Referências

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto, Portugal: Porto Editora, 1991. Tradução: Alvarez, M. J.; Santos, S. B.; Baptista, T. M.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Mãos que falam; mãos que vêm. O papel do sistema haptico no processo de objetificação do conhecimento matemático por alunos cegos. In: VII



Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul. Águas de Lindoia: PUC São Paulo, 2006. v. 1. 2006a.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. O processo de inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática: as vozes dos atores. In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Águas de Lindoia: SBEM, 2006. v. 1. 2006b.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Desconstruindo hierarquias epistemológicas no contexto das interações de alunos cegos com homotetia. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7, p. 91–116, 2014.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky**: Aprendizado e Desenvolvimento. Um Processo Sócio-Histórico. São Paulo: Editora Scipione, 1993. (Série Pensamento e Ação no Magistério).

VYGOTSKY, L. S. *et al.* **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone/Edusp, 1988.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

Corresponding Author:

Rogério Fernando Pires, *rfpires@ufu.br*

Submitted: March 12, 2024

Accepted: December 12, 2024

Published: May 15, 2025

<https://seer.ufu.br/index.php/BEJOM/index>