

Uma proposta de modelagem matemática aplicada a prevenção de possíveis surtos de cólera¹

A mathematical modeling proposal applied to the prevention of possible cholera outbreaks

Maria de Fátima da Silva Leite²
Bertrand Luiz Corrêa Lima³

Resumo. Este artigo pretende apresentar uma modelagem matemática com o intuito de caracterizar e determinar possíveis prevenções de surtos de cólera, isto é, determinar os fatores causadores desta doença e buscar resultados que mostrem formas de controle e irradiação das mesmas. Desenvolvido no âmbito do curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra em parceria com o Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal, o objetivo principal deste trabalho é expor um modelo matemático determinístico de cólera que foi desenvolvido por Codeço (2001) e Fakai, Ibrahim e Danbaba (2013). Inicialmente, realizou-se um estudo acerca dos modelos Suscetíveis - Infectados - Suscetíveis (SIS) com o propósito de compreender e delinear como se dava a representação de um modelo matemático para possíveis prevenções de surtos de cólera. Vale destacar que neste modelo dentre os resultados alcançados, destacam-se os relacionados com o número básico de reprodução (R_0) e o número crítico ou limiar (S_c), os quais são usados para prever e estimar a ocorrência do surto de cólera. Quando $R_0 < 1$, o estado de equilíbrio livre de doença é assintoticamente estável, isto é, os casos reduzirão e desaparecerão. Se $R_0 > 1$ a estabilidade do equilíbrio livre de doença é instável, isto é, o surto de cólera ocorrerá na comunidade de interesse. Já em relação ao (S_c) se o número de suscetíveis na população é maior que o número crítico (S_c), um surto de cólera ocorrerá.

Palavras-chave. Modelos SIS, análise qualitativa de sistema não-lineares, cólera, número básico de reprodução, modelos determinísticos.

¹Agradecimentos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); Universidade de Coimbra; Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia

²Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, fleite@mat.uc.pt

³Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia, be_bertrand@hotmail.com



Abstract. This article intends to present a mathematical modeling in order to characterize and determine possible prevention of cholera outbreaks, that is, to determine the causative factors of this disease and to search for results that show ways of controlling and irradiating them in Mathematics at the Faculty of Science and Technology of the University of Coimbra in partnership with the Pontal Institute of Exact and Natural Sciences, the main objective of this paper is to expose a deterministic mathematical model of cholera that was developed by Codeço (2001) and Fakai, Ibrahim and Danbaba (2013). Initially, a study was conducted on Susceptible - Infected - Susceptible (SIS) models in order to understand and delineate how to represent a mathematical model for possible prevention of cholera outbreaks. It is noteworthy that in this model among the results achieved, we highlight those related to the basic reproduction number (R_0) and the critical number or threshold (S_c), which are used to predict and estimate the occurrence of the cholera outbreak. When $R_0 < 1$, the disease-free steady state is asymptotically stable, that is, cases will shrink and disappear. If $R_0 > 1$ the stability of the disease-free balance is unstable, that is, the cholera outbreak will occur in the community of interest. As for (S_c), if the number of susceptible people in the population is greater than the critical number (S_c), a cholera outbreak will occur.

Keywords. SIS models; qualitative analysis of nonlinear systems, cholera, basic reproduction number, deterministic models.

1 Introdução

Neste artigo, utilizaremos a modelação matemática para caracterizar e determinar possíveis prevenções de surtos de cólera no mundo, a qual é causada pela bactéria *Vibrio cholerae* (vibrião colérico), isto é, determinar os fatores causadores e buscar resultados que mostrem formas de controle e irradiação das mesmas.

O interesse por esta temática se deu pelo recente desastre natural ocorrido em Moçambique, o Ciclone Idai. Além de matar mais de 700 pessoas, o ciclone revelou diversos outros impactos, dentre eles, os relacionados à contaminação das águas e dos alimentos fornecidos à população moçambicana.

O objetivo principal deste trabalho é apresentar um modelo matemático determinístico de cólera que foi desenvolvido por Codeço (2001) e Fakai, Ibrahim e Danbaba (2013).

Estes estudos relacionados a cólera e a tentativa de aprimorá-los são de extrema importância para a sociedade de um modo geral devido a diversos fatores, sendo eles: (a) os modelos matemáticos fornecem ferramentas quantitativas e potencialmente valiosas para auxiliar na melhoria de formas de controle de diversas epidemias; (b) se não controlada, a cólera é uma das mais rápidas doenças fatais conhecidas; e (c) a modelagem matemática



sendo a principal base da teoria epidemiológica, é crucial para aplicar estudos à dinâmica da cólera, já que estes estudos podem ser utilizados para prever o perigo de epidemia e tentar travar o seu avanço.

Foi inicialmente realizado um estudo acerca dos modelos SIS (Suscetíveis - Infectados - Suscetíveis), cuja característica principal é que neste modelo os indivíduos infectados recuperam mas não adquirem imunidade e, portanto, voltam à classe dos suscetíveis. O modelo da cólera é uma representação mais complexa do modelo SIS.

2 Cólera: causas, sintomas, transmissão e tratamento

De acordo com o website do Ministério da Saúde brasileiro (2018), a cólera é uma doença bacteriana infecciosa intestinal aguda transmitida por contaminação fecal-oral direta ou pela ingestão de água ou alimentos contaminados. Frequentemente, a infecção causa diarreia leve, porém pode também se apresentar de forma grave, com diarreia aquosa e profusa, com ou sem vômitos, dor abdominal e câibras.

O agente causador da doença é o *Vibrio cholerae* (vibrião colérico), o qual coloniza o intestino humano multiplicando-se rapidamente e produzindo uma enteroxina que causa a diarreia. Essa alteração faz com que o corpo evacue grandes quantidades de água, por meio de diarreia aquosa, o que provoca desidratação e perda de fluidos e sais minerais importantes para o corpo.

Em sua manifestação extrema, a cólera é uma das doenças mais rapidamente fatais conhecidas, isto é, se não controlada tende a espalhar-se aceleradamente, podendo causar aos infectados morte em poucas horas ou dias.

O número de casos de cólera declarados no mundo tem aumentado significativamente, como ilustra a Figura 1 do *Intergovernmental Panel on Climate Change*.

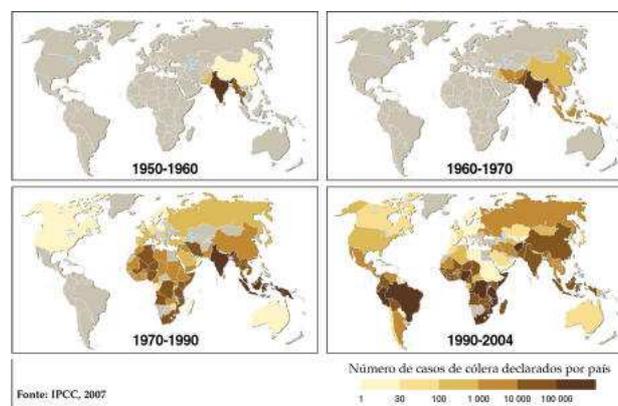


Figura 1: Número de casos de cólera declarados no mundo
Fonte: IPCC, 2007



A ocorrência da cólera é diretamente relacionada com as condições inadequadas de saneamento e a sua prevenção se baseia na adoção de medidas de higiene pessoal e no consumo seguro de água e alimentos.

O tratamento eficiente da cólera se fundamenta na rápida reidratação dos pacientes, por meio da administração oral de líquidos e solução de sais de reidratação oral ou fluidos endovenosos, dependendo da gravidade do caso. Vale salientar que existem vacinas para a cólera, mas a vacinação é indicada apenas para populações de áreas com cólera endêmica, populações em situação de crise humanitária com alto risco para cólera ou durante surtos de cólera.

2.1 Epidemia de cólera em Moçambique

De acordo com o website do jornal da Globo(2019) e o governo moçambicano, o país está entre os dez países com menor Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) e entre os dez países com maior desigualdade de renda entre os segmentos populacionais mais ricos e os mais pobres num mesmo país. Por ser um país com alta vulnerabilidade social, após o Ciclone Idai Moçambique vem sofrendo com diversos impactos, dentre eles a possibilidade de surtos de cólera.

Transmitida por alimentos e água contaminados, a cólera tem sido uma grande preocupação para os sobreviventes de ciclones que agora vivem em acampamentos lotados, escolas, igrejas e qualquer terra exposta pelas águas ainda inundadas.

Após o Ciclone Idai (março/2019), o governo de Moçambique confirmou no mês de abril do mesmo ano, o registro de 271 casos de cólera espalhados pelo país. Dos 271 casos registrados, 139 foram confirmados em apenas 24 horas. O último balanço oficial feito em meados de abril/2019 pelo diretor nacional de saúde de Moçambique, aponta para um total de 1.052 pessoas infetadas e um morto.

Os principais sintomas apresentados pelas vítimas foram de desidratação e diarreia, devido à contaminação das águas e dos alimentos por fezes que contenham a bactéria causadora da doença.

O Idai chegou a Moçambique a 14 de março com ventos de mais de 170km/h e fortes chuvas. A tempestade danificou casas, provocou inundações e destruiu a cidade de Beira, além de causar estragos em Zimbábue e no Malawi.

Diante do cenário exposto e de tantos outros encontrados no mundo, surge a necessidade de estudos capazes de prever as chances de surtos desta doença.



3 Modelo SIS:

Os modelos SIS são adequados a doenças transmitidas por bactérias e vírus, nas quais a recuperação não protege contra reinfecção da doença. Existem diversas doenças que são caracterizadas pelo modelo SIS, tais como: malária, meningite, HIV, Sífilis, cólera e gonorreia, dentre outras.

Este modelo divide a população em duas classes: (a) dos suscetíveis (todos os indivíduos que podem contrair a infecção); (b) dos infectados (indivíduos suscetíveis que foram infectados, capazes de transmitir a doença para a população suscetível). Como neste modelo os indivíduos não adquirem imunidade vitalícia, voltam novamente à classe dos suscetíveis, como ilustra a Figura 2.



Figura 2: Diagrama comportamental do modelo SIS

Fonte: Acervo pessoal dos autores

3.1 Apresentação do modelo

O modelo SIS padrão é dado pelo seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dT} = -\beta IS + \mu I \\ \frac{dI}{dT} = +\beta IS - \mu I \end{cases} \quad (1)$$

onde β é o coeficiente de transmissão que determina a taxa à qual novas infecções surgem e μ é a taxa à qual os indivíduos infectados retornam à classe S .

4 Modelo Matemático Epidemiológico para cólera

Baseado nos modelos de Codeço (2001) e de Fakai, Ibrahim e Danbaba (2013) a dinâmica da doença é dada pelo seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dT} = np - \alpha h(B)S - nS \\ \frac{dI}{dT} = \alpha h(B)S - (\gamma + \tau + n)I \\ \frac{dB}{dT} = \varepsilon I - (\mu - \iota + \omega)B \end{cases} \quad (2)$$



onde,

$\frac{dS}{dT}$ descreve a dinâmica da classe dos suscetíveis na população.

$\frac{dI}{dT}$ descreve a dinâmica da classe dos indivíduos infectados na população.

$\frac{dB}{dT}$ descreve a dinâmica de *Vibrio Cholerae* no ambiente por meio de alimentos e/ou águas contaminados e consumidas.

Parâmetros

$p(t)$ = população total no tempo t , isto é, $p = p(t) = S(t) + I(t)$.

np = taxa de entrada (por meio de nascimento ou imigração) na comunidade.

nS = taxa de morte natural na classe dos suscetíveis.

α = taxa de exposição *per capita* a alimentos ou água contaminadas.

B = a concentração de bactérias *Vibrio Cholerae* toxigênicas em alimentos e água.

$h(B) = \frac{B}{K+B}$ = possibilidade de qualquer um que esteja exposto a alimentos e águas contaminadas apanhar cólera.

K = concentração de bactérias *Vibrio Cholerae* em alimentos e água necessária para se ter 50% de chance de ficar contaminado pela doença.

$\alpha h(B)$ = taxa de infecção *per capita* dos indivíduos suscetíveis através do consumo de água e alimentos contaminados.

γI = taxa à qual os indivíduos infectados morrem da doença de cólera.

τI = taxa à qual os indivíduos infectados recuperam da doença de cólera.

nI = taxa de morte natural na classe dos infectados.

ε = contribuição *per capita* dos infectados para proliferação do *Vibrio Cholerae*.

ιB = taxa de crescimento de bactérias *Vibrio Cholerae* no ambiente aquático e alimentício.

μB = taxa de mortalidade natural de bactérias *Vibrio Cholerae*.

ωB = taxa de redução de bactérias *Vibrio Cholerae* como resultado de saneamento e medidas higiênicas tomadas pelos indivíduos.

Substituindo $h(B)$ por $h(B) = \frac{B}{K+B}$ em todas as equações do sistema (2), obtemos o sistema descrito como:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dT} = np - \left(\frac{\alpha B}{K+B}\right) S - nS \\ \frac{dI}{dT} = \left(\frac{\alpha B}{K+B}\right) S - (\gamma + \tau + n)I \\ \frac{dB}{dT} = \varepsilon I - (\mu - \iota + \omega)B \end{cases} \quad (3)$$

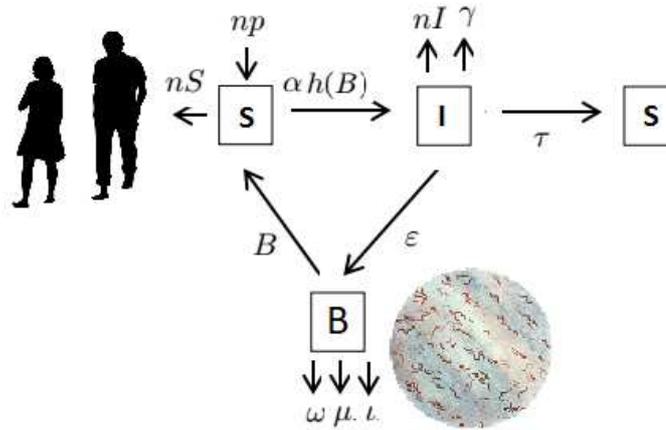


Figura 3: Diagrama comportamental do modelo (2)
 Fonte: Acervo pessoal dos autores

4.1 Ponto de Equilíbrio

É chamado de ponto de equilíbrio (ou ponto crítico) os pontos que correspondem às soluções constantes. Observar esses pontos nos permite estudar o comportamento de soluções próximas a eles. Em particular, podemos verificar se as soluções próximas ao ponto crítico se mantêm próximas a ele, ou seja, se a solução de equilíbrio é estável. Por definição, os pontos de equilíbrio são obtidos quando nossas taxas de variação são iguais a zero:

$$\frac{dS}{dT} = 0, \frac{dI}{dT} = 0, \frac{dB}{dT} = 0$$

Vamos calcular o ponto de equilíbrio quando não há bactérias *Vibrio cholerae* na população, $B_o = 0$, como consequência, ninguém está infectado com cólera, $I_o = 0$ e a população permanece suscetível, portanto $S_o = p$.

Sendo assim, após os devidos cálculos, encontramos o ponto num cenário sem doença $P_o = (p, 0, 0)$, ou seja, é uma solução constante desse sistema.

4.2 Noções de Estabilidade

Podemos escrever (2) na forma matricial

$$Y' = F(Y) \Leftrightarrow \frac{d}{dT} \begin{bmatrix} S \\ I \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} np - \alpha h(B)S - nS \\ \alpha h(B)S - (\gamma + \tau + n)I \\ \epsilon I - (\mu - \iota + \omega)B \end{bmatrix} \quad (4)$$

Definição 1. Uma solução $Y = Y_1(t)$ do sistema (4) diz-se **estável** se dado qualquer $\epsilon > 0$, existe $\delta > 0 \Leftrightarrow \delta(\epsilon) > 0$ tal que $\| Y_2(0) - Y_1(0) \| < \delta \Rightarrow \| Y_2(t) - Y_1(t) \| < \epsilon$,



para toda solução $Y = Y_2(t)$ do sistema e para todo $t \geq 0$.

Se P_0 for um ponto de equilíbrio estável, isso significa que toda solução que começa próxima deste ponto permanece próxima a ele.

Definição 2. Uma solução $Y = Y_1(t)$ do sistema (4) diz-se *assintoticamente estável* se for estável e, além disso, existe $\delta_0 > 0$, tal que $\| Y_2(0) - Y_1(0) \| < \delta_0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \| Y_2(t) - Y_1(t) \| = 0$.

Se P_0 for um ponto de equilíbrio assintoticamente estável, isso significa que uma solução que começa próxima deste ponto, não somente permanece próxima a ele, como também tende a ele quando $t \rightarrow \infty$.

Definição 3. Uma solução $Y = Y_1(t)$ do sistema (4) diz-se *instável* se não for estável.

Se P_0 for um ponto de equilíbrio instável, isso significa que ao menos uma solução que começa próxima deste ponto se afasta do mesmo.

Além disso,

Teorema 1. Seja $\sigma(A)$ o conjunto dos valores próprios de uma matriz A invertível, então são válidas as seguintes afirmações sobre o sistema linear:

- (i) $\sigma(A) \subset \mathbb{C}^-$ se e só se o sistema é assintoticamente estável.
- (ii) Se $\sigma(A) \cap \mathbb{C}^+ \neq \emptyset$, então o sistema é instável.
- (iii) Se $\sigma(A) \cap i\mathbb{R} \neq \emptyset$ e $\sigma(A) \subset \mathbb{C}^- \cup i\mathbb{R}$, então o sistema é estável se $m_a(\lambda) = m_g(\lambda)$ para todo o $\lambda \in \sigma(A) \cap i\mathbb{R}$ e é instável se $m_a(\lambda) \neq m_g(\lambda)$ para algum $\lambda \in \sigma(A) \cap i\mathbb{R}$.

Teorema 2. Sejam $f(x, y, z)$, $g(x, y, z)$ e $h(x, y, z)$ continuamente diferenciáveis em uma região R do espaço xyz , e suponha que o ponto (x_0, y_0, z_0) em R é um ponto de equilíbrio isolado do sistema

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, y, z) \\ \frac{dy}{dt} = g(x, y, z) \\ \frac{dz}{dt} = h(x, y, z) \end{cases} \quad (5)$$

Suponha que o sistema linear associado na vizinhança de (x_0, y_0, z_0) ,



$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f_x(x_0, y_0, z_0)x + f_y(x_0, y_0, z_0)y + f_z(x_0, y_0, z_0)z \\ \frac{dy}{dt} = g_x(x_0, y_0, z_0)x + g_y(x_0, y_0, z_0)y + g_z(x_0, y_0, z_0)z \\ \frac{dz}{dt} = h_x(x_0, y_0, z_0)x + h_y(x_0, y_0, z_0)y + h_z(x_0, y_0, z_0)z \end{cases} \quad (6)$$

seja não degenerado:

Então, em (x_0, y_0, z_0) :

(i) Estabilidade assintótica para o sistema linear no ponto $(0, 0, 0)$ implica estabilidade assintótica para o sistema dado em (x_0, y_0, z_0) .

(ii) A instabilidade para o sistema linear no ponto $(0, 0, 0)$ implica instabilidade para o sistema dado em (x_0, y_0, z_0) . Em particular, se $(0, 0, 0)$ é um ponto de sela para o sistema linear, é um ponto de sela para o sistema dado.

(iii) Se $(0, 0, 0)$ é um centro estável para o sistema linear, então (x_0, y_0, z_0) pode ser uma espiral instável, uma espiral assintoticamente estável, ou talvez apenas estável para o sistema não linear.

4.3 Matriz jacobiana e análise de Estabilidade

A estabilidade pode ser determinada através do estudo dos sinais da parte reais dos valores próprios do polinômio característico dado por $P(\lambda) = \det(A - \lambda Id_3)$ onde A é a matriz Jacobiana calculada no ponto de equilíbrio e Id_3 a matriz identidade.

$$J = \begin{bmatrix} -n - \frac{\alpha B}{K+B} & 0 & -\frac{\alpha S}{K+B} + \frac{\alpha BS}{(K+B)^2} \\ \frac{\alpha B}{K+B} & -(\gamma + \tau + n) & \frac{\alpha S}{K+B} - \frac{\alpha BS}{(K+B)^2} \\ 0 & \epsilon & -(\mu - \iota + \omega) \end{bmatrix},$$

daí,

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial S}(P_0) & \frac{\partial f}{\partial I}(P_0) & \frac{\partial f}{\partial B}(P_0) \\ \frac{\partial g}{\partial S}(P_0) & \frac{\partial g}{\partial I}(P_0) & \frac{\partial g}{\partial B}(P_0) \\ \frac{\partial h}{\partial S}(P_0) & \frac{\partial h}{\partial I}(P_0) & \frac{\partial h}{\partial B}(P_0) \end{bmatrix},$$

logo,

$$\begin{aligned} (J(P_0) - \lambda Id_3) &= (A - \lambda Id_3) = \\ &= \begin{bmatrix} -n - \lambda & 0 & -\frac{\alpha p}{K} \\ 0 & -(\gamma + \tau + n) - \lambda & \frac{\alpha p}{K} \\ 0 & \epsilon & -(\mu - \iota + \omega) - \lambda \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$



Para melhorar o entendimento do leitor quanto aos valores próprios da matriz anterior, considere-se:

$$\begin{aligned}n &= n \\r &= \frac{\alpha p}{k} \\s &= \gamma + \tau + n \\f &= \epsilon \\j &= \mu - \iota + \omega\end{aligned}\tag{8}$$

Utilizando o Teorema de Laplace, obtemos a seguinte equação característica:

$$\begin{aligned}\det(A - \lambda Id_3) = 0 &\Leftrightarrow (-n - \lambda)[(-s - \lambda)(-j - \lambda) - fr] = 0 \\&\Leftrightarrow \lambda = -n \vee sj + s\lambda + j\lambda + \lambda^2 - fr = 0 \\&\Leftrightarrow \lambda = -n \vee \lambda^2 + \lambda(s + j) + (sj - fr) = 0 \\&\Leftrightarrow \lambda = -n \vee \lambda = \frac{-(s + j) \pm \sqrt{(s + j)^2 - 4(sj - fr)}}{2}.\end{aligned}$$

Daí, obtemos três valores próprios:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -n < 0, \\ \lambda_2 &= \frac{-(s + j) + \sqrt{(s + j)^2 - 4(sj - fr)}}{2}, \\ \lambda_3 &= \frac{-(s + j) - \sqrt{(s + j)^2 - 4(sj - fr)}}{2}.\end{aligned}$$

Observe-se que λ_2 e λ_3 são reais. Já que,

$$(s + j)^2 - 4(sj - fr) = j^2 + s^2 - 2sj + 4fr = (j - s)^2 + 4fr > 0.$$

Assim, concluímos que λ_3 é negativo.

Para λ_2 ser negativo, para que o equilíbrio livre da doença seja assintoticamente estável, de modo que a doença desapareça com o tempo então, utilizando (8) obtém-se que

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= \frac{-(s + j) + \sqrt{(s + j)^2 - 4(sj - fr)}}{2} < 0 \\&\Leftrightarrow -4js + 4fr < 0 \Leftrightarrow js > fr \\&\Leftrightarrow \frac{fr}{js} < 1 \Leftrightarrow \frac{\epsilon \alpha p}{k(\gamma + \tau + n + \mu - \iota + \omega)} < 1.\end{aligned}$$



A constante $R_0 = \frac{\epsilon\alpha p}{k(\gamma + \tau + n)(+\mu - \iota + \omega)}$ tem um papel fundamental na análise de estabilidade do ponto de equilíbrio e é chamada de número de reprodução básica do modelo.

R_0 foi definido por Fraser et al (2011) como o número de infecções secundárias geradas por uma infecção primária na população suscetível e que medem, assim, a transmissibilidade intrínseca de um agente infeccioso. Para uma epidemia se expandir no início do estágio de disseminação, mais de um caso secundário tem que ser gerado pelo caso primário e, portanto, precisamos do teorema 3:

Teorema 3. *O estado de equilíbrio livre de doença deste modelo é (localmente) assintoticamente estável se $R_0 < 1$ e instável se $R_0 > 1$.*

A partir do teorema 3, das definições e teoremas referentes à estabilidade, estabilidade assintótica e instabilidade, observamos que:

- (a) se $R_0 < 1$, todos os valores próprios serão negativos, ou seja, o ponto de equilíbrio é assintoticamente estável e existe um estado de equilíbrio sem doença e a infecção não irá se espalhar;
- (b) se $R_0 > 1$, haverá um valor próprio positivo, logo, de acordo com o teorema, o ponto de equilíbrio é instável, e nesta situação é possível afirmar que haverá disseminação da doença.

O número crítico ou limiar, denotado por S_c deste modelo é dado por

$$S_c = \frac{p}{R_0} = \frac{k(\gamma + \tau + n)(+\mu - \iota + \omega)}{\epsilon\alpha}.$$

Esses valores R_0 e S_c são usados para prever e estimar o surto de cólera da seguinte forma: se o número de suscetíveis na população é maior que o número crítico S_c , um surto de cólera ocorrerá.

5 Resultados alcançados

Por meio da pesquisa foi possível aprender (a) o que é cólera; (b) como é transmitida; (c) como pode ser evitada, (d) seus sintomas e (e) um modelo matemático para controle de surtos de cólera. Além disso, percebemos que a taxa do crescimento de *Vibrio cholerae* no ambiente aumenta se o saneamento e medidas higiênicas diminuirmos. Sendo assim, é de extrema importância manter o saneamento, o tratamento de água e cuidados com a higiene pessoal e com alimentos com o objetivo de prevenir a cólera.



Em relação ao modelo epidemiológico, inferimos que se o número de suscetíveis na população for menor que o número crítico S_c , o número de casos de cólera diminuirá e retornará a zero. Quando $R_0 < 1$, a estabilidade do estado de equilíbrio livre de doença é estável, isto é, os casos reduzirão e desaparecerão. Se $R_0 > 1$ a estabilidade do equilíbrio livre de doença é instável, isto é, o surto de cólera ocorrerá na comunidade de interesse. Se $R_0 = 1$, o caso é indeterminado. Vale salientar que o surto de cólera pode ocorrer em uma região onde nunca antes ocorreu, a chance de isso acontecer é maior quando $R_0 > 1$.

Referências

- [1] CODEÇO, T. C. **Endemic and epidemic dynamics of cholera: the role of the aquatic reservoir.** BMC Infect Dis 1,1. 2001. doi:10.1186/1471-2334-1-1 Disponível em: <<<https://bmcinfectdis.biomedcentral.com/articles/10.1186/1471-2334-1-1#citeas>>>. Acesso em:01/05/2019.
- [2] FAKAI, S. A.; IBRAHIM, M. O.; DANBABA, A. **Deterministic Mathematical Model Of Cholera, Predicting Chances Of Its Outbreak.** International Journal of Scientific Technology Research. Vol. 2. 2013. Disponível em: <<<http://www.ijstr.org/final-print/apr2013/Deterministic-Mathematical-Model-Of-Cholera-Predicting-Chances-Of-Its-Outbreak.pdf>>>. Acesso em:26/05/2019.
- [3] FRASER, C.; RILEY, S.; ADERSON, R. M.; FERGUSON, N. M. **Factors that make an Infectious Disease Outbreak Controllable.** Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA. 2004.
- [4] GLOBO, Jornal da. **Moçambique confirma novos casos de cólera após passagem do ciclone Idai.** Disponível em: <<<https://g1.globo.com/mundo/noticia>>> Acesso em 30/03/2019.
- [5] <<[mocambique-confirma-novos-casos-de-colera-apos-passagem-de-ciclone.ghtml](#)>>. Acesso em: 01/05/2019.
- [6] LEITE, M. F. S.; PETRONILHO, J. C. S. **Notas de Equações Diferenciais e Modelação.** Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra (FCTUC). 2019.
- [7] MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Cólera: causas, sintomas, transmissão, tratamento e diagnóstico.** Disponível em: <<<http://portalms.saude.gov.br/saude-de-a-z/colera>>>. 2018. Acesso em: 01/05/2019.



- [8] PARRY, M. L.; CANZIANI, O. F.; PALUTIKOF, J. P.; **Climate Change 2007: Impacts, Adaptation and Vulnerability**. Contribution of Working Group II to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). Cambridge University Press. Cambridge, UK. 2007. Disponível em: <<<https://www.ipcc.ch/report/ar4/wg2/>>>. Acesso em: 03/06/2019.

Submetido em ago. 2019
Aceito em dez. 2019