

TRANSFORMAÇÃO AFIM NO PLANO E AFIM PARALELA PARA A CORREÇÃO GEOMÉTRICA DE IMAGENS IKONOS NO PROCESSO DE MONORRESTITUIÇÃO DIGITAL PARA A ATUALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA DE MAPAS MUNICIPAIS NA ESCALA DE 1:25.000

Affine Model and Parallel Affine Model for a Geometric Correction of IKONOS Image for it Updates Municipal Maps on Scale 1:25.000 in the Digital Mono-plottering Process

Cláudia Constantina S. Saraiva¹
Edson Aparecido Mitishita²
Jorge Silva Centeno²

¹**Instituto de Geociências Aplicadas – IGA**
Setor de Cartografia e Fotogrametria
Rua Itambé 49 – Floresta Belo Horizonte - MG
cartografia@iga.br

²**Universidade Federal do Paraná – UFPR**
Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas
mitishita@ufpr.br
centeno@ufpr.br

RESUMO

Este arquivo apresenta os resultados dos modelos matemáticos transformação afim no plano e transformação afim paralela (APM) empregados na correção geométrica de imagens IKONOS para a atualização cartográfica de mapas municipais digitais, na escala de 1:25000 no processo de monorrestituição digital. A transformação afim no plano é o modelo matemático comumente utilizado em diferentes softwares de CAD, Desktop e SIG para o georreferenciamento de imagens digitais. Ele corrige as deformações de rotação, translação e escala da imagem IKONOS, sem, no entanto, considerar as deformações devidas ao relevo. A transformação afim paralela é uma degeneração da transformação afim no espaço, cujo centro de projeção é deslocado para o infinito. Este modelo matemático tridimensional permite a ortorretificação das feições da imagem IKONOS cujos parâmetros de câmara são desconhecidos. Este artigo analisa o comportamento dos resíduos dos pontos de controle e pontos de verificação, apresentados pela correção geométrica das imagens IKONOS, no processo de monorrestituição digital, com os modelos matemáticos de transformação afim paralela (APM) e afim no plano, empregando nove pontos de apoio e informação altimétrica provenientes de curvas de nível de 10m (caso APM), tendo como parâmetro de qualidade a classe A do Decreto 89817 de 1984 para a escala proposta. O resultado final demonstra que o modelo matemático de transformação afim no plano apresentou resíduos incompatíveis com a escala de 1:25.000 e o modelo APM corrigiu adequadamente as deformações da imagem para a escala do mapeamento e, por isso, foi o modelo escolhido para a metodologia de atualização cartográfica com o processo de monorrestituição digital.

Palavras chaves: Monorrestituição, Transformação Afim, Transformação Afim Paralela, Ortorretificação de Imagens.

ABSTRACT

This paper shows the results of mathematics models, affine and parallel affine (APM), that was employed to geometric correction of IKONOS image for it updates municipal maps, on scale 1:25.000 in the mono-plottering process. The affine is the mathematic model usually employed for differents softwares of Computer Aided Designed (CAD), Desktops and Geographical Informations System (GIS) for processing digital images. This model is employed to modeler the deformations of rotations, translations and scale that occur in the IKONOS images, without consider the inflence of the relievo. The parallel model is a degeneracy of 3D affine transformation, whose projection center is moved to the infinite. This 3D model permits the ortho-rectification of images features that they have unknowning parameters. This paper analyses the residuals behaviours of control points and check points, presented for the geometric correction of IKONOS images, in the digital mono-plottering process with the mathematics models of parallel affine

and affine in 2D, with 9 control points and elevations data are derived from maps with 10m of equidistants, The qualifies parameters was employed for these are Class A defined for Edicted 89817 of 1984. The final answer demonstrated that the affine model wasn't unpropitious for scale 1:25.000, and the parallel affine. Then the parallel affine model was aproved for the update cartographic methodology in the mono-plottering in the digital process.

Keywords: Mono-plottering, Affine Model, Parallel Affine Model, Orthorretification.

1. INTRODUÇÃO

Os mapas municipais são construídos com o objetivo de atender à necessidade de uma base cartográfica, precisa e permanentemente atualizada para os levantamentos estatísticos, sócios econômicos, estudos dos limites municipais, planejamento municipal e uma série de outras utilizações. Os mapas municipais foram considerados por SANTOS et al. (2001) como um produto cartográfico primordial no desempenho do papel de síntese territorial na divulgação dos resultados do Censo, sob a regência das ferramentas de geoprocessamento disponíveis.

Os mapas municipais são construídos por processo de compilação e têm como base as cartas do mapeamento sistemático do Brasil em suas várias escalas publicadas (1:25000, 1:50000 e 1:100000, 1:250000) há 30 anos, aproximadamente. Para alcançar o objetivo de uma base atualizada, as instituições federais e estaduais vêm aplicando metodologias próprias de atualização cartográfica, conforme os recursos de dados e de equipamentos disponíveis.

A necessidade da atualização do mapeamento cartográfico de uma base de dados digitais pode ser determinada, segundo MCGRATH & JOHNSON (1994), por grupos de trabalho das agências de mapeamento dispostos em escritórios locais, comparando diretamente o mapa existente com a situação real, pela aquisição de informações em escritórios municipais ou em outras organizações centrais de governo, pelo emprego de fotos aéreas adquiridas de vôos programados por períodos de tempo e por imagens de satélites.

O surgimento, no mercado, das imagens de alta resolução IKONOS, em setembro de 1999, aumentou o campo de exploração da pesquisa de atualização cartográfica, não só no que concerne aos modelos matemáticos de transformação geométrica empregados na correção de suas distorções, como, também, na área de aplicação destas imagens em mapeamentos que requerem maior precisão, por sua semelhança cada vez maior com as fotografias aéreas. Esta semelhança baseia-se na resolução geométrica da imagem de alta resolução, que no caso da imagem IKONOS é de 1m, comparada à resolução geométrica das aerofotos na escala de 1:30.000, com digitalização matricial em 1000dpi e cuja resolução geométrica é de 0,76m. Assim, da mesma forma que as aerofotos digitais, um objeto na imagem é composto de vários *pixels*.

As imagens de satélite possuem distorções geométricas que podem ser consideradas erros sistemáticos e não sistemáticos. Como fontes de erros sistemáticos citam-se: distorção panorâmica, variação da velocidade da plataforma e rotação da Terra.

Exemplos de fontes de erros não sistemáticos têm-se as variações na altitude do terreno e na atitude do satélite.

Segundo BERNSTEIN (1983), citado por JENSEN (1996), algumas distorções podem ser corrigidas por meio da análise das características do sensor e efemérides, sem a necessidade de pontos de controle. Estas são: as distorções provocadas pela variação da velocidade da plataforma, pela rotação da Terra, pelos efeitos panorâmicos relacionados à geometria de imageamento, entre outros. Os erros não sistemáticos de atitude do sistema de sensor e de variação da altitude podem ser minimizados mediante a aplicação de pontos de controle.

As distorções geométricas das imagens estão relacionadas aos fatores de rotação da Terra durante o tempo de aquisição da imagem, ao efeito panorâmico relacionado à geometria de imageamento, às variações da altitude, da velocidade e da atitude da plataforma e à curvatura da Terra.

Essas são explicadas nos itens a seguir.

a) Distorção devido à rotação da Terra durante o tempo de aquisição da imagem

Segundo Richards (1993), o movimento de rotação da Terra provoca deslocamento para Oeste nas linhas adquiridas na janela durante o tempo de aquisição destas. Estas linhas da imagem arranjadas sobre uma grade regular estarão deslocadas para Leste, em relação ao terreno que elas representam. Estes deslocamentos são dependentes da velocidade do satélite, da velocidade de rotação da Terra (que varia com a latitude da área imageada) e do comprimento da janela registrada..

A correção desta deformação é realizada pela empresa fornecedora das imagens empregando um processo de georreferenciamento com o modelo projetivo 2D. A figura 1 apresenta um exemplo destes deslocamentos ocorridos na imagem.

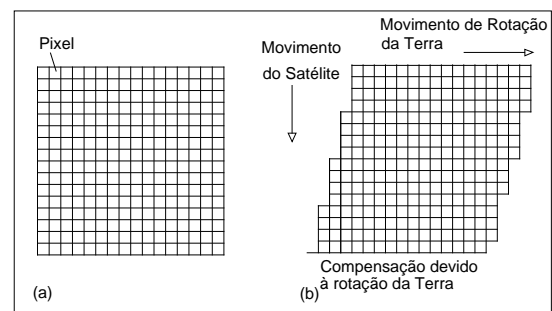


Fig. 1 - (a) Imagem organizada em uma grade (b) Recuo de linhas sucessivas para oeste, devido ao movimento de rotação da terra durante ao tempo de aquisição da imagem

Fonte: Adaptada de RICHARDS, 1993

b) Distorção panorâmica

O ângulo do campo de visão instantâneo (IFOV) é constante, porém o tamanho do pixel no terreno é maior na extremidade da linha de varredura do que no nadir, devido ao ângulo de observação. A figura 2 apresenta as variações do tamanho do pixel no nadir e a dimensão do pixel na linha transversal de varredura para um mesmo IFOV. O pixel na extremidade da linha de varredura cresce de maneira proporcional à secante do ângulo (θ). Na direção de varredura, o valor do pixel é $p \sec^2 \theta$ sendo θ igual ao ângulo de observação medido a partir da posição nadiral, RICHARDS (1993).

Este efeito é negligenciável para sistemas com pequenos valores de campo de visão e significativos para sistemas, tais como o NOAA e sistemas aerotransportados com FOV igual a 80° , onde o tamanho do pixel ao longo da linha de varredura é 70% maior do que na região do nadir.

Segundo Richards (1993), Os dados capturados pelos sensores são organizados para formar uma imagem. Nesta imagem os *pixels* são representados por um mesmo tamanho de grade na linha de varredura transversal, enquanto que suas correspondentes áreas no terreno não o são.

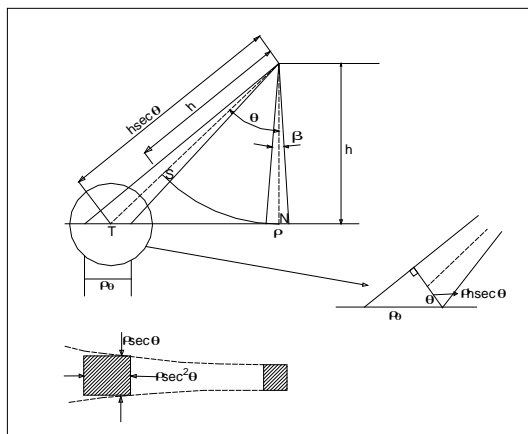


Fig. 2: Distorção panorâmica
Fonte: RICHARDS (1993)

Há, então, uma compressão de dados da imagem em direção aos seus extremos. Esta distorção de escala na direção transversal de trajetória é dada pela relação $\overline{SN}/\overline{TN}$ (figura 2) e é igual a $\sec \theta / \tan \theta$. Fazendo analogia ao exemplo apresentado para o Landsat por RICHARDS (1993), o IKONOS com um campo de visão igual a $0,931^\circ$ tem uma distorção de escala igual a 1, ou seja, não é significativa para a imagem IKONOS.

c) Distorção devido às variações na altitude da plataforma

As variações nas elevações ou altitudes da plataforma acarretam mudança nas dimensões da imagem, pois o tamanho do *pixel* depende do IFOV e da altura "h". A figura 3 apresenta a variação no tamanho do *pixel* na direção transversal de varredura, devido à mudança de altitude da plataforma.

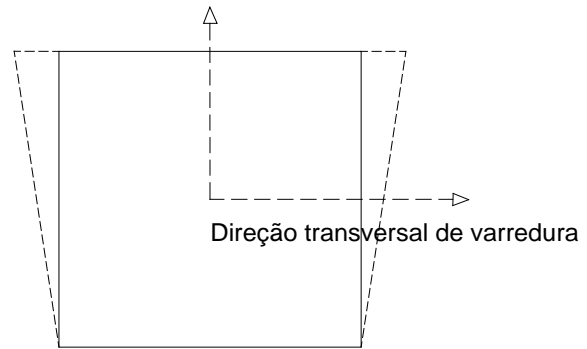


Fig. 3 - Distorção devido à altitude

d) Distorção provocada pela variação da velocidade da plataforma

Se há alteração na velocidade da plataforma no momento da varredura, uma variação da escala vai ocorrer na mesma direção. A figura 4 exemplifica esta deformação do *pixel* que vai ocorrer na direção longitudinal de varredura.

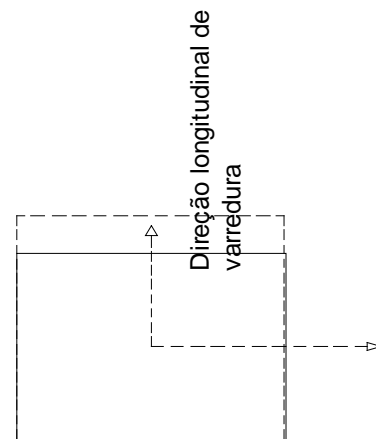


Fig. 4 - Distorção provocada pela mudança de velocidade da plataforma

e) Distorção provocada pela variação da atitude do satélite

A mudança na trajetória do satélite (atitude da plataforma), representada pelos ângulos *yaw*, *pitch* e *roll* (guinada, arfagem, rolamento), provoca rotação e deslocamentos ao longo e no sentido transversal da varredura. A figura 5 explica as deformações de cada um destes ângulos na formação dos pixels.

Segundo BRUM (1999), em uma visada vertical, "a existência de ângulos não nulos de rolamento e/ou arfagem resulta num deslocamento no centro da cena imageada com relação à posição nominal, enquanto a não nulidade do ângulo de guinada modifica a distorção devida à rotação da Terra."

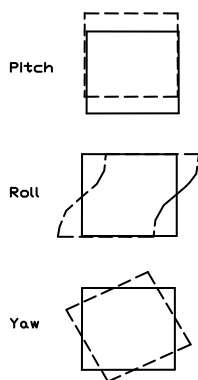


Fig. 5 - Deslocamentos provocados pelas variações da atitude do satélite

Fonte: Adaptada de RICHARDS, (1993)

f) Distorção provocada pela curvatura da Terra

O efeito de curvatura da Terra não influencia nos levantamentos aerofotogramétricos, pois a baixa altitude da espaçonave cobre uma pequena faixa do terreno. No entanto, satélites que varrem grandes faixas de terreno, como o NOAA com largura de 2700km a uma altitude de 833km, este efeito causa um erro 2.3% sobre o tamanho da sua faixa. A dimensão linear dos *pixels* extremos da direção transversal de varredura é menor do que seu valor real, por causa do efeito da curvatura da Terra. As imagens de satélite Spot, Landsat e IKONOS não são afetadas por causa de suas estreitas faixas de varredura.

As distorções geométricas presentes nas aerofotos e nas imagens de satélite ou dados extraídos destas podem ser corrigidas ou minimizadas por técnicas de ortorretificação das imagens. Os modelos matemáticos de ortorretificação de aerofotos (modelos) e de aerofotos singulares são bem definidos e conhecidos e podem ser encontrados em WOLF (2004), LUGNANI (1987), MAKAROVICK (1973) e entre outros. No entanto, existem diferentes modelos matemáticos para realizar a correção geométrica das deformações das imagens de satélite. Estes variam conforme as características dos sensores que definem as diferentes resoluções geométricas e tipos (quadro ou varredura) da imagem.

2. CARACTERÍSTICAS DA IMAGEM DE SATELITE IKONOS

O satélite IKONOS II foi construído para fornecer imagens da Terra no modo pancromático e multiespectral com resolução geométrica de 1m e 4m respectivamente. Ele possui um arranjo linear de sensores que podem ser inclinados a 26° fora do nadir e um sistema equipado com antenas GPS e três rastreadores estelares digitais que estabelecem a posição e atitudes precisas da câmara.

O IKONOS II percorre uma órbita polar e solssíncrona com uma inclinação de 98,1° em relação ao norte. A velocidade do satélite sobre a Terra é de 6,79km/s e a altitude da plataforma é de 681km. Esses

elementos e a órbita polar no sentido Norte-Sul determinam um período orbital de 98,3 minutos.

Essa altitude foi definida de maneira a atender a um padrão único de visita diária, na região do equador, com um grau de inclinação, em 140 dias. No entanto, ele possui capacidade de efetuar visadas transversais à sua órbita, num ângulo de 45°, o que permite a revisita em 2,9 dias no modo pancromático e 1,5 dia no modo multiespectral, para observações sobre o Equador. Entretanto, as visadas transversais aumentam o tamanho do *pixel* no terreno. (GERLACH, 2000).

As imagens IKONOS são capturadas por um sistema de câmara com um telescópio com distância focal igual a 10m e um arranjo linear de sensores que operam na faixa de comprimento de onda de 0,4 a 0,9 μ m. Uma vez que as imagens tenham passado através do telescópio, uma série de arranjos lineares pancromático e multiespectral capturam os dois tipos de imagens quase que simultaneamente, com diferença de 0,5 segundo entre as capturas.

A geometria da imagem IKONOS, segundo LI et al. (2000) é similar a de outros *scanners push-broom*. Um arranjo linear de detectores é montado ortogonalmente à direção de voo, dentro do plano focal da lente. A coleta de dados para a formação de pares estereoscópicos é programada nas posições do seu arranjo linear de 26° para frente, para o nadir e de mais 26° pós-nadir. Estas imagens convergentes da mesma área, permitem gerar pares estereoscópicos com ângulo de convergência de 26° e 52°. O intervalo de coleta entre as tomadas é mínimo, portanto há pouca variação das condições atmosféricas para a área imageada, o que, segundo PARKER citado por LI et al. (2000) assegura uma alta qualidade na coleção de imagens. A coleção de imagens estereoscópicas cobre uma faixa de 11km de largura.

As distintas componentes do sistema de sensor definem sua resolução. As resoluções de um sensor podem ser agrupadas em: espacial, espectral, radiométrica e temporal.

A resolução espacial é igual a 0,82m e 3,26m no modo Pancromático e Multiespectral respectivamente com IFOV é de 1,2 μ r (micro-radiano) e 4,8 μ r. No sistema IKONOS, o tamanho do detector é de 12 μ m no pancromático e 48 μ m no multiespectral e 13816 detectores definem o campo de visada (FOV) de 11km no nadir e 13km no off nadir (26°).

O satélite IKONOSII opera na faixa espectral de 0,45 a 0,90 μ m no modo pancromático e no multiespectral esta faixa é subdividida em 4 canais que são de 0,45 a 0,52 μ m para o azul, de 0,52 a 0,60 μ m para o verde, de 0,63 a 0,69 μ m para o vermelho e de 0,76 a 0,09 μ m para o infravermelho próximo.

Diferente de todas as outras imagens, a imagem IKONOS possui resolução radiométrica de 11bits.

Os produtos IKONOS, comercialmente disponíveis, podem variar quanto ao padrão de correção oferecido pelo fornecedor da imagem. Estes produtos

têm emprego diferenciado devido às suas várias precisões. A tabela 1, elaborada por GERLACH (2000), mostra a precisão das imagens IKONOS nos seus vários padrões e as escalas dos mapas correspondentes às suas precisões.

Além das imagens IKONOS pancromáticas e multiespectrais com variadas correções, a fornecedora destes produtos, disponibiliza uma combinação de imagens pancromáticas com multiespectrais, chamada de *Pan Sharpening* (PSM). Este produto é a fusão da imagem pancromática com a multiespectral, fornecendo, assim, uma imagem com resolução de 1 metro e características da multiespectral.

TABELA 1 - PRECISÃO DAS IMAGENS IKONOS NOS SEUS VÁRIOS PADRÕES

Produto/ Nível	Desvio padrão (m)	Escala de mapa correspondente à precisão
GEO	23,3	1:100000
Reference	11,8	1:50000
Map	5,7	1:24000
Pro	4,8	1:12000
Precision	1,9	1:4800
Precision Plus	0,9	1:2400

3. TÉCNICA MONORRESTITUIÇÃO DIGITAL

A técnica de monorrestituição é uma técnica de ortorretificação de aerofotos singulares e foi desenvolvida por MAKAROVICK (1973). Ela emprega aerofotos singulares, modelos digitais de terreno e modelos matemáticos de transformação afim no plano, projetiva e o modelo tridimensional de colinearidade para a correção das deformações do filme e ortorretificação. Ela aplica um conjunto de transformações de coordenadas entre os espaços da imagem e da superfície do modelo de referência e da superfície de projeção.

A técnica de monorrestituição digital pode ser expandida para as imagens orbitais de alta resolução, considerando sua semelhança com as aerofotos singulares. As transformações de coordenadas entre o espaço imagem e da superfície de referência e da superfície de projeção são adaptadas para os modelos afim no plano e APM.

LUGNANI (1987), baseando-se em propriedades matemáticas das equações projetiva e afim, afirma que se pode passar da transformação projetiva no espaço para a transformação afim no espaço, pois o grupo projetivo apresenta maior generalidade do que o grupo afim. Da mesma forma, LUGNANI (1987) afirma que a projeção afim paralela é uma degeneração da transformação afim no espaço (R3). Esta projeção é um caso particular da projeção central, onde o centro de projeção foi deslocado para o infinito. O desenvolvimento deste modelo pode ser encontrado em SARAIVA (2003), FRASER et al. (2002), ONO et al. (2000), HATTORI et al. (2000) e LUGNANI

(1987).

3.1 Transformação afim no plano

O modelo matemático da transformação afim geral no plano - equação (1.1) - possui seis parâmetros de transformação (a,b,c,d,x_0,y_0) , onde estão representados de forma implícita os fatores de variação de escala supostamente existentes entre eixos (x,y) , o ângulo de rotação dos eixos e fatores de translação do sistema de eixos. O modelo de transformação afim encontra-se em LUGNANI (1987), MERCHANT (1979), WOLF (1983), NOVAC (1991).

$$\begin{aligned} X &= a \cdot x + b \cdot y + x_0 \\ Y &= c \cdot x + d \cdot y + y_0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Onde,

X e Y = coordenadas no referencial do terreno

x e y = coordenadas no referencial da imagem

x_0, y_0 = fatores de translação

a,b,c,d = parâmetros de transformação

3.2 Transformação afim paralela ou projeção paralela

LUGNANI (1987), baseando em propriedades matemáticas das equações projetiva e afim, afirma que se pode passar da transformação projetiva no espaço para a transformação afim no espaço, pois o grupo projetivo apresenta maior generalidade do que o grupo afim.

Segundo LUGNANI (1987), a projeção afim paralela é uma degeneração da transformação afim no espaço (R3) e é escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x &= A_1 X + A_2 Y + A_3 Z + A_4 \\ y &= A_5 X + A_6 Y + A_7 Z + A_8 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$z = 0$$

Considerando-se que a matriz M possui posto 2, a relação a seguir é verdadeira:

$$A_1 : A_2 : A_3 \neq A_5 : A_6 : A_7 \quad (2.4a)$$

As equações 2.4 e 2.4a representam as equações da projeção paralela, projetando o espaço R3 em R2. Esta projeção é um caso particular da projeção central, onde o centro de projeção foi deslocado para o infinito. O desenvolvimento deste modelo pode ser encontrado em ONO et al. (2000), FRASER et al. (2002), HATTORI et al. (2000) e LUGNANI (1987).

Escrevendo a equação (2.4) considerando as coordenadas do referencial cartesiano geodésico local, tem-se:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_5 & A_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x - A_4 - A_3 Z \\ y - A_8 - A_7 Z \end{bmatrix} \quad (2.4b)$$

4. ÁREA DE ESTUDO

A área de estudo pertence ao município de Betim, localizado na região metropolitana de Belo Horizonte, Minas Gerais. A altitude média da área de estudo é de 804 metros e a variação altimétrica é de 171 metros. As coordenadas que limitam a área de estudo estão representadas na tabela 2.

TABELA 2 - COORDENADAS DA ÁREA DE ESTUDO

Pontos. Extremos	Coordenadas Geográficas	
	Longitude	Latitude
Superior Esquerdo	-44° 11' 10,40"	-19° 56' 37,20"
Inferior direito	-44° 14' 54,77"	-20° 00' 26,50"

O *datum* horizontal destas coordenadas planimétricas é o de Córrego Alegre em Minas Gerais. A figura 6 apresenta o mapa de localização da área de estudo do município de Betim, do Estado de Minas Gerais.

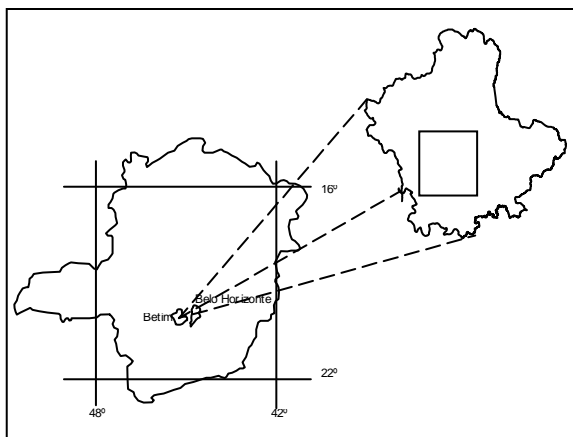


Fig. 6 - Mapa de localização da área de estudo do município de Betim - MG

5. MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa empregou um mapa municipal digital do município de Betim na escala 1:25000, informações cartográficas digitais na escala de 1:2000, imagem IKONOS da mesma área, equipamentos geodésicos para a determinação de coordenadas geodésicas e ambiente computacional composto de computadores, periféricos e programas de Monorrestituição, Microstation e Decartes, de maneira a atender às necessidades apresentadas na metodologia de atualização cartográfica.

O mapa municipal digital foi elaborado a partir de informações cartográficas constantes na carta do mapeamento sistemático de Betim, na escala de

1:25000, possuindo, portanto, as mesmas características de projeção, *datum* e sistema de coordenadas do mapeamento que o originou. A projeção cartográfica deste mapeamento é a Projeção Transversa de Mercator (UTM), com a origem do sistema de coordenadas no Equador, com constantes adicionais para o Hemisfério Sul e meridiano central de 45° W. Gr. O *datum* horizontal é o Córrego Alegre-MG e o Vertical é o de Imbituba-SC. A equidistância das curvas de nível desta base é de 10m. Considerou-se que este mapa estava dentro dos padrões de qualidade de uma carta classe A, uma vez que se pressupôs a adoção de controle de qualidade nos processos empregados para a sua construção: apoio, aerotriangulação, restituição, preparo para a impressão e conversão analógico digital.

A imagem de satélite IKONOS da área de estudo foi tomada em duas datas diferentes, 11 e 22 de junho 2000, com coleções de elevação nominal distintas para as duas tomadas, 29,7° e 34,8°. Estas tomadas foram organizadas em vários arquivos de extensão GEOTIFF, cobrindo uma área aproximada de 350km². A cena da imagem selecionada era composta de 12800 linhas por 7092 colunas e foi inicialmente reduzida para uma imagem de 7092 linhas por 7092 colunas correspondendo a área de uma foto na escala de 1:30000. O produto comercial adquirido foi o CARTERRA Geo Pan Sharpened, de correção geométrica padrão. Esta imagem é formada pela composição das bandas do espectro visível - azul, verde e vermelho - de maneira a formar uma composição colorida real.

A metodologia, para avaliar a qualidade da atualização cartográfica do mapa municipal digital baseia-se na metodologia empregada por LEAL (1998) cujo objeto de estudo são as discrepâncias resultantes da combinação das componentes, Norte e Este, pois segundo ele: “a opção em se trabalhar com a resultante denota a preocupação em fazer uma análise que contemple a qualidade, aqui entendida como uma combinação de acurácia e precisão, diferentemente do exposto por GALO & CAMARGO (1994), onde se analisam os erros nas componentes e possibilita apenas a detecção de erros sistemáticos e não uma análise segura da qualidade.”

A média e o desvio padrão das discrepâncias foram obtidas por comparação entre as coordenadas plani-altimétricas de pontos coletados no campo e a sua homóloga, na carta digital. A utilização da média e desvio padrão, como parâmetros de avaliação, está vinculada à acurácia e à precisão, porque, segundo LEAL (1998), eles significam o afastamento que, como um todo, a carta teria da verdade topográfica e a dispersão dos valores observados, respectivamente.

A análise da média e desvio padrão foi associada ao Decreto de número 89.817 de 20 de junho de 1984, que estabelece classificações (A, B e C) segundo o Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC) e o erro padrão. O PEC e o erro padrão foram definidos no

referido Decreto como: “PEC é um indicador estatístico de dispersão, relativo a 90% de probabilidade, que define a exatidão de trabalhos cartográficos”, e erro padrão foi considerado equivalente às expressões desvio padrão e erro médio quadrático para efeito das instruções do mesmo.

Para avaliar a acurácia do mapa digital calculou-se, inicialmente, a média populacional empregando a distribuição *t* de Student representada na equação 3.1 para um intervalo de confiança de 90%, sendo o desvio padrão populacional desconhecido.

$$\mu \leq \bar{x} + (t_{\alpha}) \left[\frac{s}{\sqrt{n}} \right] \quad (3.1)$$

onde:

μ = média populacional;

\bar{x} = média amostral;

t_{α} = distribuição de Student (escore);

s = desvio padrão da amostra;

n = número de pontos da amostra.

Os valores empregados neste cálculo foram:

\bar{x} e s = valores da média e desvio padrão da resultante constante nas tabelas de resíduos ;

Intervalo de confiança = 90%;

Graus de liberdade $v = n - 1 =$;

t_{α} = extraído da tabela de distribuição de Student para uma amostra com v graus de liberdade ().

Para a verificação da classe fez-se necessário um teste de hipótese, pois segundo LEAL (1998) não é suficiente que o erro máximo permitido para as classes (12,5m,20m,25m) seja menor que a maior média possível para o intervalo, é preciso certificar-se qual a probabilidade deste ser menor ou igual aos valores do PEC nas diferentes classes.

Desta forma, para a verificação das classes de qualidades (A,B,C) fez-se um teste de hipótese onde $H_0: \mu \leq \text{PEC}$ para as classes (A,B,C) e $H_1: \mu > \text{PEC}$ para as classes (A,B,C) com um nível de significância de 10%. Rejeitando-se a hipótese H_0 se aceita a H_1 .

Considerando que o desvio padrão populacional é desconhecido, usou-se a equação 3.2 que se relaciona à distribuição *t* de Student.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\left[\frac{s}{\sqrt{n}} \right]} \quad (3.2)$$

Onde:

t = estatística amostral calculada;

\bar{x} = média amostral;

s = desvio padrão;

μ_0 = média populacional esperada;

n = tamanho da amostra.

Formulando o teste para a classe A têm-se

$H_0: \mu \leq 12,5\text{m}$

$H_1: \mu > 12,5\text{m}$

$\alpha = 0,1$

Empregando a equação 3.2, calcula-se o valor para t . Comparando o valor calculado de t com o valor tabelado de t_{α} para uma amostra com um determinado número de pontos de *check* e nível de significância de 10%, verifica-se se $t > t_{\alpha}$, ou $t \leq t_{\alpha}$. Isto significa que, a hipótese H_0 foi rejeitada e a hipótese H_0 foi aceita respectivamente para a classe ^a

Para avaliar a precisão planimétrica da carta na escala de 1:25000, determina-se inicialmente o desvio padrão populacional empregando a equação 3.3.

$$\sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha}}} \quad (3.3)$$

Onde:

σ = desvio padrão populacional

χ^2 = percentis da distribuição qui quadrado;

s = desvio padrão amostral;

n = número de pontos da amostra

O valor obtido para o desvio padrão populacional ou o desvio padrão estimado da população é analisado no intervalo de confiança de 90%.

Analogamente à avaliação da acurácia é necessário certificar qual a probabilidade do desvio padrão populacional ser menor ou igual ao erro padrão definido pelo Decreto para as classes de qualidade. Para isso, realizou-se o teste de hipótese onde $H_0: \sigma^2 \leq \text{erro padrão (elevado ao quadrado)}$ das diversas classes e a hipótese $H_1: \sigma^2 > \text{erro padrão (elevado ao quadrado)}$ das classes (A,B,C).

Neste teste usa-se a equação 3.4 que emprega a variância que se relaciona com a distribuição Qui Quadrado (χ^2).

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \quad (3.4)$$

onde:

χ^2 = estatística amostral calculada

s = desvio padrão amostral;

σ_0^2 = variância populacional esperada;

n = tamanho da amostra.

Formulando a hipótese para a precisão na classe A têm-se:

$H_0: \sigma^2 \leq 7,5\text{m}$;

$H_1: \sigma^2 > 7,5\text{m}$;

$\alpha = 0,1$

χ^2_{α} = valor na tabela

O valor encontrado para a estatística amostral calculada χ^2 comparado ao valor teórico de χ^2_{α} na

relação $\chi^2 < \chi^2_\alpha$ verifica-se a hipótese H_0 foi aceita, para um de significância de 10%, para a classe A de precisão.

A tabela 3 a seguir adaptada de LEAL (1998), resume os valores do PEC planimétrico e altimétrico de uma carta em 1:25000, com base nos valores estabelecidos pelo Decreto citado anteriormente.

TABELA 3 - PEC E ERRO PADRÃO ADMISSÍVEL NAS DIVERSAS CLASSES PARA A CARTA NA ESCALA DE 1:25000

Classe	PEC		Erro Padrão	
	Planimétrico (m)	Altimétrico (m)	Planimétrico (m)	Altimétrico (m)
A	12,5	5,0	7,5	3,3
B	20,0	6,0	12,5	4,0
C	25,0	7,5	15,0	5,0

Fonte: Adaptado de LEAL (1998)

6. TESTE COM A TRANSFORMAÇÃO AFIM NO PLANO

A metodologia de atualização cartográfica de mapas municipais foi testada com a técnica de monorrestituição de imagem de satélite - IKONOS – empregando a transformação afim no plano, conforme a inversa da equação (1.1a), para retificar as informações da atualização cartográfica restituída na imagem de satélite IKONOS. Inicialmente, considerou-se que a imagem IKONOS foi referenciada a um sistema de projeção e sistema geodésico. A partir desta consideração pressupôs-se que a diferença física entre os referenciais da imagem e do terreno estava relacionada aos fatores de rotação, translação, escalas diferentes nos eixos.

Transformação afim no plano determina 6 parâmetros de deformação geométrica da imagem que são: rotação, translação e escalas diferentes nos eixos. Utilizaram-se 9 pontos de apoio para a determinação dos parâmetros da transformação afim e a técnica de ajustamento pelos mínimos quadrados, com o método paramétrico com injeção de posição. Os resíduos provenientes deste ajustamento estão representados na tabela 4.

TABELA 4- RESÍDUOS DAS OBSERVAÇÕES NO REFERENCIAL DO TERRENO EMPREGANDO O MODELO DE TRANSFORMAÇÃO AFIM NO PLANO

Resíduos da Transformação afim no plano			
Pontos	V_x (m)	V_y (m)	RV_{xy} (m)
1	-11,200	-5,041	12,282
2	10,404	4,077	11,174
3	18,957	9,192	21,068
4	-4,401	-1,598	4,682
5	-5,675	-2,047	6,032
6	-16,94	-10,049	19,697

7	-11,458	-3,907	12,106
8	16,284	8,290	18,273
9	4,030	1,083	4,173
Média absoluta	11,039	5,032	12,165
Desvio Padrão	5,563	3,383	6,440

Analisando-se os resíduos das observações – coluna 4 da tabela 4 - observa-se que seus valores são superiores ao admitido na a Casse A, para mapeamento na escala de 1:25000, que é de 12,5m, conforme a tabela 3. Considerando-se que a imagem foi referenciada a um sistema de projeção e sistema geodésico, as transformações planas deveriam ser capazes de modelar com melhor exatidão as diferenças de translação, rotação, escalas diferentes nos eixos entre os referenciais envolvidos. No entanto, a transformação afim não conseguiu parametrizar as diferenças físicas entre os referenciais. Inferiu-se que não foram modelados os deslocamentos posicionais provocados pelo relevo da região, cuja variação altimétrica na área de estudo é de, aproximadamente, 170m.

Representando-se os vetores resultantes dos resíduos planimétricos das observações (coluna 2 e 3 da tabela 4) na figura 7, pode-se verificar deformação sistemática na imagem, que pode ser atribuída, em parte, ao deslocamento provocado pelo relevo da região.

Analisando-se os valores individuais dos resíduos planimétricos das observações, verifica-se que mais do que 10% destes possuem valores acima do tolerado para o PEC, para o mapeamento na escala de 1:25000, no padrão A de classificação (vide tabela 3).

Concluiu-se, portanto, que o modelo não é apropriado para retificar as informações vetoriais do mapa de atualização. Devido a esta conclusão apresentada não se avaliou o comportamento do modelo em pontos de verificação aleatórios

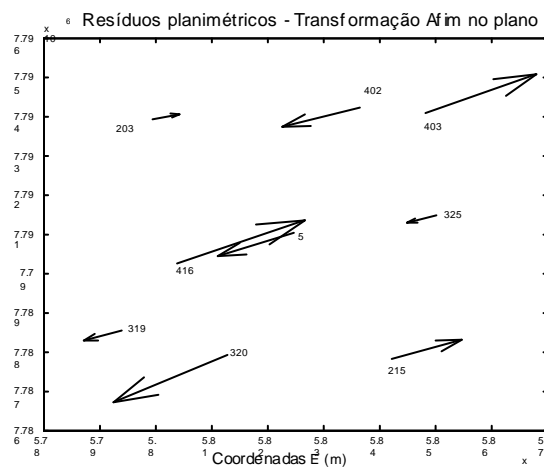


FIGURA 7 - Resíduos das observações na transformação afim no plano

7. TESTE COM A TRANSFORMAÇÃO AFIM PARALELA – APM

A transformação afim paralela, APM, projeta o espaço R3 no plano R2 e, portanto, ela relaciona as coordenadas geodésicas cartesianas locais (X,Y,Z) com coordenadas fotogramétricas (x,y).

Segundo ONO et. al. (2000), esta projeção é a mais adequada para a retificação das imagens de alta resolução com processo de varredura *push-broom* devido à alta correlação entre os ângulos que definem a atitude do satélite associada ao movimento suave do satélite ao longo de uma órbita Kepleriana no espaço e à pequena área de cobertura da cena no terreno. ONO et. al. (2000) afirma ainda que nestes termos, pode-se considerar que se o sistema de referência adotado for o *Gauss-Krüger*, os ângulos de orientação são aproximadamente constantes e a órbita do satélite aproximadamente reta. Assim, as principais características da equação de colinearidade podem ser simplificadas para propostas de mapeamentos de pequenas áreas. Esta simplificação considera a imagem como sendo de projeção paralela e o centro de projeção tendendo ao infinito.

Segundo FRASER (2000) a formulação do modelo APM foi motivada pelo reconhecimento de que o campo de visão (FOV) do sensor IKONOS é muito pequeno (<1°) existindo, portanto, alta correlação entre os parâmetros de orientação exterior dentro da projeção perspectiva, daí o feixe de raios se aproxima de uma projeção paralela.

Sendo assim, os elementos da superfície do terreno com coordenadas tridimensionais (X,Y,Z) pertencentes ao espaço R3 foram projetados na imagem IKONOS que representa o plano R2 com coordenadas (x,y).

A forma de captura da imagem IKONOS, linha a linha, determina uma projeção central, no sentido transversal de varredura, uma projeção paralela na direção longitudinal de varredura, e a grande distância existente entre a imagem e o objeto (681km) permite assumir que o centro de projeção está no infinito. Desta forma, a projeção da imagem pode ser aproximada da projeção paralela.

Devido à dificuldade de se corrigir linha a linha as deformações geométricas existentes na imagem IKONOS, os parâmetros foram considerados constantes e o movimento do satélite foi considerado linear sobre toda a área de estudo imageada da imagem IKONOS – 7092x7092pixels.

O modelo APM foi empregado nesta pesquisa, com 9 apoio para o cálculo dos parâmetros e curvas de nível com equidistância de 10 metros para a retificação das feições cartográficas da atualização monorrestituídas.

A determinação dos parâmetros de transformação foi realizada com a transformação APM na sua forma direta (vide equação 2.4), pontos de apoio

e pontos “fotogramétricos” (imagem). O número de pontos de apoio aplicado nesta transformação foi igual a 9 com distribuição conforme posições de Grüber. A superabundância de observações requer a aplicação da técnica de ajustamento por mínimos quadrados e método paramétrico com inunção de posição. A tabela 5 apresenta os resultados do ajustamento.

TABELA 5 - RESÍDUOS DAS OBSERVAÇÕES, NO REFERENCIAL DO TERRENO, DO MODELO DE APM

Transformação APM				
Pontos	V_x (m)	V_y (m)	V_z (m)	R_{xvz} (m)
5	-0,939	-0,212	0,617	1,143
203	0,213	-0,614	0,049	0,652
215	0,084	0,081	-0,073	0,137
319	0,016	0,413	-0,127	0,432
320	-0,034	0,514	-0,126	0,530
325	0,544	-1,161	0,009	1,282
402	0,071	1,284	-0,408	1,349
403	-0,219	0,220	0,067	0,318
416	0,264	-0,525	0,007	0,588
Média ab.	0,265	0,558	0,165	0,715
Desvio padrão.	0,301	0,415	0,208	0,438

TABELA 6 - VALORES DOS PARÂMETROS DA TRANSFORMAÇÃO APM – E SEUS DESVIOS PADRÃO

Parâmetros da transformação APM e suas precisões		
Parâmetros	Valores dos Parâmetros	Precisões
A ₁	0,9984024	0,0003760
A ₂	0,0047391	0,0002575
A ₃	-0,5929966	0,0265151
A ₄	7589,4862667	21,1374695
A ₅	-0,0050210	0,0003537
A ₆	0,9995901	0,0002423
A ₇	-0,2820732	0,0249461
A ₈	6900,4645405	19,8867290

Os resultados apresentados na tabela 5 mostram que a transformação APM conseguiu modelar as diferenças físicas entre os referenciais da imagem e do espaço objeto com precisão de 0,438m, ou seja, inferiores ao meio *pixel* que é o valor determinado como a precisão de uma observação.

Os valores individuais e a média dos resíduos das observações – coluna 5 da tabela 5 – são inferiores ao determinado para o PEC – 12,5m – para a escala 1:25000. O desvio padrão dos resíduos das observações (coluna 5) é inferior, também ao valor determinado para o desvio padrão – 7,5m – para a escala em questão (vide tabela 3).

A representação espacial dos vetores resultantes dos resíduos planimétricos das observações

na figura 8 permite dizer que os erros sistemáticos presentes no modelo Afim foram minimizados com esta transformação matemática, pois a deformação sistemática diagonal proveniente da imagem original não está presente neste ajustamento.

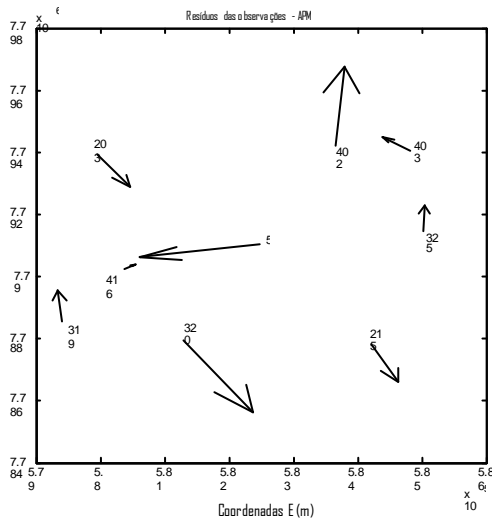


Fig. 8 – Resíduos das observações na transformação APM

Considerou-se que a introdução da correção referente ao relevo permitiu um melhor tratamento a esta deformação.

7.1 Discrepâncias nos pontos de verificação aleatórios provenientes da monorrestituição com a aplicação da transformação APM

Pontos de verificação aleatórios foram selecionados no mapa de atualização restituído para analisar o comportamento do modelo matemático distantes dos pontos definidores do ajustamento.

Assim, foram selecionados quinze pontos e as coordenadas planimétricas destes pontos foram comparadas às coordenadas planimétricas da carta na escala de 1:2000, consideradas como exatas. A figura 9 apresenta a distribuição dos pontos de verificação na imagem.

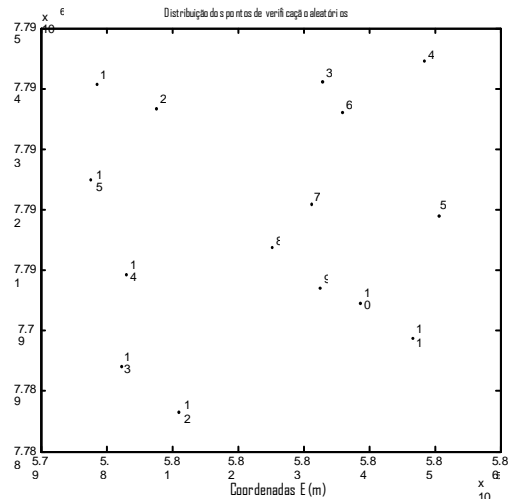


Fig. 9 - Distribuição dos pontos de verificação aleatórios

As discrepâncias planimétricas dos pontos de verificação aleatórios do mapa de atualização retificado pelo modelo matemático APM estão dispostas na tabela 7.

Analisando a tabela 7, verifica-se que: a discrepância planimétrica de 100% dos pontos de verificação são inferiores a 12,5m, os valores da média, do desvio padrão são inferiores aos valores determinados para o PEC e para o desvio padrão, presentes na tabela 3.

TABELA 7 – DISCREPÂNCIAS PLANIMÉTRICAS DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE VERIFICAÇÃO ALEATÓRIOS - TRANSFORMAÇÃO APM

Discrepâncias da transformação APM nos pontos aleatórios			
Pontos	ΔE (m)	ΔN (m)	ΔR (m)
1	8,910	6,167	10,836
2	-3,583	-0,578	3,629
3	2,070	0,020	2,070
4	-5,149	-1,749	5,438
5	1,640	-3,370	3,748
6	1,637	0,077	1,638
7	3,344	-2,515	4,184
8	-8,950	1,580	9,088
9	8,777	2,203	9,049
10	1,550	4,082	4,367
11	5,030	2,540	5,635
12	5,450	6,780	8,699
13	0,339	2,507	2,530
14	1,870	0,790	2,030
15	-3,475	-1,335	3,723
Média	1,297	1,147	5,111
Média ab.	4,118	2,420	5,111
Desvio Padrão	2,871	2,008	2,955

Para se verificar a qualidade da atualização empregando o processo de monorrestituição de imagem IKONOS com o modelo APM, com altimetria proveniente de curvas de nível com equidistância de 10m e 9 pontos de apoio, formulou-se a seguinte hipótese para a classe A:

$$H_0: \mu \leq 12,5;$$

$$H_1: \mu > 12,5;$$

O valor de t calculado (fórmula 3.2) foi de -9,6859. O valor encontrado na tabela para um nível de significância de 10% e grau de liberdade de 14 foi de 1,761. Comparando o valor calculado com o valor tabelado têm-se: $-9,6859 < 1,761$. Portanto, a hipótese H_0 foi aceita para um nível de confiança de 90%. A atualização cartográfica empregando monorrestituição de imagem IKONOS com o modelo APM, com altimetria proveniente de curvas de nível com equidistância de 10m e 9 pontos de apoio pertence a classe A, no quesito acurácia.

Para avaliar a precisão da atualização cartográfica, empregando o sistema de monorrestituição de imagem IKONOS com o modelo APM, com altimetria proveniente de curvas de nível com equidistância de 10m e 9 pontos de apoio, realizou-se o teste de hipótese onde $H_0: \sigma^2 \leq \text{erro padrão (elevado ao quadrado)}$ das diversas classes e a hipótese $H_1: \sigma^2 > \text{erro padrão (elevado ao quadrado)}$ das classes (A,B,C).

Neste teste, usou-se a equação 3.4 que emprega a variância que se relaciona à distribuição Qui Quadrado (χ^2).

Formulando a hipótese para a precisão na classe A têm-se:

$$H_0: \sigma^2 \leq 3,3m;$$

$$H_1: \sigma^2 > 3,3m;$$

$$\alpha = 0,1$$

$$\chi^2_{\alpha} = 21,064 \text{ (tabelado) para 14 graus de liberdade}$$

O valor encontrado para a estatística amostral calculada foi de 2,1727. Fazendo a comparação $\chi^2 = 2,1727 < \chi^2_{14,0,9} = 21,064$, verifica-se que a hipótese H_0 foi aceita, para um de significância de 10%. Portanto, a precisão planimétrica da atualização cartográfica se encontra na classe A.

A figura 10 representa as discrepâncias nas coordenadas planimétricas (coluna 2 e 3) dos pontos aleatórios da tabela 7 e os círculos definidores das classes de qualidade.

Analisando a figura 10, verifica-se a existência de um erro sistemático no conjunto, pois há uma concentração maior de discrepâncias no quadrante NE e com maiores dispersões se apresentando no mesmo quadrante.

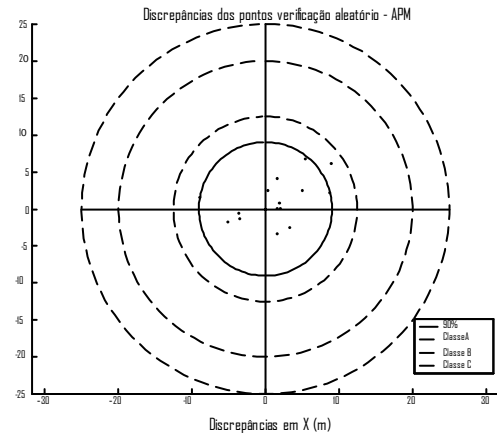


Fig. 10 – Discrepâncias planimétricas dos pontos de verificação aleatórios - transformação APM.

8. CONCLUSÃO

Diante do exposto pode-se concluir que:

1. A transformação APM foi o modelo matemático de correção geométrica da imagem IKONOS que apresentou resultado satisfatório na metodologia de atualização cartográfica, nas seguintes condições: nove pontos de apoio empregados no ajustamento por mínimos quadrados e técnica paramétrica com injeção de posição, informações altimétricas provenientes de fontes de amostragem secundária e de curvas de nível com equidistância de 10m e com espaçamento igual a 16,8m.
2. O modelo matemático afim não conseguiu corrigir as deformações geométricas da imagem IKONOS, nos limites da precisão e acurácia necessários para realizar o trabalho de atualização cartográfica na escala de 1:25000, segundo os valores determinados pelo Decreto 89817, para a classe A.
3. O modelo matemático de transformação afim paralela é fácil de implementar e apresenta resultado satisfatório para a escala proposta para a correção geométrica de imagens de alta resolução.
4. Pode-se afirmar que a atualização cartográfica empregando monorrestituição de imagem IKONOS com o modelo APM, com altimetria proveniente de curvas de nível com equidistância de 10m e 9 pontos de apoio, possui classe A.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

BERNSTEIN, R. **Image geometry and rectification**. In: COLWELL, R. N., Manual of remote sensing. Bethesda, MD: American Society of Photogrammetry,

1983. p.875-881.

BRUM, A. G. V. de. **O uso da câmara imageadora a bordo de satélites para determinação de atitude: simulação computacional.** São José dos Campos, 1999. 113p. Tese (Engenharia e Teconologia Espacial) Mecânica Espacial, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. "

FRASER, C. S., et al. **Processing of IKONOS imagery form submetre 3D positioning and building extraction.** ISPRS Journal of Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Falls Church. 56. p.177-194. 2002.

GERLACH, F.. Characteristics of Space Imaging's One-Meter Resolution Satellite Imagery Products. In: CONGRESS OF THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR PHOTOGRAMMETRY AND REMOTE SENSING. XIX th., 2000., **Anais XXXIII**, Part.B1. Amsterdam.: ISPRS, 2000. 1070p. 128-135p.

HATTORI, S. et. al.. Orientation of high-resolution satellite images based on affine projection. In: CONGRESS OF THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR PHOTOGRAMMETRY AND REMOTE SENSING. XIX th., 2000. , **Anais XXXIII**, Part.B3. Amsterdam.: ISPRS, 2000. 1070p. 359-366p.

IKONOSII. Meio digital. Curitiba: Tese Engenharia, 2000. Imagem de Satélite. Modo PSN.

JENSEN, J. R.. **Introduction to Digital Image Processing of Remotely Sensed Data.** In: __, Introductory Digital Image Processing: A Remote Sensing Perspective. 2. ed. Saddle River. NJ: Prentice Hall, 1996. 316p. p.1-16.

LEAL, E. da M.. **Análise da qualidade posicional em bases cartográficas geradas em CAD.** Curitiba. 1998. 127p. Tese (Mestrado em Ciências Geodésicas). Departamento de Geomática. Universidade Federal do Paraná.

LI, R.; et al. **Accuracy Evaluation of Ground Points from IKONOS High-Resolution Satellite Imagery.** Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, Maryland, v.66, n. 9, p.1103-1112, 2000.

LUGNANI, J. B.. **Introdução à fototriangulação.** Curitiba: Universidade Federal do Paraná. 1987. 134p..
MAKAROVICK, B.. **Digital Mono-ploters.** I.T.C Journal, Vol. 1 p. 101-122, 1973.

MCGRATH, G. ;JOHNSON, A. Municipalities and the maintenance of maps and databases. In: Proceedings of the Symposium Mapping and Geographic Information

Systems , 30., 1994. Athens. **Anais..**volume 30. part 4. Georgia. : ISPRS, 1994. 704p. p.273-280.

MERCHANT, D. C.. **Analytical Photogrammetry: Teory and Practice**, part I. Columbus, Ohio, 1979, Department of Geodetic Science, The Ohio State University.

NOVAC, K.. **Analytical Photogrammetry. Departament of Geodesic Science and Surveying.** GS 628. 1991. 134p..

ONO, T. et al. Digital Mapping using high resolution satellite imagery base don 2d affine projection model. In: CONGRESS OF THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR PHOTOGRAMMETRY AND REMOTE SENSING. XIX th., 2000. , **Anais XXXIII**, Part.B3. Amsterdam.: ISPRS, 2000. 1070p. 672-677p.
PARKER, J., **The advantages of in-track stereo acquisition from high-resolution earth resources satellites.** In: Proceedings of ACSM/ASPRS Annual convention & Exposition, Seattle, WA, Vol.3 1997.p.276-282.

RICHARDS, J. A. **Error correction and registration of image data.** In: _____, Remote Sensing Digital Image Analysis: an introduction. 2.ed. Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1993. 339p. p.39-63
ROBBI, C. Atualização cartográfica. In: 1º Seminário Técnico de Cadastro e Planejamento Municipal. **Anais.** Curitiba, 1990, p.65-73.

SANTOS , C. J. B.; et al.. **O mapa municipal digital: Apoio à Base Territorial Rural do Censo do Ano 2000.** Disponível em: <http://www.cartografia.org.br/xixcbcdd/artigos/c3/ciii-33/cbc99.pdf>., Acesso em: 9 out. 2001.

SARAIVA, C. S. S. **Integração de imagens de alta resolução, IKONOS e fotografia aérea por meio da monorestituição digital para a atualização cartográfica de mapas municipais na escala de 1:25 000.** (2003), Curitiba. 2003. 226p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Departamento de Geomática. Universidade Federal do Paraná.

WOLF, P. R. **Coordinate transformations.** In: _____, Elements of photogrammetry. 2.ed. New York: McGraw-Hill, 1983. 628p. p.576-602.