



# Educação algébrica: o uso de padrões figurativo-numéricos como recurso didático-pedagógico para os anos finais do ensino fundamental

Algebraic education: the use of figurative-numerical patterns as a didactic-pedagogical resource for the final years of elementary school

Júlio Paulo Cabral dos Reis

Instituto Federal de Minas Gerais (IFMG - Campus Ibirité)

julio.reis@ifmg.edu.br

ORCID: 0000-0003-0957-2710

Révero Campos da Silva

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC/MG)

revero@pucminas.br

ORCID: 0000-0003-4851-0635

Guilherme Mendes Tomaz dos Santos

Pós-Doutorando - Universidade Federal do Rio Grande do Norte (PPGED/UFRN)

mendes.guilherme234@gmail.com

ORCID: 0000-0001-9086-669X

**Códigos de classificação *Mathematics Subject Classification (MSC)*: 97H20, 97D40.**

**Resumo.** O processo de ensino-aprendizagem de matemática nos anos finais do ensino fundamental é marcado por um histórico de dificuldades. No que tange à educação algébrica, questões relacionadas à interpretação e entendimento da linguagem algébrica podem ser desafios vivenciados durante o processo de escolarização dos estudantes. Neste sentido, este artigo teve por objetivo analisar contribuições da utilização de padrões figurativo-numéricos nos anos finais do ensino fundamental. Para tanto, pautados na abordagem qualitativa e na pesquisa bibliográfica, buscamos por estas contribuições, evidenciar diferentes possibilidades de intervenção pedagógica em situações didáticas adversas. Como conclusões, defendemos que a utilização do padrão figurativo-numérico nesta etapa educativa possui potencialidades importantes para a educação algébrica, visando melhor compreensão do corpo discente no que se refere a linguagem algébrica e a representação algébrica de padrões matemáticos ao longo do seu processo de escolarização. Por meio de atividades utilizando tais

padrões, revelamos que pode ser possível o resgate de dificuldades matemáticas provenientes de etapas progressas, uma vez que é possível interligar uma multiplicidade de conteúdos e conceitos, bem como áreas de conhecimento. Desta forma, entendemos que tais ações podem, por sua vez, qualificar a díade ensino-aprendizagem de álgebra na educação básica e, em especial, nos anos finais do ensino fundamental.

**Palavras-chave.** Educação Matemática. Pensamento Algébrico. Ensino-aprendizagem. Padrões matemáticos.

**Abstract.** The mathematics teaching-learning process in the final years of elementary school is marked by a history of difficulties. Regarding algebraic education, issues related to the interpretation and understanding of algebraic language are challenges experienced during the students' schooling process. In this sense, this article aimed to analyze contributions from the use of figurative-numerical patterns in the second cycle of elementary education. Therefore, based on the qualitative approach and bibliographic research, we seek for these contributions, to highlight different possibilities of pedagogical intervention in adverse didactic situations. As conclusions, we defend that the use of the figurative-numerical pattern in this educational stage has important potentialities for algebraic education, aiming at a better understanding of the student body with regard to algebraic language and the algebraic representation of mathematical patterns throughout their schooling process. Through activities using such standards, we reveal that it may be possible to rescue mathematical difficulties from previous stages, since it is possible to interconnect a multiplicity of contents and concepts, as well as areas of knowledge. In this way, we understand that such actions can, in turn, qualify the teaching-learning dyad of algebra in basic education and, especially, in the final years of elementary school.

**Keywords.** Mathematical Education. Algebraic Thinking. Teaching-learning. Mathematical patterns.

## 1 Introdução

Deparar-se com o campo algébrico e sua linguagem, confere, inicialmente, um momento de tensão que é vivenciado tanto pelos estudantes quanto pelos professores ao longo do processo de ensino-aprendizagem. Segundo GIL ([8],2008), em uma das suas vertentes, evidencia-se que a linguagem algébrica é rica de símbolos e rigor e tem papel fundamental na aprendizagem matemática.

Desta forma, ao olhar-se para a aprendizagem, percebe-se que os fracassos são evidentes durante a escolarização na educação básica e, que, por conseguinte, impactam no percurso futuro na educação superior, por exemplo (CAVASOTTO,[4], 2010). Deste modo, ao buscar-se a melhoria de tais cenários, a Educação Matemática vem objetivando discutir a educação algébrica para obtenção de avanços desses resultados. HANKE ([9],2008), GIL (2008) e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC - (BRASIL,[3], 2017) propostas, reflexões, diretrizes e pesquisas para compreender as dificuldades enfrentadas neste campo da Matemática e ainda, sugerir recursos metodológicos destinados aos processos de ensino-aprendizagem são apresentadas.

Mediante ao conflito gerado: Professores na eminência de ensinar esta nova linguagem e estudantes na incumbência de compreender e aprender esta nova linguagem, objetivamos refletir neste artigo sobre as contribuições do uso do padrão figurativo-numérico para o ensino de Álgebra na educação básica. Nesta perspectiva, tornou-se necessário conhecer recursos didático-pedagógicos que potencializem os processos de ensino-aprendizagem da Álgebra elementar, assim como as relevâncias do tratamento algébrico a partir da utilização do padrão figurativo-numérico. Tal análise procedeu-se a partir de pesquisas realizadas pelos seguintes autores: HANKE (2008), BRANCO ([1],2008), GIL (2008) e outros que analisam a relevância do uso de padrões na educação algébrica.

Pautados nos autores em tela, entendemos que a utilização dos padrões figurativo-numéricos se configura como um recurso educacional em potencial para educadores em Matemática. Para isso, torna-se fundamental o interesse pelo corpo docente em complementar a sua prática pedagógica, bem como compreender problemas enfrentados na sala de aula referente ao campo algébrico pelo corpo discente.

Para tanto, partindo-se de tais pressupostos, tivemos como questão de pesquisa: “Quais as contribuições da utilização dos padrões figurativo-numéricos para os processos de ensino-aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental?”. Assim, tivemos como objetivo geral deste estudo bibliográfico, analisar contribuições da utilização de padrões figurativo-numéricos nos anos finais do ensino fundamental.

Deste modo, este artigo está dividido em quatro seções. A primeira consiste na elucidação do tema ao leitor, de modo a justificar a realização do estudo, bem como nossas inquietações de pesquisa. A segunda seção apresenta a relevância da utilização de padrões no ensino de álgebra. A terceira apresenta os resultados da pesquisa, isto é, contribuições da utilização dos padrões figurativo-numéricos para educação algébrica. Já a quarta seção contempla a proposta de atividade na qual fizemos uso do padrão figurativo-numérico. A quinta, e última, seção apresenta as considerações finais deste estudo. Por fim, apresentamos as referências que serviram de base para a fundamentação do nosso trabalho.

## 2 O campo da Álgebra no ensino fundamental

O nosso ponto de partida está relacionado com as diretrizes da Base Nacional Curricular Comum (BNCC<sup>1</sup>) que a respeito da grande área denominada Matemática, referente ao ensino fundamental, alega que:

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos - Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade -, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental. (BRASIL, 2017, p. 265)

Analisando-se as diretrizes supracitadas, em especial neste artigo no campo da Álgebra, exploramos as potencialidades/contribuições da utilização dos padrões figurativo-numéricos nos processos de ensino-aprendizagem no segundo ciclo do ensino fundamental. A seleção para abordarmos este tema se deu em virtude das potencialidades que o assunto traz para a melhor compreensão dos conteúdos algébricos, de modo a contribuir para uma melhor aprendizagem dos estudantes, bem como a consolidação de conhecimentos para as etapas formativas seguintes no campo da Matemática.

O desafio no ensino fundamental trazido pelo documento está em as instituições desenvolverem o solicitado quanto ao campo da Álgebra. Significa dizer que, segundo as diretrizes da BNCC:

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento - pensamento algébrico - que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interde-

---

<sup>1</sup>Destacamos que a BNCC é um documento oficial norteador para o desenvolvimento e efetividade do currículo das instituições de educação básica, desde a educação infantil até o ensino médio. No documento, ressaltam-se as competências gerais da educação básica, assim como de cada etapa respectiva. Também traz as orientações para o desenvolvimento de habilidades e competências para os diversos campos do conhecimento e componentes curriculares.

pendência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações. (BRASIL, 2017, p. 270)

O documento traz a preocupação quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico que é essencial, principalmente, para solucionar, compreender, representar e/ou refletir variadas situações-problemas onde se possa utilizar a linguagem algébrica. Apontam-se recursividades que contribuem para o desenvolvimento deste pensamento, dentre os quais destacamos aqui, os padrões de sequências numéricas e não numéricas e o estabelecimento de generalizações.

O desenvolvimento nas manipulações simbólicas, na interpretação de grandezas, nas operações estabelecidas algebricamente, na fatoração algébrica e, por fim, na compreensão do uso das “letras”. Todos estes aspectos são assegurados pelos elementos caracterizadores do pensamento algébrico. Deste modo, o trabalho com padrões matemáticos é proposto como meio facilitador na construção do conhecimento algébrico, uma vez que possibilita intervir no ensino-aprendizagem de álgebra na educação básica.

Partindo destes pressupostos desde o início desta seção, construímos o referencial teórico que constituiu-se como o arcabouço fundante para sustentar nosso estudo.

### 3 Padrões matemáticos: foco no padrão figurativo-numérico

Iniciamos, ao considerarmos a Álgebra como uma das ramificações da Matemática. O autor DEVLIN ([6], 2002, p. 206), analisa essa área da Matemática, ponderando que:

[...] ao longo dos anos, a Matemática tornou-se cada vez mais e mais complicada, as pessoas concentraram-se cada vez nos números, fórmulas, equações e métodos e perderam de vista o que aqueles números, fórmulas e equações eram realmente e porque é que se desenvolveram aqueles métodos. Não conseguem entender que a Matemática não é apenas manipulação de símbolos de acordo com regras arcaicas, mas sim a compreensão de padrões.

O autor ressalta que, para muitas pessoas, ao se falar em Matemática e expressar seu descontentamento em relação a essa área do conhecimento, associam-na a um emaranhado mundo de letras e fórmulas sem nenhum sentido, assim como operações entre letras e números voltadas para a obtenção de um número “ $x$ ” qualquer. Esta reflexão mostra que, por um lado, as pessoas associam fortemente a Matemática ao ramo da Álgebra (pois não se remetem à Aritmética, Geometria, ou a qualquer outro). Em contrapartida, elas não vêem significado nos procedimentos algébricos que estudam na escola e, por isso, parecem ter essa impressão negativa desse conhecimento matemático.

DEVLIN (2002, p. 9), continua sua análise afirmando que “a Matemática é a ciência dos padrões”. Segundo o autor, essa Ciência busca por todo tipo de padrão e o trabalho de um matemático é analisar os diferentes padrões que podem ser encontrados. Eles podem ser

[...] padrões numéricos, padrões de forma, padrões de movimento, padrões de comportamento etc. Esses padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Podem surgir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das atividades mais ocultas da mente humana. (DEVLIN, 2002, p. 9).

Assim, podemos constatar que existe uma infinidade de padrões de interesse da Matemática e de outras áreas do conhecimento. É importante destacar que, segundo a literatura matemática, a qual teve-se acesso, não há uma definição exata para padrão. Para HANKE (2008, p. 64), os padrões “são encontrados na natureza, na física, na biologia, na geografia, na arte etc”. Embora a autora afirme que não existe uma definição precisa para padrão, por meio de um exemplo ela caracteriza, de forma intuitiva, essa ideia:

[...] quando Pitágoras intui que em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos, suas primeiras argumentações partem de observações, análise, identificação de regularidades, intuição e a construção de um padrão. Somente mais tarde é que ele conclui seu trabalho com uma demonstração sistematizada. Na física, quando Galileu desperta para o fato de que todos os objetos caem em direção ao solo (regularidade), isso o conduz à idéia da gravidade. Essas e inúmeras outras situações revelaram um padrão. (HANKE, 2008, p. 63).

A partir desse exemplo, podemos inferir que os padrões remetem a certos tipos de regularidades, as quais a priori são apenas observadas para, posteriormente, serem demonstradas e/ou generalizadas. HANKE (2008, p. 65) diz que “os nossos olhos são capazes de visualizar vários tipos de padrões: de formas e de figuras”.

Ao visualizarmos uma estrela-do-mar, por exemplo, analisamos um padrão geométrico. A coreografia de hip hop apresenta padrão de movimento e até mesmo a arte milenar do crochê apresenta certos tipos de padrões. Assim, é possível observar grande variedade de padrões presentes no mundo. Deste modo, ao delimitar os padrões, no campo da Matemática, HANKE (2008, p. 67) afirma que “dentro da Matemática, encontramos várias estruturas de padrões que, de acordo com suas características e particularidades, podem ser categorizados em numéricos, visuais, geométricos, figurativo-numérico, geométrico-numérico etc.”.

Diante do exposto, apresentamos na Figura 1 alguns estilos de padrões matemáticos anunciados pela autora:

Neste artigo, o padrão em estudo é o figurativo-numérico. Para PEREZ ([11], 2006, p. 22), os padrões figurativo-numéricos “são ligados à ideia de algum tipo de regularidade,

Estilos	Categorização
	figurativo- numérico
	geométrico-numérico
	visuais
<b>2 1 3 5 2 1 3 5 ...</b>	numéricos
	mosaico
	movimento

Figura 1: Alguns estilos de padrões matemáticos.  
 Fonte: Padrões de Regularidades: HANKE, 2008.

por repetição ou recursividade, na qual se possa identificar uma lei, uma expressão matemática que permita continuar uma sequência e assim chegar à generalização requerida.”

A autora alega, em sua pesquisa, que existem os padrões puramente numéricos e os padrões puramente figurativos. Desse modo, os padrões figurativo-numéricos são a composição entre esses dois. Dentre eles, ainda há outros, como por exemplo, o padrão geométrico-numérico, citado por PEREZ (2006).

#### 4 A Relevância do uso do padrão figurativo-numérico no ensino de álgebra no ensino fundamental - anos finais

Começamos por analisar, as contribuições/potencialidades, da utilização de padrões, em especial os padrões figurativos-numéricos no documento mais atual destinado as diretrizes educacionais no Brasil para a educação básica. Na BNCC (BRASIL, 2017, p. 278), os padrões figurais e numéricos são indicados desde o 1º ano do ensino fundamental para ser trabalhar Álgebra. O documento apresenta, ainda, que a “investigação de regularidades ou

padrões em sequências” serve para potencializar o ensino-aprendizagem deste campo do saber. No sétimo ano do ensino fundamental eles são indicados como objetos de conhecimentos à linguagem algébrica na distinção entre variável e incógnita e a identificação da regularidade de uma sequência numérica. Destacamos as seguintes habilidades:

(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas (EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes. (EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. (BRASIL,[3], 2017, p. 307)

Tais habilidades se relacionam ao compreender a utilização da linguagem algébrica para interpretar, modelar, refletir e construir raciocínios, resoluções e/ou respostas a variados tipos de problemas, em especial, sequências e padrões de regularidades. No 8º ano, por exemplo, percebemos que as habilidades consistem em:

(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figurativa não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes. (EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas. (BRASIL, 2017, p. 313)

Como podemos observar, o trabalho com álgebra remete a regularidades, a linguagem algébrica, a interpretação de problemas por meio da linguagem algébrica. Deste modo, analisar as contribuições da utilização de padrões para os processos de ensino-aprendizagem de Álgebra se configura em expor mais um recurso que poderá ser utilizado por docentes na construção de conhecimentos algébricos para a formação do estudante, na perspectiva das diretrizes do referido documento.

A relevância do uso de padrões no campo da educação algébrica e, em particular, do padrão figurativo-numérico, foi pesquisada por diversos autores que voltaram suas análises para alguns pontos em que esses padrões podem ter utilidade. Leila Modanez ([10], 2003), através da generalização de padrões numéricos e geométricos, organizados em uma sequência didática inicia a o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 6º ano do ensino fundamental em uma escola de São Paulo. Ao final da aplicação de algumas atividades de ensino relacionadas a padrões de regularidades, a autora alegou

que os alunos conseguiram desenvolver o pensamento algébrico, “pois demonstraram atitudes positivas e autonomia no sentido de observar, levantar hipóteses, tirar conclusões e justificar suas respostas” (MODANEZ,[10], 2003, p. 87).

Já Fiorentini, Miguel e Cristóvão (2006), citados por HANKE (2008), apontam algumas contribuições que o pensamento algébrico pode proporcionar ao estudo da Álgebra. Eles denominam essas contribuições de “caracterizadores do pensamento algébrico”:

- Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos;
- perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação problema;
- produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação problema;
- produzir vários significados para uma expressão numérica;
- interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas;
- transformar uma expressão aritmética em outra mais simples;
- desenvolver algum processo de generalização;
- perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias;
- desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. (HANKE, 2008, p.51).

O desenvolvimento de tais habilidades possibilita que o aluno construa uma linguagem simbólica que seja rica em significados, indo além das manipulações algébricas. Além disso, rompe-se com o modelo usual de ensino-aprendizagem da Álgebra (expressões  $\rightarrow$  equações  $\rightarrow$  problemas), proporcionando o desenvolvimento da autonomia e da flexibilidade do pensamento dos alunos.

Jhon Mason, citado por PEREZ (2006, p. 28), alega que a manipulação de expressões algébricas e a resolução de equações podem ser beneficiadas com a utilização de padrões, uma vez que este é um meio “para que o aluno construa uma linguagem simbólica significativa”. Com esta significação, traz possibilidades de que erros em operações e entre sinais poderão ser amenizados.

HANKE (2008, p. 69), enfatiza em seu artigo a relevância do uso de padrões sinalizando que

Conduzir o ensino da Matemática a partir de experiências com padrões é uma tentativa de torná-lo mais significativo, de fazer o aluno vivenciar o processo de construção da Matemática privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e a criação de uma linguagem simbólica.

Os pontos apresentados pela autora são de relevância dentro do conteúdo algébrico, uma vez que o processo de ensino-aprendizagem de Álgebra está voltado para a constru-

ção de uma linguagem simbólica mais significativa para o aluno, por meio do desenvolvimento do pensamento algébrico. Deste modo, podemos pensar que a inclusão de tais padrões podem ser importantes para a melhoria da qualidade educacional no ensino de matemática voltada à aprendizagem algébrica.

VALE e PIMENTEL ([14], 2005) listam, em sua pesquisa, algumas contribuições que o padrão figurativo-numérico e outros podem proporcionar aos estudantes na aprendizagem de Álgebra. De acordo com os autores, as potencialidades desse padrão consistem em

- experienciar o poder e a utilidade da matemática e desenvolver o conhecimento sobre novos conceitos;
- evidenciar como os diferentes conhecimentos matemáticos se relacionam entre si e com outras áreas do currículo;
- Promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos tornando-os bons solucionadores de problemas e pensadores abstratos;
- Melhorar a compreensão do sentido do número, da Álgebra e conceitos geométricos. (VALE e PIMENTEL, 2005, p. 16).

Diante da citação supracitada, podemos perceber que o padrão figurativo-numérico exerce um papel ímpar na educação algébrica, visto que há a possibilidade de interrelação de conteúdos de diferentes áreas do conhecimento, bem como etapas da educação básica, de modo a qualificar o processo de ensino-aprendizagem.

Tais ações e possibilidades com esta área da matemática pode contribuir para o desenvolvimento, não somente do raciocínio lógico-matemático, mas integral do estudante. De acordo com os autores, fica evidente a incursão possível do estudante no mundo algébrico de modo a transpor tais conhecimentos para sua vida real, trazendo, de certo modo, mais significado sobre o porquê aprender álgebra na educação básica.

Por sua vez, BRANCO (2008, p. 175) alega que o uso de padrões ajuda na “compreensão das variáveis e equações”, além de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. De acordo com a autora, a utilização desses padrões auxilia, também, na significação de expressões e de suas estruturas e na significação dos símbolos algébricos. BRANCO (2008), acrescenta que com a utilização dos padrões figurativo-numéricos, os estudantes poderão identificar regularidades e sistematizá-las para a linguagem algébrica, mediante a orientação do professor. Para a autora, nesta situação didática, o professor torna-se o elemento-chave na promoção e no desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que ele poderá elaborar várias sequências didáticas para atingir esses propósitos. PEREZ (2006), em conformidade com VALE e PIMENTEL (2005), observa que

Por meio da análise de resultados, constatou-se que os alunos pesquisados tiveram uma imagem mais positiva da matemática, tendo oportunidade de desenvolver o conhecimento sobre novos conceitos. Experenciaram o poder e a utilidade dela para desenvolver o conhecimento sobre novos conceitos; evidenciar como os diferentes conhecimentos matemáticos se relacionam entre si e

muitas vezes até em outras matérias e tiveram a oportunidade de melhorar a compreensão do sentido de Álgebra. (PEREZ, 2006, p. 114).

A autora analisa, a partir da sua pesquisa, a estreita ligação entre o padrão figurativo-numérico e a compreensão do objetivo da Álgebra na escola básica, pois uma vez que o aluno compreende o que é Álgebra e o que este ramo da Matemática busca estudar, poderá fazer conexões entre os diferentes conteúdos matemáticos. Assim, tão longe de apresentar todas as contribuições da utilização do padrão-figurativo numérico para o ensino-aprendizagem de Álgebra nos anos finais do ensino fundamental, apresentamos o seguinte quadro, com algumas destas contribuições com base na literatura vigente:

Quadro 1: Algumas contribuições da utilização de padrões figurativos-numéricos.

<b>Contribuição:</b>	<b>Autor(es):</b>
→ Desenvolvimento do pensamento algébrico;	MODANEZ (2003); HANKE (2008); BRANCO (2008); BRASIL (2017)
→ Caracterizadores do pensamento algébrico;	Fiorentini, Miguel e Cristóvão (2006), citados por HANKE (2008)
→ Linguagem simbólica significativa;	Jhon Mason, citado por PEREZ (2006), HANKE (2008), VALE e PIMENTEL (2005), BRANCO (2008)
→ Vivenciar processos de construções da matemática;	HANKE (2008); PEREZ (2006)
→ Trabalhar a interdisciplinaridade; → Desenvolver pensamentos abstratos; → Solucionar problemas;	VALE e PIMENTEL (2005);
→ Compreensões de elementos matemáticos; → Estabelecer elos de conteúdos matemáticos;	BRANCO (2008); PEREZ (2006)
→ Imagem positiva da Matemática;	PEREZ (2006).

Fonte: Elaborado pelos autores.

Verifica-se que as contribuições apresentadas por estes autores estão em conformidade com as diretrizes da BNCC, principalmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Tão longe de alegar que os padrões figurativos numéricos são os únicos recursos que potencializam os processos de ensino-aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental, a pesquisa evidencia este recurso como um dos recursos que poderão ser utilizadas para tais finalidades.

## **5 Proposição de uma atividade embasada na utilização do padrão figurativo-numérico para os anos finais do ensino fundamental**

Como embasamento para a proposição da atividade, utilizamos o método da revisão bibliográfica, que de acordo com FIORENTINI e LORENZATO ([7], 2006), CRESWELL ([5]2010) e PRODANOV e FREITAS ([12], 2013), este tipo de pesquisa é subsidiado, preferencialmente por documentos escritos, em que a coleta de informações ocorre por meio de fichamento das leituras realizadas. Deste modo, por meio da pesquisa realizada em livros, constatamos que a utilização do padrão figurativo-numérico pode contribuir para o ensino de Álgebra elementar, atendendo às propostas da educação algébrica e as dificuldades de aprendizagem dos alunos em relação a essa área do saber (MODANEZ, 2003; HANKE, 2008; BRANCO, 2008).

O estudo das propostas que envolvem a educação algébrica foi fundamental para que pudéssemos propor uma atividade para a educação básica utilizando o uso de padrões, focalizando-se o padrão figurativo-numérico, em especial, a BNCC (BRASIL, 2017).

Portanto, nessa seção, apresentamos uma atividade na qual poderá ser utilizada nos anos finais do ensino fundamental - foco do nosso estudo -, mas que também poderá ser transposta para seu desenvolvimento no ensino médio. A proposta objetiva potencializar a aprendizagem algébrica, de modo a fazer com que os estudantes reflitam sobre os conteúdos básicos da álgebra e consigam associá-los a partir de uma sequência, onde conseguimos representar na linguagem algébrica um padrão de regularidade.

A sequência abaixo, transcrita do artigo de PEREZ (2006), remete à ideia de padrão figurativo-numérico e a nossa atividade pauta-se na Figura 2:

Podemos analisar, com base em leituras de atividades pedagógicas aplicadas pela autora que por esta sequência, é possível chegar a uma expressão matemática (ou expressão algébrica) generalizadora do padrão enunciado por meio da regularidade. Assim, esta sequência de figuras pode ser trabalhada de diversos modos pelo professor a fim de primar por um ensino de Álgebra mais significativo e pelo desenvolvimento do pensamento



Figura 2: Padrão figurativo-numérico.  
Fonte: PEREZ, 2006.

algébrico.

Deste modo, baseada na sequência de Perez (2006), apresentamos nossa proposta de atividades e bases de respostas para os estudantes que podem ser esperadas pelos professores. Salientamos que a generalização do padrão e/ou os raciocínios dos discentes podem diferir das ideias aqui apresentadas. Porém, o docente, pode conduzir de várias formas a realização da atividade.

1. *Escrever uma expressão algébrica, que generalize as posições ocupadas por todas as borboletas na sequência proposta.*

RESPOSTA DESEJADA: O discente buscará por um padrão. A busca por este padrão pode relacionar o campo numérico ao algébrico por meio da construção de outra sequência:  $(2, 6, 10, \dots)^2$ , cada termo desta sequência numérica representa a posição de uma borboleta. Verifica-se que o padrão é que as posições variam de quatro em quatro. Agora busca-se escrever esta regularidade na linguagem algébrica. (HANKE, 2008; BRANCO, 2008; VALE e PIMENTEL, 2005). Deste modo, podemos estabelecer que a  $n$ -ésima ( $n$ ) borboleta (B) está na posição da sequência dada. Exemplo: para  $n = 1$  (a primeira borboleta) ocupa a 2ª posição ( $B = 2$ ) no padrão figurativo-numérico dado. Deste modo,  $n$  varia de 1 a infinito ou ainda  $n$  é um número natural positivo ( $n \in \mathbb{N}^*$ ). Pode-se construir um quadro (Quadro 2) para analisar o padrão. Neste momento tentativas de generalizar podem surgir de variados modos, o professor pode parabenizar os diversos raciocínios e realizar as intervenções necessárias (BRASIL, 2017; MODANEZ, 2003).

Logo,  $B = 4n - 2$ , sendo  $n$  um número inteiro positivo. Assim,  $B$  representará a ordem de ocorrência de borboletas no padrão figurativo-numérico dado. Por exemplo, a 30ª borboleta no padrão figurativo apresentado estará na  $B = 4 \cdot (30) - 2 = 118$ ª posição (BRANCO, 2008).

O estudante, ao chegar nesse modelo generalizador, terá trabalhado o pensamento algébrico em diversos contextos: reconhecimento de padrões, utilização da linguagem algébrica para generalizar/apresentar o padrão, passagem da linguagem numérica para

<sup>2</sup>O leitor pode pensar nesta sequência numérica como uma Progressão Aritmética (P.A.). Conceitos da P.A. podem ser utilizadas neste nível de ensino. Porém, há outras maneiras de desenvolver o pensamento algébrico perpassando por regularidades, padronização e a utilização da linguagem algébrica com algum significado, como mostraremos.

Quadro 2: possibilidades de busca pelo padrão.

$n$	<b>B (posição da borboleta no padrão figurativo numérico)</b>	<b>Identificação do padrão na linguagem algébrica Possibilidade 1</b>
1	2	2.1
2	6	2.2 + 2
3	10	2.3 + 4
4	14	2.4 + 6
$n$	<b>B</b>	$2n + 2(n - 1) = 4n - 2$

Fonte: Elaborado pelos autores.

a algébrica, utilização de tabelas para analisar o padrão, dentre outros. O aluno, na determinação dessa fórmula matemática, não utiliza as “letras” como incógnitas, mas como variáveis generalizadoras do modelo matemático proposto, compreendendo distinções do papel desta “letra”, na situação descrita. Todos estes fatores corroboram com os autores HANKE (2008), GIL (2008), PEREZ (2006), VALE e PIMENTEL (2005) e, ainda, com as diretrizes da BNCC (BRASIL, 2017) no que tange aos processos de ensino-aprendizagem de álgebra.

2. Ao observar a regularidade, na disposição dos elementos neste padrão figurativo-numérico, qual figura ocupará a posição de ordem 125?

RESPOSTA DESEJADA: uma das formas de analisar o solicitado é por meio da fórmula obtida no item anterior ( $B = 4n - 2$ ). Por exemplo, caso queira validar se é uma borboleta, bastaria fazer “ $4n - 2 = 125$ ”, sendo  $n$  um número inteiro positivo (uma vez que  $n$  neste contexto/fórmula - é um número ordinal). Desta forma, ele poderá, a partir da resposta encontrada, avaliá-la e interpretá-la, para constatar se é pertinente ao contexto. Neste contexto não será uma borboleta, o que poderá levar o estudante a generalizar as demais figuras do padrão dado, trabalhando mais uma vez alguns dos elementos: pensamento algébrico, regularidades, sequências, reflexões, linguagem algébrica, dentre outros. Em destaque o papel das letras, conforme GIL (2008) e BNCC (BRASIL, 2017), que neste caso,  $n$  será uma incógnita. Outra forma é utilizar a divisão euclidiana e analisar o resto desta divisão para concluir qual figura ocupará tal posição. Isto é, analisar quantas vezes o padrão (retângulo, borboleta, trapézio, losango) que contém quatro elementos “caberia” em 125. Caso a divisão seja exata significa que o padrão cabe exatamente o número de vezes obtido no quociente, deste modo, a figura seria uma borboleta. Porém, ao realizar esta divisão obtém-se quociente trinta e dois e resto igual a um. Logo, é possível colocar o padrão trinta e uma vezes dentro de 125 e sobrar a próxima figura. Conclui-se que a

figura que ocupará tal posição é o retângulo.

3. *Quantas borboletas aparecerão neste padrão figurativo-numérico a, entre as posições de ordem 25 e 130?*

RESPOSTA DESEJADA: A priori, o aluno poderá ter um raciocínio aritmético. Mas, caso o desenvolvimento do pensamento algébrico seja apurado nesse aluno, ele poderá utilizar de uma análise algébrica para chegar a uma resposta. Para resolver esse problema, uma das sugestões é que o aluno verifique qual é a primeira ocorrência de borboleta, depois da 25<sup>a</sup> posição na sequência - isto ocorrerá quando  $n = 7$  (no modelo criado anteriormente) - e analisar qual é a última ocorrência de borboleta, antes da 130<sup>a</sup> posição na sequência, isto é, quando  $n = 32$ . Esta análise pode ser elaborada a partir do primeiro modelo criado pelo mesmo, em que " $B = 4n - 2$ ". A partir daí, o aluno poderá, seguindo outros raciocínios, elaborar outros modelos matemáticos que o auxiliem a encontrar a resposta desejada. Um outro modelo que o auxiliará é " $B = b + 4n - 4$ "<sup>3</sup>, onde " $B$ " é a ordem de correspondência da última ocorrência de borboleta, antes da 130<sup>a</sup> posição; " $b$ " é a ordem de correspondência da primeira borboleta, depois da 25<sup>a</sup> posição, e " $n$ " é o número de borboletas entre as posições 25<sup>a</sup> e 130<sup>a</sup> (terão 26 ocorrências de borboletas no intervalo indicado).

Diante da atividade que apresentamos sobre os padrões figurativos-numéricos como recurso didático-pedagógico para a aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental, buscamos destacar sua potencialidade para o processo analítico-interpretativo. As possibilidades ampliam-se de acordo com a exploração realizada pelo docente quando utilizar de padrões figurativos-numéricos em suas aulas.

De acordo com GIL (2008), a interpretação, geralmente, é um fator que dificulta o ensino-aprendizagem de Álgebra, especialmente na educação básica. Tal desafio exige que o estudante consiga compreender a "mensagem" que o exercício "passa", de modo que utilize os seus recursos cognitivos para a resolução dele. Referente às questões propostas como atividades neste artigo, caso o estudante encontre um número fracionário ou decimal como resposta, poderá verificar que não existem posições quando refere-se a posição de termos uma sequência, o que justificaria não ser uma borboleta a figura procurada. Assim, o estudante irá trabalhar com equações algébricas de modo mais significativo e, ainda, praticará a interpretação da resposta algébrica e/ou numérica, com o intuito de validar a resposta encontrada. A "letra" assume o papel de incógnita e, a resposta encontrada, por meio da interpretação do aluno, poderá ou não ser a solução desejada. Ao chegar a um segundo modelo, esse aluno tornará a usar o pensamento algébrico, que o atenda nessa situação; fazendo interpretações para validar os seus passos, o que está em conformidade com HANKE (2008), GIL (2008), PEREZ (2006), VALE e PIMENTEL

<sup>3</sup>Veja que implicitamente está aplicado a fórmula do termo geral de uma P.A.

(2005) e principalmente com a BNCC (BRASIL, 2017) que é o documento oficial e atual para a educação básica brasileira.

Outra contribuição que pode ser ocasionada com a aplicação dessa atividade, e atendendo também as sugestões apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's - (BRASIL,[2], 1998), é a visualização, que é beneficiada com a utilização do padrão figurativo-numérico. Por meio das imagens, pode ser possível para o estudante melhor visualizar e compreender os procedimentos. Caso o aluno ainda tente resolver o problema utilizando meios aritméticos, cabe ao professor conduzi-lo para a linguagem algébrica, proporcionando descobertas nesse campo do saber matemático.

Por fim, entendemos que a aplicação desta atividade no contexto áulico, especialmente nos anos finais do ensino fundamental, pode ser um contributo para o potencializar os processos de ensino-aprendizagem da álgebra e, por extensão, do conhecimento matemático e do sucesso escolar. Acreditamos que por meio do padrão em tela, podemos constituir mais significado durante a escolarização do estudante no âmbito da matemática, além de poder contribuir para o seu desenvolvimento integral. Pensar na aprendizagem da linguagem algébrica na educação básica pode refletir positivamente para a formação discente, de modo que ele possa compreender melhor os diferentes contextos no qual está inserido.

## 6 Considerações Finais

Identificamos que, a partir do uso desse padrão - o figurativo-numérico, é possível chegar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, o que está em conformidade com HANKE (2008), PEREZ (2006), VALE e PIMENTEL (2005) e a BNCC (BRASIL, 2017) - que é uma das propostas atuais da educação algébrica. Esperamos, desta forma, que os professores que trabalham ou trabalharão com este tipo de padrão, venham minimizar algumas dificuldades na aprendizagem de Álgebra. Tais dificuldades são entendidas como a significação da linguagem algébrica, isto é, que o estudante seja capaz de analisar, compreender, formular e explicar suas respostas e seus passos em uma situação-problema.

Frente ao exposto, a partir do nosso problema de pesquisa: “Quais as contribuições da utilização dos padrões figurativo-numéricos para os processos de ensino-aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental?”, concluímos e defendemos que a utilização do padrão figurativo-numérico nesta etapa educativa possui potencialidades importantes para a educação algébrica, visando melhor compreensão do corpo discente no que se refere a linguagem algébrica e a representação algébrica de padrões matemáticos ao longo do seu processo de escolarização.

Além disso, por meio de atividades utilizando tais padrões, revelamos que pode ser possível o resgate de dificuldades matemáticas provenientes de etapas progressas, uma vez

que é possível interligar uma multiplicidade de conteúdos e conceitos, bem como áreas de conhecimento. Desta forma, entendemos que tais ações podem, por sua vez, qualificar a díade ensino-aprendizagem de álgebra na educação básica e, em especial, nos anos finais do ensino fundamental.

A partir da reflexão sobre o tema pesquisado, surgiram outras indagações, levando-nos a propor uma nova questão a ser investigada futuramente: “De que forma o padrão figurativo-numérico em atividades de ensino, organizadas e articuladas em uma sequência didática, pode contribuir para a construção e a assimilação do pensamento algébrico na educação básica e superior?”.

À guisa de uma conclusão, defendemos que a utilização do padrão figurativo-numérico na educação básica possui potencialidades importantes para a educação algébrica, visando melhor compreensão do corpo discente ao longo do seu processo de escolarização. Por meio de atividades utilizando tais padrões, pode ser possível o resgate de dificuldades matemáticas provenientes de etapas pregressas, uma vez que é possível interligar uma multiplicidade de conteúdos e conceitos, bem como áreas de conhecimento. Tais ações podem, por sua vez, qualificar o processo de ensino-aprendizagem de álgebra na educação básica.

Almejamos, ainda, que este estudo possa oportunizar aos docentes, licenciandos e interessados por esta temática conhecer mais uma forma de abordagem da Álgebra nas aulas de Matemática da escola básica. Também esperamos que a investigação possa servir de reflexão para o ensino-aprendizagem da educação algébrica e de suas potencialidades para a formação do sujeito enquanto membro da atual sociedade do conhecimento.

## Referências

- [1] BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 251 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Departamento de Educação, Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2008
- [2] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- [3] BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.
- [4] CAVASOTTO, M. **Dificuldades na aprendizagem de Cálculo: o que os erros cometidos pelos alunos podem informar**. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação

em Ciências e Matemática) - Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.

- [5] CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa:** métodos quantitativo, qualitativo e misto. Trad. Magda França Lopes. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- [6] DEVLIN, K. **Matemática:** a ciência dos padrões. Porto: Editora Porto, 2002.
- [7] FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).
- [8] GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra.** 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.
- [9] HANKE, T. A. F. **Padrões de regularidades:** uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico. 212 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- [10] MODANEZ, L. **Das seqüências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico.** 93 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.
- [11] PEREZ, Elisangela Parra Zigart. **Alunos do Ensino Médio e a generalização de padrão.** PUC - São Paulo, 2006 (Dissertação de mestrado).
- [12] PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas de pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.
- [13] SANTOS, G. M. T. **O comprometimento do estudante e a aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral I.** 217 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade La Salle, Canoas, 2014.
- [14] VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal do currículo. **Revista da Associação de Professores de Matemática.** n° 85, novembro/dezembro, 2005.

---

Submetido em 28 out. 2020

Aceito em 12 mar. 2021