

Modelagem Matemática em Geomorfologia: Potencialidades e Limitações

Nelson F. Fernandes

UFRJ - Universidade Federal do Rio de Janeiro
Departamento de Geografia, Ilha do Fundão, 21941-590, Rio de Janeiro
nelson@solos.geo.ufrj.br

Abstract - Mathematical models have become an important tool in geomorphological studies. Although a great variety of these models has been developed abroad since the 60's just a few of them has been used here in Brazil. This paper presents a theoretical review of the basic principles of mathematical modelling, with special emphasis to geomorphology. The main types of models are presented and their relationships with the world outside computers is discussed. The main applications and limitations for each type of mathematical model are discussed.

Keywords: Mathematical Modelling, Digital Elevation Models, Hillslope Evolution

Introdução

A modelagem matemática vem se firmando como importante ferramenta de análise teórica e experimental nas mais diversas áreas do conhecimento. Na Geografia Física, e em especial ao longo da duas últimas décadas, seu uso vem sendo difundido de forma acelerada e atualmente esta ferramenta já faz parte de muitos estudos associados, por exemplo, aos campos da geomorfologia, hidrologia e pedologia (Kirkby, 1978; Woldenberg, 1985; Ahnert, 1987b; Anderson, 1988; Goodchild et. alii., 1993; Hardisty et. alii., 1993; Beven & Kirkby, 1993; Beven & Moore, 1993; Kirkby, 1994; entre muitos outros).

Na geomorfologia, em particular, cerca de 45% dos trabalhos publicados em três das mais importantes revistas internacionais, entre 1977 e 1985, já estavam relacionados de alguma forma à modelagem matemática (Anderson & Sables, 1988). Estes autores mostram ainda que, dentro desse universo, os trabalhos com modelagem matemática se concentravam, principalmente, nos estudos associados a modelos hidrológicos e fluviais.

No Brasil, o uso da modelagem matemática no estudo dos processos geomorfológicos ainda encontra-se em um estágio muito incipiente. Os trabalhos de caráter mais quantitativo têm se limitado, de modo geral, a uma abordagem de cunho experimental ou estatístico, visando a mensuração dos processos superficiais no campo. Embora de extrema importância, os experimentos de campo possuem um caráter pontual no espaço e no tempo. Além disso, eles são geralmente caros, o que dificulta a realização de tais mensurações em muitos pontos da paisagem.

Acredita-se aqui que a modelagem matemática, quando baseada em processos físicos, precisa ser vista pelos profissionais de geociências como uma importante ferramenta para estudos que visam a

previsão, por exemplo, de áreas de risco a deslizamentos (por ex. Dietrich et. alii., 1993; Brooks et. alii., 1995), de áreas submetidas a processos de enchentes (por ex. Beven et alii., 1984) ou de erosão (por ex. Foster, 1982; Moore et. alii., 1988).

Além disso, os modelos gerados podem ser usados para testar e desenvolver hipóteses e conceitos que possibilitem a compreensão de fenômenos pretéritos que não podem mais ser mensurados nos dias atuais. Como exemplo pode-se citar o uso de modelos matemáticos para estimar a taxa de dissecação do relevo em áreas submetidas a soerguimentos (por ex. Gilchrist et. alii., 1994), a taxa de deposição em vales preenchidos por sedimentos recentes (por ex. Wyrwoll, 1988), a influência das mudanças climáticas e/ou tectônicas na forma atual de perfis de encostas (por ex. Ahnert, 1988; Fernandes, 1994; Fernandes & Dietrich, *in press*), a evolução de bacias de drenagem pela dissecação fluvial (por ex. Wilgoose et. alii., 1991), entre muitos outros.

Há, portanto, uma grande necessidade de que a modelagem matemática se torne mais difundida nos diversos campos da Geografia Física, e em especial na Geomorfologia possibilitando, entre outras coisas, uma melhor extrapolação, no espaço e no tempo, dos resultados obtidos nas mensurações de campo.

A Questão da Escala

Com grande frequência, diversos profissionais ligados ao planejamento do uso e ocupação do solo necessitam entender os problemas ambientais sob uma perspectiva de bacia de drenagem e, ao mesmo tempo, solucionar problemas em locais específicos. Muitos processos geomorfológicos são particularmente importantes aqui, uma vez que a alteração na produção de sedimentos em certos locais, por exemplo, pode afetar significativamente a dinâmica dos canais fluviais

que integram tais efeitos ao longo de grandes bacias de drenagem. Problemas tais como os efeitos cumulativos em bacias de drenagem florestadas, a erosão dos solos nas encostas, o mapeamento de áreas de risco a deslizamentos em bacias urbanizadas, entre muitos outros, devem ser abordados sob uma perspectiva de bacia de drenagem e de locais específicos.

Acredita-se aqui que a melhor estratégia ainda é compreender o comportamento ao nível de bacia de drenagem a partir dos estudos com bases físicas realizados a nível pontual. Esta abordagem tem sido difícil de ser alcançada por causa do enorme número de informações e cálculos necessários para examinar paisagens inteiras. Mais recentemente, novas técnicas baseadas na interação entre modelos digitais de terreno e modelos computacionais se tornaram disponíveis e podem de grande ajuda na solução para tais dificuldades técnicas (veja por ex. Goodchild et. alii., 1993; Beven & Kirkby, 1993; Beven & Moore, 1993).

Modelagem em Bases Físicas

Existe uma grande demanda para o desenvolvimento de procedimentos objetivos, baseados em processos físicos, capazes de identificar, por exemplo, áreas potenciais de riscos à erosão em zonas florestadas, agrícolas, de pastagens e, em especial, nas encostas desmatadas dos centros urbanos. As práticas usadas atualmente variam consideravelmente entre os profissionais e a qualidade do mapeamento de áreas de risco depende quase que inteiramente do indivíduo e da sua experiência e intuição.

Alguns procedimentos padronizados existem, sendo talvez a USLE - Universal Soil Loss Equation (Wischmeier & Smith, 1978) e seus derivados (veja Peterson & Swan, 1979), o método mais amplamente usado para estimar as taxas de erosão superficial associadas a um determinado uso do solo. Esta equação empírica foi originalmente desenvolvida a partir de parcelas agrícolas no meio oeste dos Estados Unidos, onde o escoamento superficial durante chuvas intensas é o mais importante fator da erosão daqueles solos. Desde então, esta equação tem sido aplicada a diversas áreas ao redor do mundo as quais, em geral, estão submetidas a processos erosivos e de escoamento completamente diferentes.

Em muitas áreas do sudeste do Brasil, por exemplo, a intensidade das chuvas é menor do que a capacidade de infiltração dos solos e o escoamento superficial do tipo Hortoniano (ver Dunne & Leopold, 1978), derivado de uma infiltração limitada, é muito raro ou mesmo ausente. Nestes locais o escoamento superficial e a erosão associada estão diretamente relacionados ao fluxo subsuperficial e ao seu retorno à

superfície onde, combinados com a nova precipitação, geram o fluxo superficial saturado (ver revisão da terminologia em Coelho Netto, 1995). Modelos computacionais, tais como o CRÉAMS (Knisel, 1980), que fazem a previsão da erosão devido ao escoamento superficial Hortoniano são, conseqüentemente, inadequados para o uso nestas áreas. Portanto, modelos matemáticos com bases físicas, que visem a previsão do escoamento e da erosão associados aos fluxos subsuperficiais em encostas naturais são extremamente necessários.

Embora tarefas como os mapeamentos básicos de cunho geomorfológico, geológico e pedológico, as coletas de amostras para a caracterização das propriedades físicas, hidráulicas e mecânicas dos solos, a instrumentação de campo para a caracterização da hidrologia de encostas em locais chave, o mapeamento das cicatrizes dos escorregamentos recentes, etc, ainda precisem ser feitas através dos trabalhos de campo, os modelos digitais de terreno representam uma nova e promissora ferramenta na investigação de problemas geomorfológicos ao nível de bacia de drenagem e ao nível local.

Em muitos ambientes, e em particular naqueles onde o fluxo subsuperficial é o predominante, o escoamento e a erosão resultantes são fortemente controlados pela morfologia do terreno. Com frequência, locais com grande magnitude de escoamento e com grande instabilidade superficial ocorrem nas áreas com a maior convergência topográfica (por ex. Fernandes et. alii, 1994; Fernandes & Amaral, 1996, entre muitos outros). Modelos digitais de elevação podem ser utilizados em conjunto com modelos matemáticos específicos, com bases físicas, de cunho hidrológico e erosivo. Tal procedimento permite que os efeitos de hipóteses bem específicas nos modelos de previsão possam ser testados ao longo de toda a bacia de drenagem. Estes modelos podem também servir como guias para a determinação dos parâmetros críticos que precisam ser medidos no campo.

Portanto, acredita-se aqui que a combinação de dados digitais de elevação com modelos hidrológicos e de erosão poderá se transformar, em breve, em um importante ferramental a ser utilizado no planejamento do uso e ocupação dos solos.

Modelos Matemáticos

De um modo geral, modelos são necessariamente aproximações da realidade, uma vez que estes representam a nossa visão de como uma certa estrutura (ou processo) pode, ou deve, funcionar. No entanto, embora alguma simplificação seja sempre necessária,

os modelos devem na sua base preservar as relações mais significativas observadas na realidade. Consequentemente, todos os modelos são subjetivos uma vez que é o modelador que faz a seleção de quais informações serão incorporadas ao seu modelo particular.

Existe uma certa confusão na literatura geográfica à respeito da classificação de modelos. Chorley (1967), por exemplo, divide os modelos em sistemas análogos naturais, sistemas gerais e sistemas físicos, dentro dos quais estariam os modelos matemáticos. Kirkby et. alii. (1987), por sua vez, considera que os modelos quantitativos podem ser divididos em: a) modelos de entrada/saída (black box), gerados a partir de técnicas estatísticas; b) modelos baseados no balanço ou na conservação de massa (ou energia); e c) modelos determinísticos e estocásticos. Enquanto os modelos matemáticos de caráter determinístico baseiam-se em uma relação única de causa e efeito, os estocásticos incluem parâmetros que refletem as incertezas existentes em muitos sistemas naturais. Muitos dos modelos matemáticos hoje existentes resultam, em última análise, de uma combinação das três formas de abordagem descritas por Kirkby. A escolha do tipo de modelo matemático a ser usado dependerá, no entanto, dos objetivos a serem alcançados, da natureza do sistema a ser modelado e do nível de compreensão dos processos que operam nesse sistema.

Etapas no Desenvolvimento de Modelos Matemáticos Determinísticos

De um modo geral, o desenvolvimento de um modelo matemático de cunho determinístico envolve, pelo menos, quatro etapas bem distintas. Inicialmente, deve-se identificar de forma detalhada as hipóteses que dão embasamento ao problema estudado.

Em um segundo estágio, dá-se a substituição do problema físico pelas variáveis matemáticas associadas resultando, geralmente, em um conjunto de equações diferenciais parciais. Nesta etapa assume grande importância a caracterização da condição inicial e das condições de contorno do problema estudado. Embora tais procedimentos sejam tradicionais nos estudos envolvendo equações diferenciais, as adaptações necessárias quando da modelagem de processos geomorfológicos não são tarefas fáceis de serem alcançadas com bom êxito. A condição inicial, por exemplo, raramente é bem conhecida nas situações modeladas em geomorfologia. As condições de contorno, por sua vez, são geralmente estimadas por observações e experimentos de campo. Mais recentemente, a disponibilidade de novos métodos de datação, baseados principalmente na utilização de

isótopos cosmogênicos (^{10}Be , ^{26}Al , entre outros), vem resultando em um grande avanço no conhecimento dessas condições de contorno, representadas, em muitos modelos usados em geomorfologia, por taxas de erosão, taxas de soerguimento, taxas de sedimentação, taxas de incisão, taxas de alteração, entre outras (veja por ex., Pavich, 1989; Monaghan et. alii., 1992; McKean et. alii., 1993).

De posse da equação diferencial que descreve o processo a ser modelado e das condições inicial e de contorno, passa-se à terceira etapa no desenvolvimento de modelos matemáticos determinísticos, a qual refere-se à obtenção da solução do problema (veja por ex., Wilson & Kirkby, 1975; Dym, 1980). Em geral, esta pode ser obtida tanto através de métodos analíticos, associados ao Cálculo clássico, quanto através de aproximações numéricas, destacando-se aqui os métodos de Diferenças Finitas e de Elementos Finitos. Soluções analíticas só se tornam possíveis em problemas pouco complexos associados, em geral, a estudos em apenas uma dimensão e em materiais homogêneos e isotrópicos. A grande complexidade dos processos geomorfológicos, a enorme heterogeneidade dos materiais transportados, a crescente necessidade de uma visão tridimensional do problema modelado, a disponibilidade de recursos computacionais cada vez melhores têm, em conjunto, contribuído para uma maior utilização de soluções numéricas.

Por último, dá-se a interpretação dos resultados obtidos à luz do conhecimento do problema geomorfológico modelado. Em geral, tende a ocorrer aqui alguns excessos na interpretação associados, normalmente, a uma extrapolação da análise dos resultados além dos limites estabelecidos pelas hipóteses assumidas. Muitos destes "abusos" resultam do fato de que poucos são os modelos matemáticos, utilizados em geomorfologia, que podem ser testados e validados com observações e experimentos de campo.

Aplicações da Modelagem Matemática em Geomorfologia

Nas últimas décadas observa-se um crescente aumento da utilização da modelagem matemática, em suas mais diferentes formas, na Geomorfologia. Desde o início da década de 60, muita atenção tem sido dada à modelagem matemática da evolução de perfis de encostas ao longo do tempo geológico, através de vários processos geomorfológicos (por ex., Culling, 1960 e 1963; Hirano, 1968 e 1975; Kirkby, 1971; Ahnert, 1976 e 1987a; Armstrong, 1980 e 1987; Dunne, 1991; Fernandes, 1994 e 1995; Fernandes & Dietrich, *in press*). Muitos autores, por outro lado, têm focado a modelagem da evolução de encostas de forma mais ampla, ou seja, em uma escala mais

regional (por ex., Ahnert, 1988; Koons, 1989; Gilchrist et. alii., 1994). Ainda nesta linha, destacam-se os estudos voltados para a modelagem matemática da evolução de redes drenagem, iniciados em 1972 pelo clássico trabalho de Smith & Bretherton (por ex. Willgoose et. alii., 1991; Howard, 1994).

Uma outra linha de atuação concentra-se na aplicação da modelagem matemática visando a datação morfológica de escarpas de falha, depósitos de morainas e terraços fluviais (por ex., Nash, 1980; Hanks et. alii., 1984; Bursik, 1991). Vários trabalhos modelaram também a taxa de produção de solos pela alteração das rochas (por ex., Pavich, 1989; Monaghan et. alii., 1992; McKean et. alii., 1993) e a taxa de agradação de fundos de vales pela sedimentação fluvial (por ex., Wyrwoll, 1988).

Dentro do enfoque de cunho mais hidrológico, destacam-se os trabalhos voltados para a modelagem matemática da dinâmica hidrológica das encostas (por ex., Freeze, 1978), da localização das zonas de saturação na paisagem (por ex., O'Loughlin, 1986; Dietrich et. alii., 1993) e da geração de movimentos de massa (Montgomery & Dietrich, 1994; Brooks et. alii. 1995).

Considerações Finais

Com base na revisão aqui apresentada, acredita-se que a modelagem matemática possua uma grande potencialidade de uso em Geomorfologia. Como qualquer ferramenta, no entanto, esta possui também uma série de limitações, as quais podem assumir maior ou menor relevância de acordo com o processo geomorfológico modelado. Dentre as principais limitações associadas destacam-se as aproximações necessariamente feitas no desenvolvimento de um modelo; a falta de um total conhecimento dos processos e materiais envolvidos; o fato de que raramente conhece-se a condição inicial; o pouco conhecimento das condições de contorno (taxas de erosão, incisão, soerguimento, sedimentação, etc); entre outras. Todas estas limitações, em geral, assumem maior importância quando o objetivo do modelo é o de reproduzir, com grande detalhe, os processos geomorfológicos de áreas específicas.

Acredita-se aqui que, em Geomorfologia, a modelagem matemática possua suas maiores potencialidades de uso no desenvolvimento de conceitos; no teste de idéias e hipóteses; na modelagem da evolução de áreas onde a condição inicial é conhecida (ex. terraços fluviais, escarpas de falha, superfícies aplainadas, leques aluviais, cones vulcânicos, etc.); na análise da importância relativa dos diversos parâmetros envolvidos no problema (sensitividade); entre outras. Como destacado

anteriormente, tais potencialidades ganharam um enorme "empurrão" devido à disponibilidade de novas técnicas de datação para materiais recentes (por ex., isótopos cosmogênicos, traços de fissão, etc), as quais propiciam um melhor conhecimento das condições inicial e de contorno dos problemas geomorfológicos a serem modelados.

De um modo geral, há uma grande necessidade de que a modelagem matemática se torne mais difundida nos diversos campos da Geografia Física, e em especial na Geomorfologia.

Referências Bibliográficas

- AHNERT, F. Brief description of a comprehensive three-dimensional process-response model of landform development. *Z. Geomorphol. Suppl. Band*, 25, 1976, p. 29-49.
- AHNERT, F. Approaches to dynamic equilibrium in theoretical simulations of slope development. *Earth Surf. Proc. Landf.*, 12, 1987a, p. 3-15.
- AHNERT, F. (Ed.) *Geomorphological Models*. Catena Suppl. 10, Verlag, 1987b, p. 210.
- AHNERT, F. Modelling landform change. In M. G. Anderson (Ed.), *Modelling Geomorphological Systems*, John Wiley, New York, 1988, p. 375-400.
- ANDERSON, M.G. (Ed.) *Modelling Geomorphological Systems*, John Wiley, New York, 1988, p. 458.
- ANDERSON, M.G. & SAMBLES, K.M. A Review of the Bases of Geomorphological Modelling. In M. G. Anderson (Ed.), *Modelling Geomorphological Systems*, John Wiley, New York, 1988, p. 1-32.
- ARMSTRONG, A. C. Simulated Slope Development Sequences in a Three-Dimensional Context. *Earth Surf. Proc.*, 5, 1980, p. 265-270.
- ARMSTRONG, A. C. Slopes, Boundary Conditions, and the Development of Convexo-Concave Forms - Some Numerical Experiments. *Earth Surf. Proc. Landf.*, 12, 1987, p.17-30.
- BEVEN, K.J.; KIRKBY, M.J.; SCHOFIELD, N. & TAGG, A.F., Testing a Physically-Based Flood Forecasting Model (TOPMODEL) For Three UK Catchments. *Jour. of Hydrology*, 69, 1984, p. 119-143.
- BEVEN, K.J. AND KIRKBY, M.J. (Ed.), *Channel Network Hydrology*, John Wiley, 1993, p.318.
- BEVEN, K.J. AND MOORE, I.D. (Ed.), *Terrain analysis and distributed modelling in hydrology*. John Wiley, 1993, p. 249.
- BROOKS, S.M.; ANDERSON, M.G. & COLLISON, A.J.C. Modelling the Role of Climate, Vegetation and Pedogenesis in Shallow Translational Hillslope Failure. *Earth Surf. Proc. & Landf.*, 20, 1995, p. 231-242.

- BURSIK, M. Relative Dating of Moraines Based on Landform Degradation, Lee Vining Canyon, California. *Quat. Res.*, 35, 1991, p. 451-455.
- CARSON, M. A. and KIRKBY, M. J. *Hillslope Form and Process*. Cambridge University Press, 1972.
- CHORLEY, R.J. Models in Geomorphology. In: CHORLEY, R.J. & HAGGETT, P. (Eds.), *Models in Geography*, Methuen, London, 1967, p. 59-96.
- COELHO NETTO, A.L., Hidrologia de Encosta na Interface com a Geomorfologia. in GUERRA, A.J.T. E CUNHA, S.B. (org.) *Geomorfologia: Uma Atualização de Bases e Conceitos*. Bertrand, Rio de Janeiro. 2ª ed., 1995, p. 93-148.
- CULLING, W. E. H. Analytical Theory of Erosion. *J. Geol.*, 68, 1960, p. 336-344.
- CULLING, W. E. H. Soil Creep and the Development of Hillside Slopes. *J. Geol.*, 71, 1963, p. 127-161.
- DIETRICH, W. E.; RENEAU, S. L., and WILSON, C. J. Overview: 'Zero-Order Basins' and Problems of Drainage Density, Sediment Transport and Hillslope Morphology. *IAHS Publ.*, 165, 1987, p. 27-37.
- DIETRICH, W.; WILSON, C.; MONTGOMERY, D. & MCKEAN, J. Analysis of Erosion Thresholds, Channel Networks, and Landscape Morphology Using a Digital Terrain Model. *Jour. of Geology*, 101, 1993, p. 259-278.
- DUNNE, T. Stochastic Aspects of the Relations Between Climate, Hydrology and Landform Evolution. *Trans. Japanese Geomorphological Union*, 12, 1991, p. 1-24.
- DYM, C. L. & IVEY, E.S. *Principles of Mathematical Modeling*. New York, Academic Press, 1980, p. 260.
- FERNANDES, N. F. *Hillslope Evolution by Diffusive Processes: The Problem of Equilibrium and The Effects of Climatic and Tectonic Changes*. Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley, 1994, p. 145p.
- FERNANDES, N. F. Modelagem Matemática da Evolução de Encostas por Processos Difusivos. *Anais do VI Simp. Geogr. Física Aplicada*, Goiania, 1995, p. 535-543.
- FERNANDES, N.F.; COELHO NETTO, A.L. & LACERDA, W.A. Subsurface hydrology of layered colluvium mantles in unchannelled valleys, South-Eastern Brazil. *Earth Surface Processes & Landforms*, 19, 1994, p. 609-626.
- FERNANDES, N. F. & AMARAL, C. P. Movimentos de Massa: Uma Abordagem Geológico-Geomorfológica. In: Guerra, A. & Baptista, S. (Ed.) *Geomorfologia e Meio Ambiente*, Bertrand, Rio de Janeiro, 1996, p. 123-194.
- FERNANDES, N. F. & DIETRICH, W. E. Modeling Hillslope Evolution Under Cyclic Climatic Oscillations: The Time Required to Steady-State. *An. Acad. Bras. Cienc.* [Regional Conference on Global Change], in press.
- FOSTER, G.R. Modeling the Erosion Process. in: Haan, C.T. (ed.) *Hydrologic Modeling of Small Watersheds*. ASAE Monogr., 5, 1982, p. 297-360.
- FREEZE, R.A. Mathematical Models of Hillslope Hydrology In Kirkby, M. (Ed.) *Hillslope Hydrology*, John Wiley, 1978, p. 177-225, .
- GILCHRIST, A.R.; KOOI, H. & BEAUMONT, C. Post-Gondwana Geomorphic Evolution of Southwestern Africa: Implications for the Controls on Landscape Development From Observations and Numerical Experiments. *Jour. Geoph. Res.*, 99, 1994, p. 12211-12228.
- GOODCHILD, M.F., PARKS, B.O. & STEYAERT, L.T. *Environmental Modeling with GIS*. Oxford Univ. Press, New York, 1993, p. 488.
- HANKS, T. C., R. C. BUCKNAM, et al. Modification of Wave-Cut and Faulting-Controlled Landforms. *Jour. of Geophys. Res.* 89, 1984, p. 5771-5790.
- HARDISTY, J., TAYLOR, D.M. & METCALFE, S.E., *Computerised Environmental Modelling*. John Wiley, New York, 1993, p. 204.
- HIRANO, M. A Mathematical Model of Slope Development - An Approach to the Analytical Theory of Erosional Topography. *J. Geosc.*, Osaka City University, 11, 1968, p. 13-52.
- HIRANO, M. Simulation of Developmental Process of Interfluvial Slopes with Reference to Graded Form. *J. Geol.*, 83, 1975, p. 113-123.
- HOWARD, A. D. A Detachment-Limited Model of Drainage Basin Evolution. *Water Res. Research*, 1994.
- KIRKBY, M. J. Hillslope Process-Response Models Based on The Continuity Equation. *Inst. British Geographers, Spec. Publ.*, 3, 1971, p. 15-30.
- KIRKBY, M.J. (Ed.) *Hillslope Hydrology*. John Wiley, New York, 1978, p. 389.
- KIRKBY, M. J.; NADEN, P.; BURT, T. & BUTCHER, D. *Computer Simulation in Physical Geography*. John Wiley & Sons, New York, 1987, p. 227.
- KIRKBY, M. J. (Ed.), *Process Models and Theoretical Geomorphology*. British Geomorph. Res. Group Symposia Series. New York, John Wiley, 1994, p. 417.
- KNISEL, W. (Ed.) CREAMS - A Field-Scale Model for Chemical, Runoff, and Erosion From Agricultural Management Systems. *U.S. Dept. of Agriculture, Cons. Res. Report*, 26, 1980, p. 640.
- KOONS, P. O. The Topographic Evolution of Collisional Mountain Belts: A Numerical Look at The Southern Alps, New Zealand. *Am. J. Sci.*, 289, 1989, p. 1041-1069.

- MCKEAN, J. A.; DIETRICH, W. E.; FINKEL R. C. ; SOUTHON, J. R. , and CAFFEE, M. W. Quantification of Soil Production and Downslope Creep Rates from Cosmogenic ^{10}Be Accumulations on a Hillslope Profile. *Geology*, 21, 1993, p. 343-346.
- MONAGHAN, M. C.; MCKEAN, J. A.; DIETRICH, W. E. and KLEIN, J. ^{10}Be Chronometry of Bedrock-to-Soil Conversion Rates. *Earth and Planet. Sci. Letters*, 111, 1992, p. 483-492.
- MONTGOMERY, D.R. & DIETRICH, W.E. A Physically Based Model for the Topographic Control on Shallow Landsliding. *Water Resources Research*, 30, 1994, p.1153-1171.
- MOORE, I.D.; BURCH, G.J. & MACKENZIE, D.H., Topographic Effects on the Distribution of Surface Soil Water and the Location of Ephemeral Gullies. *Trans. of the ASAE*, 31, 1988, p. 1098-1107.
- NASH, D. Morphologic Dating of Degraded Normal Fault Scarps. *J. Geol.*, 88, 1980, p. 353-360.
- PAVICH, M. J. Regolith Residence Time and the Concept of Surface Age of the Piedmont "Peneplain". *Geomorphology*, 2, 1989, p. 181-196.
- PETERSON, A. & SWAN, J. (Ed.) Universal Soil Loss Equation: Past, Present and Future. *Soil Sci. Soc. of America, Sp. Publ.*, 8, 1979, p. 53.
- SELBY, M. J. *Hillslope Materials & Processes*, Oxford University Press, New York, 2nd. ed. 1993.
- SMITH, T. R. and BRETHERTON, F. P. Stability and the Conservation of Mass in Drainage Basin Evolution. *Water Res. Res.*, 8(6), 1972, p. 1506-1529.
- SUMMERFIELD, M. A. *Global Geomorphology: An Introduction to the Study of Landforms*. Longman, 1991.
- WILLGOOSE, G.; BRAS, R. & RODRIGUEZ-ITURBE, I. Results From a New Model of River Basin Evolution. *Earth Surf. Proc. & Landf.*, 16, 1991, p. 237-254.
- WILSON, A. G. & KIRKBY , M.J. *Mathematics for Geographers and Planners*. New York, Oxford University Press, 1975, p. 408.
- WISCHMEIER, W.H. & SMITH, D.D. Predicting Rainfall Erosion Losses. *Agric. Res. Serv. Handbook 282*, USDA, Washington, 1978, p. 58.
- WOLDENBERG, M. (Ed.) *Models in Geomorphology*. Allen & Unwin, Boston, 1985, p. 434.
- WYRWOLL, K. H., Determining the Causes of Pleistocene Stream-Aggradation in the Central Coastal Areas of Western Australia. *Catena*, 15, 1988, p.39-51.